



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

---

---

---

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA  
MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

***CONTROL DE MOTORES DE INDUCCIÓN  
UTILIZANDO LA FUNCIÓN DE  
ESTRUCTURA MULTIVARIABLE***

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO  
EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN  
INGENIERÍA ELÉCTRICA  
P R E S E N T A :  
**CARLOS ERNESTO UGALDE LOO**

MÉXICO, D.F.

MAYO, 2005





CGPI-14

**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION**

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 13:00 horas del día 8 del mes de Abril del 2005 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E. para examinar la tesis de grado titulada:

**"CONTROL DE MOTORES DE INDUCCION UTILIZANDO LA FUNCION DE ESTRUCTURA MULTIVARIABLE"**

Presentada por el alumno:

**UGALDE**  
Apellido paterno

**LOO**  
materno

**CARLOS ERNESTO**  
nombre(s)

Con registro: 

B	0	3	1	5	1	1
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

DR. EDUARDO LICEAGA CASTRO

DR. JAIME JOSÉ RODRIGUEZ RIVAS

DR. DAVID ROMERO ROMERO

Co-Director de Tesis

DR. DANIEL OLGUIN SALINAS

DR. PEDRO PONCE CRUZ

M. EN C. TOMAS IGNACIO ASIAIN OLIVARES

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

DR. FLORENCIO SANCHEZ SILVA



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
COORDINACIÓN GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

**CARTA CESION DE DERECHOS**

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día **8** del mes de **abril** del año **2005**, el (la) que suscribe **Ing. Carlos Ernesto Ugalde Loo** alumno(a) del Programa de **Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Eléctrica** con número de registro **B031511**, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor(a) intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Eduardo Licéaga Castro** y cede los derechos del trabajo intitulado: **Control de Motores de Inducción Utilizando la Función de Estructura Multivariable**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, graficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a las siguientes direcciones: *kaghlus@hotmail.com; eliceagac@uk2.net*

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

  
Carlos Ernesto Ugalde Loo

Nombre y firma

# Resumen

El desarrollo de accionamientos eléctricos para motores de inducción ha emergido como un campo de investigación de enorme importancia dentro de la electrónica de potencia, los sistemas de control automático y las máquinas eléctricas. Lo anterior se debe en parte al gran número de aplicaciones industriales en las que el motor de inducción toma un papel fundamental. Con los avances en la tecnología de semiconductores en los últimos años, las condiciones requeridas para desarrollar un accionamiento eléctrico satisfactorio han mejorado notablemente. Por ejemplo, algunas de estas condiciones son la disminución en el costo y un mejor desempeño de los dispositivos de electrónica de potencia y la posibilidad de implementar algoritmos complejos con el uso de nuevos y poderosos microprocesadores. No obstante, el desarrollo de métodos adecuados para el control del motor de inducción, en contraste con su simplicidad mecánica, se ve afectado por su estructura matemática compleja.

Durante los últimos años varias estrategias de control han sido desarrolladas y ampliamente aceptadas por el sector industrial. Sin embargo, los problemas asociados a los esquemas convencionales de este tipo de métodos motivan la investigación para modificarlos y para proponer nuevas alternativas que mejoren su desempeño. Algunas dificultades halladas cuando se opera el sistema son el uso de algoritmos complejos y altamente sensibles a variaciones paramétricas de la máquina, problemas a bajas velocidades, la distorsión armónica y el rizado presente en las señales de par, flujo magnético y corriente eléctrica, entre otras.

En este trabajo se presenta el modelado, diseño, análisis y la simulación digital de un nuevo esquema de control para el motor de inducción utilizando controladores cuyos fundamentos teóricos se basan en el Control Clásico, en el análisis de la Función de Estructura Multivariable y en la aplicación del Diseño por Canales Individuales. Se propone una arquitectura caracterizada por su efectividad, robustez, potencial y simplicidad. Bajo la estrategia propuesta se logra fijar una frecuencia de conmutación constante y se logra un alto desempeño tanto en estado estacionario como en estado transitorio y ante variaciones paramétricas. Asimismo, se reduce el contenido armónico y el rizado presente en las señales de una manera sustancial. Por sus características, el esquema propuesto sirve como una alternativa directa a los accionamientos que utilicen métodos convencionales.

Finalmente, con los resultados obtenidos al utilizar la estrategia de control propuesta se demuestra que no es necesario hacer consideraciones especiales en el modelo del motor o utilizar redes de desacoplamiento. Tampoco es necesario hacer uso de controladores sofisticados, de alto orden o adaptables para conseguir un desempeño dinámico satisfactorio. Por lo tanto, con la aparición del Diseño por Canales Individuales se abre un nuevo y prometedor panorama para el diseño de sistemas de control multivariables.

# Abstract

The induction motor plays a fundamental role in several industrial applications. As a consequence, the development of electric drives for induction motors has emerged as an important research field in areas such as power electronics, automatic control systems, and electrical machinery. During the last years, the great advances in semiconductor technologies have noticeably improved the required conditions for the development of an adequate electric drive. Among them, these conditions are the reduction in cost and a better performance of the power electronics devices and the possibility to implement complex algorithms with the use of new and powerful microprocessors. Nevertheless, although the development of successful methods for induction motor control is mechanically simple, it is affected by its mathematical complexity.

Recently, several control strategies have been developed and widely accepted by the industry. However, the associated problems to the conventional schemes motivate some modifications or even the introduction of novel alternatives in order to improve their performance. Some difficulties faced when the system is operated are the use of complex algorithms, the high sensitivity to parameter variations of the machine, a poor performance at low speeds, the harmonic distortion and ripple in the torque, magnetic flux and current signals, among others.

In this work the modeling, design, analysis, and digital simulation of a novel control scheme for the induction motor is presented. It is based on controllers designed under the theoretical foundations of Classical Control, the analysis of the Multivariable Structure Function, and the application of Individual Channel Design. A new architecture featuring originality, effectiveness, robustness, potentiality, and simplicity is proposed. By means of the suggested strategy it is possible to set a constant value of the switching frequency and to achieve a high performance in both steady and transient states and under parameter variations. Also, it is possible to substantially reduce the harmonic distortions and ripple found in the output signals. Because of its characteristics, the proposed scheme provides a direct alternative to conventional induction motor drives.

Finally, considering the obtained results using the proposed control strategy it is proved that model simplifications, the use of decoupling networks, and the use of sophisticated, high order, or adaptable controllers are not required to achieve a satisfactory dynamical performance. Therefore, a new and promising horizon for multivariable control system design arises with the introduction of Individual Channel Design.

# Dedicatoria

A mi *familia*, en especial a

mi mamá **Irene**,  
a mi papá **Ernesto**  
y a mi hermana **Adriana**

por todo el amor y apoyo incondicional,

porque me han enseñado que el único límite es aquél que yo me ponga

y porque siempre han sido mi mayor motivación y ejemplo a seguir.

Sin ustedes no sería nada de lo que soy.

¡Mil gracias por todo!

*Destiny is not a matter of chance, but a matter of choice; it is not a thing to be waited for,  
it is a thing to be achieved.*

– William Jennings Bryant

## Agradecimientos

Primero que nada, quiero agradecer al *Dr. Eduardo Licéaga Castro* por la dirección de este trabajo, quién con sus valiosas sugerencias, apoyo, consejos, paciencia y enseñanzas fue parte fundamental para la realización exitosa de esta tesis.

Asimismo, quiero expresar mi gratitud al *Dr. Daniel Olguín Salinas*, de quien siento una profunda admiración y respeto. Gracias por todas las lecciones dentro y fuera del aula de clases.

De la misma manera agradezco todas las enseñanzas brindadas por el *Dr. Jaime José Rodríguez Rivas*, el *M. en C. Arturo Galán Martínez* y el *Dr. David Romero Romero*, quiénes formaron una parte muy importante en mi formación académica.

También quiero agradecer la ayuda brindada por el *Dr. Jesús Licéaga Castro* y por el *Dr. Pedro Ponce Cruz*, quienes en momentos difíciles me apoyaron para sacar adelante este trabajo.

Adicionalmente, les doy las gracias al resto del *personal académico y de soporte de SEPI*, así como a *todos mis compañeros*, por los conocimientos transmitidos y por la amistad que me brindaron.

Finalmente, agradezco las valiosas observaciones, comentarios y sugerencias de la comisión revisora de este trabajo, quiénes ayudaron a mejorar la calidad del mismo: *Dr. Eduardo Licéaga Castro*, *Dr. Daniel Olguín Salinas*, *Dr. David Romero Romero*, *Dr. Jaime José Rodríguez Rivas*, *Dr. Pedro Ponce Cruz* y *M. en C. Tomás Ignacio Asiaín Olivares*.

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo económico brindado por el *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)*.

## Contacto

El intercambio de conocimientos, opiniones, sugerencias y de una crítica constructiva es de un gran valor y se agradece. Para correcciones, opiniones y aclaraciones relacionadas con este trabajo de investigación, sírvase contactarme a alguno de los siguientes correos electrónicos:

*kaghlus@hotmail.com*  
*ce\_ugalde@prodigy.net.mx*

# Índice de Contenido

Resumen.....	4
Abstract.....	5
Dedicatoria.....	6
Agradecimientos.....	7
Contacto.....	7
Índice de Figuras.....	11
Índice de Tablas.....	20
Glosario de Términos.....	21
<b>1. Introducción.....</b>	<b>26</b>
<b>1.1. Generalidades.....</b>	<b>26</b>
1.1.1. El Control Escalar.....	28
1.1.2. El Control por Campo Orientado.....	29
1.1.3. El Control Directo del Par.....	30
1.1.4. El Diseño por Canales Individuales.....	32
<b>1.2. Objetivos de la Tesis.....</b>	<b>33</b>
<b>1.3. Justificación.....</b>	<b>33</b>
<b>1.4. Descripción del Problema.....</b>	<b>34</b>
<b>1.5. Estado del Arte.....</b>	<b>35</b>
<b>1.6. Aportaciones.....</b>	<b>36</b>
<b>1.7. Estructura de la Tesis.....</b>	<b>38</b>
<b>2. La Función de Estructura Multivariable y el Diseño por Canales Individuales.....</b>	<b>39</b>
<b>2.1. Introducción.....</b>	<b>39</b>
<b>2.2. Justificación del uso del Diseño por Canales Individuales.....</b>	<b>42</b>
<b>2.3. Representación del Sistema Multivariable en Canales Individuales.....</b>	<b>45</b>
<b>2.4. La Estructura Dinámica.....</b>	<b>49</b>
<b>2.5. La Función de Estructura Multivariable.....</b>	<b>50</b>
<b>2.6. El Proceso de Diseño.....</b>	<b>53</b>

2.7.	Análisis del Modelo Multivariable del Motor de Inducción.....	55
2.7.1.	Análisis No Lineal.....	55
2.7.2.	Análisis Utilizando ICD y la MSF.....	65
3.	El Esquema de Control.....	73
3.1.	Introducción.....	73
3.2.	Descripción del Esquema de Control.....	74
3.2.1.	Subsistema Eléctrico.....	75
3.2.1.1.	Comparación contra Otros Esquemas de Control.....	87
3.2.2.	Inversor Fuente de Voltaje con Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales.....	93
3.2.3.	Observador de Orden Reducido.....	106
3.2.4.	Subsistema Mecánico.....	109
4.	Resultados.....	113
4.1.	Introducción.....	113
4.2.	Pruebas bajo distintas Condiciones de Operación.....	114
4.2.1.	Desempeño en Estado Estacionario.....	115
4.2.2.	Desempeño en el Arranque.....	120
4.2.3.	Desempeño ante Variaciones en la Carga.....	125
4.2.4.	Desempeño ante Variaciones en la Velocidad de Referencia del Rotor.....	130
4.2.5.	Desempeño a Bajas Velocidades.....	135
4.2.6.	Desempeño considerando Ruido en las Mediciones.....	140
4.2.7.	Desempeño en la Zona de Campo Debilitado.....	146
4.2.8.	Desempeño ante Fallas.....	152
4.2.9.	Desempeño ante Variaciones Paramétricas.....	156
4.2.9.1.	Variaciones en la Resistencia del Rotor.....	156
4.2.9.2.	Variaciones en la Resistencia del Estator.....	161
4.2.9.3.	Variaciones Conjuntas.....	166
5.	Conclusiones.....	174
	Recomendaciones y Trabajo Futuro.....	177
	Referencias.....	178
	APÉNDICES.....	184

<b>A.</b>	<b>Modelo Matemático del Motor de Inducción.....</b>	<b>185</b>
A.1.	Modelo en Variables Reales.....	187
A.2.	Modelo en Variables $dq0$ .....	189
A.2.1.	Modelo en Marco de Referencia Rotatorio Síncrono.....	194
A.2.2.	Modelo en Marco de Referencia Estacionario.....	197
A.2.3.	Modelo en Marco de Referencia Rotatorio Síncrono en Ecuaciones de Espacio de Estado.....	198
A.2.4.	Modelo en Marco de Referencia Estacionario en Ecuaciones de Espacio de Estado.....	202
<b>B.</b>	<b>El Inversor Fuente de Voltaje y la Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales.....</b>	<b>208</b>
B.1.	El Inversor Fuente de Voltaje.....	209
B.2.	La Modulación Ancho de Pulso Senoidal.....	211
B.3.	La Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales.....	217
B.4.	Implementación de la Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales con una Señal Portadora.....	221
<b>C.</b>	<b>Demostraciones.....</b>	<b>225</b>
<b>D.</b>	<b>Descripción de los Modelos en MATLAB®/ SIMULINK®.....</b>	<b>233</b>
D.1.	Modulación Ancho de Pulso Senoidal.....	233
D.2.	Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales.....	236
D.4.	Motor de Inducción en Coordenadas Síncronas.....	237
D.4.	Motor de Inducción en Coordenadas Estacionarias.....	243
D.5.	Subsistema Eléctrico.....	244
D.6.	Esquema de Control Propuesto.....	247
D.7.	Listado de Programas en MATLAB®.....	253
D.7.1.	Modulación PWM y SV-PWM.....	253
D.7.2.	Modelos del Motor de Inducción.....	254
D.7.3.	Subsistema Eléctrico.....	256
D.7.4.	Esquema de Control Propuesto.....	260

# Índice de Figuras

<b>Figura 2.1.</b>	<i>Sistema multivariable <math>n \times n</math>. Definición de canales.....</i>	42
<b>Figura 2.2.</b>	<i>Sistema multivariable <math>2 \times 2</math> con controlador diagonal.....</i>	46
<b>Figura 2.3.</b>	<i>Sistema multivariable <math>2 \times 2</math> con controlador diagonal representado en canales individuales.....</i>	47
<b>Figura 2.4.</b>	<i>Representación de la planta no lineal multivariable en los subsistemas eléctrico y mecánico.....</i>	57
<b>Figura 2.5.</b>	<i>Valores propios de la dinámica cero.....</i>	63
<b>Figura 2.6.</b>	<i>Valores propios del subsistema eléctrico para diferentes valores de <math>\omega_r</math>.....</i>	64
<b>Figura 2.7.</b>	<i>Evaluando la estructura de <math>\gamma_a(s)</math> para diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>): (a) Diagrama de Nyquist (<math>\omega &gt; 0</math>); (b) Diagrama de Bode.....</i>	68
<b>Figura 2.5.</b>	<i>Evaluando la estructura de <math>\gamma_b(s)</math> para diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>): Diagrama de Bode.....</i>	71
<b>Figura 3.1.</b>	<i>Diagrama a bloques de la estrategia de control propuesta para un motor de inducción típico con rotor jaula de ardilla.....</i>	75
<b>Figura 3.2.</b>	<i>Evaluación del desempeño del controlador a diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>). Diagrama de Bode del: (a) Canal 1; (b) Canal 2.....</i>	77
<b>Figura 3.3.</b>	<i>Evaluación de la robustez estructural a diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>). Diagrama de Bode de: (a) <math>k_{11}(s)g_{11}(s)</math>; (b) <math>k_{22}(s)g_{22}(s)</math>.....</i>	78
<b>Figura 3.4.</b>	<i>Evaluación de la robustez estructural a diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>). Diagrama de Nyquist de <math>\gamma_a(s)</math> vs <math>\gamma_a(s)h_2(s)</math> vs <math>\gamma_a(s)h_1(s)</math> a: (a) 60 Hz; (b) 10 Hz.....</i>	79
<b>Figura 3.5.</b>	<i>Saturación magnética. Curva de magnetización del rotor.....</i>	81
<b>Figura 3.6.</b>	<i>Evaluación de la estructura de <math>\gamma_a(s)</math> a <math>f = 60</math> Hz (<math>\omega_r = 2\pi f</math>) ante variaciones paramétricas. Diagrama de Nyquist.....</i>	81
<b>Figura 3.7.</b>	<i>Rechazo a perturbaciones y acoplamiento a diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>): (a) Canal 1; (b) Canal 2.....</i>	83
<b>Figura 3.8.</b>	<i>Evaluación del desempeño del subsistema eléctrico en lazo cerrado. Diagrama de Bode para diferentes valores de <math>\omega_r</math> (<math>\omega_r = 2\pi f</math>): (a) <math>t_{11}(s)</math>; (b) <math>t_{12}(s)</math>; (c) <math>t_{21}(s)</math>; (b) <math>t_{22}(s)</math>.....</i>	85
<b>Figura 3.9.</b>	<i>Diagrama a bloques del subsistema eléctrico utilizando un controlador ICD.....</i>	87
<b>Figura 3.10.</b>	<i>Diagrama a bloques del controlador de corriente utilizando comparadores de histéresis de tres niveles y una tabla de conmutación.....</i>	88
<b>Figura 3.11.</b>	<i>Diagrama a bloques del controlador de corriente PI estacionario.....</i>	88
<b>Figura 3.12.</b>	<i>Diagrama a bloques del controlador de corriente PI síncrono trabajando en coordenadas síncronas.....</i>	89

<b>Figura 3.13.</b>	<i>Diagrama a bloques del controlador de corriente PI síncrono trabajando en coordenadas estacionarias.....</i>	<i>89</i>
<b>Figura 3.14.</b>	<i>Diagrama a bloques del controlador de corriente resonante estacionario.....</i>	<i>90</i>
<b>Figura 3.15.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico.....</i>	<i>94</i>
<b>Figura 3.16.</b>	<i>Corriente de referencia y corriente del estator en el eje-<math>\alpha</math> utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>97</i>
<b>Figura 3.17.</b>	<i>Error de corriente del estator utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>98</i>
<b>Figura 3.18.</b>	<i>Contenido armónico de la corriente del estator en el eje-<math>\alpha</math> (transformada discreta de Fourier) utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>99</i>
<b>Figura 3.19.</b>	<i>Error de corriente del estator en coordenadas síncronas utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>100</i>
<b>Figura 3.20.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje de referencia del estator utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>101</i>
<b>Figura 3.21.</b>	<i>Desempeño ante variaciones de frecuencia en las corrientes de referencia del estator. Corriente en el eje-<math>\alpha</math> utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>102</i>
<b>Figura 3.22.</b>	<i>Desempeño ante variaciones de amplitud en las corrientes de referencia del estator. Corriente en el eje-<math>\alpha</math> utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor.....</i>	<i>103</i>
<b>Figura 3.23.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD con mayor ancho de banda ante variaciones paramétricas: (a) corriente de referencia y corriente del estator en el eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator.....</i>	<i>104</i>
<b>Figura 3.24.</b>	<i>Diagrama a bloques del observador de orden reducido para la estimación de la posición del flujo del rotor.....</i>	<i>109</i>
<b>Figura 3.25.</b>	<i>Diagrama a bloques del subsistema mecánico.....</i>	<i>110</i>
<b>Figura 3.26.</b>	<i>Representación del subsistema mecánico en lazo cerrado.....</i>	<i>111</i>
<b>Figura 3.27.</b>	<i>Evaluación del lazo abierto del subsistema mecánico. Diagrama de Bode.....</i>	<i>111</i>
<b>Figura 3.28.</b>	<i>Rechazo a perturbaciones del subsistema mecánico. Diagrama de Bode de la función de sensibilidad.....</i>	<i>112</i>
<b>Figura 4.1.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto.....</i>	<i>114</i>
<b>Figura 4.2.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad en estado estacionario: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	<i>116</i>

<b>Figura 4.3.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD en estado estacionario: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	117
<b>Figura 4.4.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido en estado estacionario: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	118
<b>Figura 4.5.</b>	<i>Desempeño del VSI SV-PWM en estado estacionario: (a) señal de control y primer componente del voltaje de control trifásico; (b) primer componente del voltaje de control trifásico; (c) primer componente modulado del voltaje del estator trifásico.....</i>	119
<b>Figura 4.6.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator en estado estacionario.....</i>	119
<b>Figura 4.7.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad en un arranque sin carga: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	121
<b>Figura 4.8.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD en un arranque sin carga: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	122
<b>Figura 4.9.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido en un arranque sin carga: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	123
<b>Figura 4.10.</b>	<i>Desempeño del VSI SV-PWM en un arranque sin carga: primer componente modulado del voltaje del estator trifásico.....</i>	124
<b>Figura 4.11.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator en un arranque sin carga.....</i>	124
<b>Figura 4.12.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en el par de carga: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	126
<b>Figura 4.13.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD ante variaciones en el par de carga: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	127
<b>Figura 4.14.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en el par de carga: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	128

<b>Figura 4.15.</b>	<i>Desempeño del VSI SV–PWM ante variaciones en el par de carga: primer componente modulado del voltaje del estator trifásico....</i>	129
<b>Figura 4.16.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en el par de carga.....</i>	129
<b>Figura 4.17.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	131
<b>Figura 4.18.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje–<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje–<math>q</math>.....</i>	132
<b>Figura 4.19.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje–<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje–<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	133
<b>Figura 4.20.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor.....</i>	134
<b>Figura 4.21.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad a bajas velocidades del rotor: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	136
<b>Figura 4.22.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD a bajas velocidades del rotor. (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje–<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje–<math>q</math>.....</i>	137
<b>Figura 4.23.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido a bajas velocidades del rotor: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje–<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje–<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	138
<b>Figura 4.24.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator a bajas velocidades del rotor.....</i>	139
<b>Figura 4.25.</b>	<i>Ruido de medición en la (a) corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (b) corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (c) velocidad del rotor.....</i>	141
<b>Figura 4.26.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad considerando ruido en las mediciones: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	142
<b>Figura 4.27.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD considerando ruido en las mediciones: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje–<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje–<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje–<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje–<math>q</math>.....</i>	143

<b>Figura 4.28.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido considerando ruido en las mediciones: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	144
<b>Figura 4.29.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator considerando ruido en las mediciones.....</i>	145
<b>Figura 4.30.</b>	<i>Zona de operación de campo debilitado.....</i>	147
<b>Figura 4.31.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad en la zona de campo debilitado: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	148
<b>Figura 4.32.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD en la zona de campo debilitado: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	149
<b>Figura 4.33.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido en la zona de campo debilitado: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	150
<b>Figura 4.34.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator en la zona de campo debilitado.....</i>	151
<b>Figura 4.35.</b>	<i>Corriente de referencia del estator y corriente del estator en coordenadas síncronas, eje-<math>d</math>, en la zona de campo debilitado.....</i>	151
<b>Figura 4.36.</b>	<i>Desempeño del VSI SV-PWM ante fallas. Voltaje modulado del estator: (a) fase a; (b) fase b; (c) fase c.....</i>	153
<b>Figura 4.37.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad ante fallas: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	154
<b>Figura 4.38.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD ante fallas. Corriente de referencia del estator y corriente del estator: (a) eje-<math>\alpha</math>; (b) eje-<math>\beta</math>.....</i>	154
<b>Figura 4.39.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido ante fallas: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	155
<b>Figura 4.40.</b>	<i>Variaciones en la resistencia del rotor.....</i>	157
<b>Figura 4.41.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en la resistencia del rotor: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	157
<b>Figura 4.42.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD ante variaciones en la resistencia del rotor: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	158

<b>Figura 4.43.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la resistencia del rotor: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	159
<b>Figura 4.44.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en la resistencia del rotor.....</i>	160
<b>Figura 4.45.</b>	<i>Variaciones en la resistencia del estator.....</i>	162
<b>Figura 4.46.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en la resistencia del estator: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	162
<b>Figura 4.57.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD ante variaciones en la resistencia del estator: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	163
<b>Figura 4.58.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la resistencia del estator: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	164
<b>Figura 4.48.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en la resistencia del estator.....</i>	165
<b>Figura 4.50.</b>	<i>Variaciones paramétricas conjuntas: (a) resistencia del estator; (b) resistencia del rotor.....</i>	165
<b>Figura 4.51.</b>	<i>Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones paramétricas conjuntas: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga.....</i>	167
<b>Figura 4.52.</b>	<i>Desempeño del controlador ICD ante variaciones paramétricas conjuntas: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (b) error de corriente del estator, eje-<math>\alpha</math>; (c) error de corriente del estator, eje-<math>d</math>; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (e) error de corriente del estator, eje-<math>\beta</math>; (f) error de corriente del estator, eje-<math>q</math>.....</i>	168
<b>Figura 4.53.</b>	<i>Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones paramétricas conjuntas: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\alpha</math>; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje-<math>\beta</math>; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo de campo del rotor estimado.....</i>	169
<b>Figura 4.54.</b>	<i>Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones paramétricas conjuntas.....</i>	170
<b>Figura 4.55.</b>	<i>Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor ante variaciones paramétricas.....</i>	171
<b>Figura 4.56.</b>	<i>Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor a bajas velocidades.....</i>	172

<b>Figura 4.57.</b>	<i>Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor.....</i>	172
<b>Figura 4.58.</b>	<i>Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor en un arranque sin carga.....</i>	173
<b>Figura A.1.</b>	<i>Motor de inducción trifásico de dos polos conectado en estrella.....</i>	186
<b>Figura A.2.</b>	<i>Transformación de las variables trifásicas de los circuitos estacionarios a variables <math>\alpha</math>-<math>\beta</math> estacionarias.....</i>	190
<b>Figura A.3.</b>	<i>Transformación de las variables bifásicas estacionarias a variables bifásicas síncronas.....</i>	192
<b>Figura A.4.</b>	<i>Máquina equivalente bifásica.....</i>	194
<b>Figura A.5.</b>	<i>Circuitos equivalentes dinámicos <math>d^e</math>-<math>q^e</math> del motor de inducción: (a) circuito del eje <math>q^e</math>; (b) circuito del eje <math>d^e</math>.....</i>	195
<b>Figura A.6.</b>	<i>Libre aceleración del motor de inducción en un marco de referencia síncrono.....</i>	201
<b>Figura A.7.</b>	<i>Comportamiento del motor de inducción en un marco de referencia síncrono ante cambios repentinos de carga.....</i>	202
<b>Figura A.8.</b>	<i>Libre aceleración del motor de inducción en un marco de referencia estacionario.....</i>	206
<b>Figura A.9.</b>	<i>Comportamiento del motor de inducción en un marco de referencia estacionario ante cambios repentinos de carga.....</i>	206
<b>Figura B.1.</b>	<i>Inversor Fuente de Voltaje en un accionamiento de un motor de inducción.....</i>	209
<b>Figura B.2.</b>	<i>Inversor Fuente de Voltaje trifásico.....</i>	210
<b>Figura B.3.</b>	<i>PWM Senoidal: formas de onda de señales de control y portadora.....</i>	211
<b>Figura B.4.</b>	<i>Modulación Ancho de Pulso (PWM): (a) señal portadora triangular y de control de la fase a; (b) componente fundamental y voltaje de salida; (c) espectro armónico de la señal de salida.....</i>	212
<b>Figura B.5.</b>	<i>PWM Senoidal: (a) señal de control constante en un periodo de tiempo de conmutación; (b) señal portadora triangular y de control de la fase a.....</i>	213
<b>Figura B.6.</b>	<i>Formas de onda del PWM Senoidal 3-<math>\phi</math>: (a) voltajes de fase de salida; (b) voltaje de línea a línea de salida y componente fundamental; (c) espectro armónico.....</i>	215
<b>Figura B.7.</b>	<i><math>V_{LL1}(rms)/V_{cd}</math> como función de <math>m_a</math>.....</i>	217
<b>Figura B.8.</b>	<i>Esquema de los 6 estados activos del VSI.....</i>	219
<b>Figura B.9.</b>	<i>Representación con vectores espaciales de los 6 estados activos del VSI.....</i>	219
<b>Figura B.10.</b>	<i>Principio de SV-PWM. Vector de voltaje en el Sector I.....</i>	220
<b>Figura B.11.</b>	<i>Señales de voltaje para un VSI con SV-PWM a una frecuencia de conmutación <math>f_s = 2</math> kHz: <math>v_{tri}</math>, voltaje de la señal portadora; <math>v_{a,control}</math>, voltaje de control para la fase a; <math>v_a</math>, voltaje de fase; <math>v_{ab}</math>, voltaje de línea.....</i>	223
<b>Figura B.12.</b>	<i>Señales de voltaje para un VSI con SV-PWM a una frecuencia de conmutación <math>f_s = 20</math> kHz: <math>v_{a,control}</math>, voltaje de control para la fase a; <math>v_a</math>, voltaje de fase; <math>v_{ab}</math>, voltaje de línea.....</i>	224
<b>Figura C.1.</b>	<i>Diagramas de Nyquist de plantas de la forma: (a) <math>g_{ii}(s) &gt; 0</math>; (b) <math>g_{ii}(s) &lt; 0</math>.....</i>	232

<b>Figura D.1.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® de la modulación PWM Senoidal.....</i>	<i>234</i>
<b>Figura D.2.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® de la modulación PWM Senoidal. Bloque del algoritmo de modulación.....</i>	<i>234</i>
<b>Figura D.3.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® de la modulación PWM Senoidal. Bloque del inversor ideal.....</i>	<i>235</i>
<b>Figura D.4.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® de la modulación SV-PWM.....</i>	<i>236</i>
<b>Figura D.5.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® de la modulación SV-PWM. Bloque de cálculo de las señales de control.....</i>	<i>237</i>
<b>Figura D.6.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas.....</i>	<i>237</i>
<b>Figura D.7.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloque de la modulación PWM.....</i>	<i>239</i>
<b>Figura D.8.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloque del modelo del motor.....</i>	<i>239</i>
<b>Figura D.9.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de transformación de coordenadas: (a) bifásicas estacionarias a bifásicas síncronas; (b) trifásicas a bifásicas estacionarias; (c) bifásicas estacionarias a trifásicas; (d) bifásicas síncronas a bifásicas estacionarias.....</i>	<i>240</i>
<b>Figura D.10.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de las ecuaciones del flujo: (a) del estator, eje-q; (b) del estator, eje-d; (c) del rotor, eje-q; (d) del rotor, eje-d; (e) mutuo, eje-q; (f) mutuo, eje-d.....</i>	<i>241</i>
<b>Figura D.11.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de las ecuaciones de corriente: (a) del estator, eje-q; (b) del estator, eje-d; (c) del rotor, eje-q; (d) del rotor, eje-d.....</i>	<i>242</i>
<b>Figura D.12.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de las ecuaciones de (a) velocidad del rotor; (b) par electromagnético.....</i>	<i>242</i>
<b>Figura D.13.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas estacionarias.....</i>	<i>243</i>
<b>Figura D.14.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas estacionarias. Bloque del modelo del motor.....</i>	<i>244</i>
<b>Figura D.15.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico.....</i>	<i>245</i>
<b>Figura D.16.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico. Bloque de las referencias de corriente.....</i>	<i>245</i>
<b>Figura D.17.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico. Bloque del controlador ICD de corriente.....</i>	<i>246</i>
<b>Figura D.18.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico. Bloque del motor en coordenadas estacionarias.....</i>	<i>246</i>
<b>Figura D.19.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción.....</i>	<i>247</i>
<b>Figura D.20.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloques de: (a) filtro de referencia de velocidad del rotor; (b) debilitamiento de campo; (c) controlador de velocidad del rotor y saturación de referencia de corriente, eje-q; (d) controlador ICD de corriente.....</i>	<i>249</i>

<b>Figura D.21.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque del motor en coordenadas estacionarias.....</i>	<i>249</i>
<b>Figura D.22.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque del motor en coordenadas estacionarias con parámetros como entradas.....</i>	<i>250</i>
<b>Figura D.23.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque de adición de ruido en las mediciones...</i>	<i>251</i>
<b>Figura D.24.</b>	<i>Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque del observador de orden reducido.....</i>	<i>251</i>

## Índice de Tablas

<b>Tabla 2.1.</b>	<i>Estructura dinámica de los canales en lazo abierto.....</i>	<i>49</i>
<b>Tabla 2.2.</b>	<i>Requerimientos de ICD para estabilidad y robustez del subsistema eléctrico del motor de inducción.....</i>	<i>70</i>
<b>Tabla 3.1.</b>	<i>Evaluación de la robustez estructural del subsistema eléctrico.....</i>	<i>80</i>
<b>Tabla 3.2.</b>	<i>Evaluación de la robustez estructural del subsistema eléctrico utilizando controladores con menores anchos de banda.....</i>	<i>94</i>
<b>Tabla 3.3.</b>	<i>Distorsión total armónica y error cuadrático medio en las corrientes del estator utilizando controladores ICD con diferentes anchos de banda.....</i>	<i>105</i>
<b>Tabla 3.4.</b>	<i>Evaluación de la robustez del subsistema mecánico.....</i>	<i>111</i>

# Glosario de Términos

$( )_1$	Componente fundamental
$2 \times 2$	Sistema multivariable de 2-entradas 2-salidas
$3\phi$	Variable trifásica
<b>A</b>	Matriz de sistema en una representación en espacio de estado
$\alpha$	Eje bifásico estacionario en fase, posición del vector espacial
$\alpha-\beta$	Marco de referencia bifásico estacionario
<b>A<sub>ab</sub></b>	Matriz <i>ab</i> -ésima de sistema de una representación en espacio de estado particionada en estados medibles y no accesibles
$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{x})$	Matriz de desacoplamiento para un sistema multivariable
<b>B</b>	Matriz de entrada en una representación en espacio de estado
$\beta$	Eje bifásico estacionario en cuadratura
<b>B<sub>a</sub></b>	Matriz <i>a</i> -ésima de entrada de una representación en espacio de estado particionada en estados medibles y no accesibles
<b>BW</b>	Ancho de banda – <i>Bandwidth</i>
<b>C</b>	Matriz de salida en una representación en espacio de estado
CA	Corriente alterna
CD	Corriente directa
$C_i$	Canal individual <i>i</i> -ésimo
cos	Función trigonométrica coseno
CSI	Inversor Fuente de Corriente – <i>Current Source Inverter</i>
<b>D</b>	Matriz de antealimentación en una representación en espacio de estado
<i>d</i>	Eje bifásico rotatorio síncrono en fase
<i>d/dt</i>	Derivación con respecto al tiempo
$\partial/\partial \mathbf{x}$	Derivación parcial con respecto al vector <b>x</b>
$d^e - q^e$	Marco de referencia bifásico rotatorio síncrono
$d_i$	Perturbación <i>i</i> -ésima a un sistema multivariable
diag	Matriz de elementos diagonales
DSP	Procesador Digital de Señales – <i>Digital Signal Processor</i>
DTC	Control Directo del Par – <i>Direct Torque Control</i>
$\in$	Pertenece a
$e_{\alpha s}, e_{\beta s}$	Error de corriente de estator en eje $\alpha$ , eje $\beta$
$e_{ds}, e_{qs}$	Error de corriente de estator en eje <i>d</i> , eje <i>q</i>
$e_i$	Señal de error <i>i</i> -ésima en una planta multivariable
EMI	Interferencia Electromagnética – <i>Electromagnetic Interference</i>
$e_\omega$	Error de velocidad del rotor
<i>f</i>	Frecuencia eléctrica, frecuencia eléctrica del rotor
$\phi$	Vector de estados de la dinámica de entrada-salida de un sistema no Lineal
$\phi_i, \zeta_j$	Coordenada (estado) <i>i</i> -ésima de la dinámica de entrada-salida de un sistema no lineal asociada a la función de salida <i>i</i> -ésima, coordenada <i>j</i> -ésima asociada a la salida <i>j</i> -ésima

$f_s$	Frecuencia de conmutación
FMM	Fuerza magnetomotriz
FOC	Control por Campo Orientado – <i>Field Oriented Control</i>
$\mathbf{f}(\mathbf{x})$	Función no lineal de $\mathbf{x}$
$\Phi(\mathbf{x})$	Vector de coordenadas para transformación de un sistema no lineal
$\mathbf{G}$	Planta multivariable
$\gamma_a, \gamma_b$	Funciones de estructura multivariable
$g_{ij}$	Elemento $ij$ -ésimo de una matriz de transferencia
$G_M$	Margen de ganancia
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	Función no lineal de entrada de un sistema no lineal
$\eta$	Vector de estados del observador de orden reducido, vector de estados de la dinámica interna de un sistema no lineal
$(\ )_h$	$h$ -ésima armónica
$\mathbf{h}(\mathbf{x})$	Función de salida de un sistema no lineal
$\eta_i$	Coordenada (estado) $i$ -ésimo de la dinámica interna de un sistema no lineal
$h_j$	Impacto del controlador $k_{ij}$ en el $i$ -ésimo lazo de control
$H^\infty$	Teoría de control robusto
$i_{ar}, i_{br}, i_{cr}$	Corrientes en las fases del rotor en variables reales
$i_{as}, i_{bs}, i_{cs}$	Corrientes en las fases del estator en variables reales
$i_{\alpha r}, i_{\beta r}$	Corrientes del rotor en variables bifásicas estacionarias
$i_{\alpha s}, i_{\beta s}$	Corrientes del estator en variables bifásicas estacionarias
$i_{dr}, i_{qr}$	Corrientes del rotor en variables bifásicas rotatorias síncronas
$i_{ds}, i_{qs}$	Corrientes del estator en variables bifásicas rotatorias síncronas
ICD	Diseño por Canales Individuales – <i>Individual Channel Design</i>
$i_{cd}$	Corriente del bus de corriente directa
IEEE	Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos – <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
$i_{mr}$	Corriente de magnetización del rotor
$\mathbf{I}_{n \times n}$	Matriz identidad de orden $n$
$J$	Momento de inercia
$\mathbf{K}$	Controlador multivariable, controlador ICD
$\mathbf{K}_e$	Matriz de ganancias del observador de orden reducido
$\mathbf{K}_{St}$	Vector de estados del controlador ICD
$k_{ij}$	Elemento $ij$ -ésimo de la matriz de control
$K_\omega$	Controlador de velocidad
LHPP	Polo en el semiplano izquierdo – <i>Left Hand Plane Pole</i>
LHPZ	Cero en el semiplano izquierdo – <i>Left Hand Plane Zero</i>
lim	Función límite
$L_{\alpha m}, L_{\beta m}$	Inductancias de magnetización en el eje $\alpha, \beta$
$L_\lambda(\mathbf{x})$	Derivada de Lie de $\lambda(\mathbf{x})$ a lo largo de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$
$L_{lr}, L_{ls}$	Inductancia de dispersión del rotor, del estator
$L_m$	Inductancia de magnetización
$L_{mr}, L_{ms}$	Inductancia de magnetización del rotor, del estator
LQG	Lineal Cuadrático Gaussiano – <i>Linear Quadratic Gaussian</i>
$\mathbf{L}_r$	Matriz de inductancias del rotor
$L_r, L_s$	Inductancia del rotor, de estator
$\mathbf{L}_s$	Matriz de inductancias del estator
$\mathbf{L}_{rs}, \mathbf{L}_{sr}$	Matriz de inductancias mutuas
$L_\omega$	Transmitancia directa del subsistema mecánico

$m_a$	Índice de modulación de amplitud
$m_f$	Índice de modulación de frecuencia
MI	Motor de inducción
MIMO	Múltiples–entradas múltiples–salidas – <i>Multiple Inputs Multiple Outputs</i>
MSE	Error Cuadrático Medio – <i>Mean Square Error</i>
MSF	Función de Estructura Multivariable – <i>Multivariable Structure Function</i>
$m \times m$	Sistema multivariable de $m$ –entradas $m$ –salidas
$n$	Orden de un sistema multivariable
$N$	Número de rodeos a $(1,0)$ en dirección de las manecillas del reloj en el diagrama de Nyquist de $\gamma_a(s)h_i(s)$ ; número de rodeos a $(-1,0)$ en dirección de las manecillas del reloj de una función de transferencia; neutro del inversor fuente de voltaje
NEMA	Asociación Nacional de Manufactureros Eléctricos – <i>National Electrical Manufacturers Association</i>
$n_{i\alpha s}, n_{i\beta s}$	Ruido de medición en las corrientes de estator en el eje $\alpha, \beta$
$n_{\omega m}$	Ruido de medición en la velocidad angular mecánica del rotor
$n_r$	Velocidad del rotor en revoluciones por minuto (RPM)
$P$	Número de RHPPs de $\gamma_a(s)h_i(s)$ o de una función de transferencia
$\mathbf{P}$	Familia de plantas lineales
$\mathbf{p}$	Matriz de operador $d/dt$
$\rho$	Polos del motor de inducción
PI	Proporcional Integral
$P_M$	Margen de fase
$p_1, p_2$	Polos asignados al observador de orden reducido
$p_i$	Acoplamiento del $j$ –ésimo canal al $i$ –ésimo canal
PWM	Modulación Ancho de Pulso – <i>Pulse Width Modulation</i>
$Q$	Número de valores propios en el semiplano derecho de una representación en espacio de estado
$q$	Eje bifásico rotatorio síncrono en cuadratura
$\theta_e$	Ángulo del campo del rotor
$\theta_r$	Posición del rotor
$\mathfrak{R}$	Espacio de los números reales
$r$	Grado relativo total de un sistema multivariable
$\mathbf{r}$	Vector de referencias en una representación en espacio de estado
RGA	Arreglo de Ganancias Relativo – <i>Relative Gain Array</i>
RHPP	Polo en el semiplano derecho – <i>Right Hand Plane Pole</i>
RHPZ	Cero en el semiplano derecho – <i>Right Hand Plane Zero</i>
$r_i$	Referencia $i$ –ésima a una planta multivariable, elemento $i$ –ésimo del vector de grado relativo
$R_r, R_s$	Resistencia del rotor, de estator
$s$	Operador de Laplace
$\sigma$	Coefficiente de dispersión
$(s)$	Variable en el dominio de la frecuencia
SHE PWM	Modulación Ancho de Pulso de Eliminación Armónica Seleccionada – <i>Selected Harmonic Elimination Pulse Width Modulation</i>
$S_i$	Función de sensibilidad del canal $i$ –ésimo
sign	Función signo
SISO	Una–entrada una–salida – <i>Single Input Single Output</i>
sin	Función trigonométrica seno
SPWM	Modulación Ancho de Pulso Senoidal – <i>Sinusoidal Width Modulation</i>

SV–PWM	Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales – <i>Space Vector Pulse Width Modulation</i>
$S_\omega$	Función de sensibilidad del subsistema mecánico
<b>T</b>	Lazo cerrado de un sistema multivariable
$t$	Tiempo
$\tau$	Constante de tiempo
$\tau_r$	Constante de tiempo del rotor
$T$	Transpuesta de una matriz o vector
$t_a, t_b, t_0$	Tiempos de aplicación de vectores espaciales
$\tan$	Función trigonométrica tangente
$\tan^{-1}$	Función trigonométrica arcotangente
$T_e$	Par electromagnético desarrollado
THD	Distorsión Total Armónica – <i>Total Harmonic Distortion</i>
$t_{ij}$	Elemento $ij$ -ésimo de la matriz de lazo cerrado
$T_L$	Par de carga
$T_s$	Paso de integración, periodo de conmutación del inversor
$T_\omega$	Lazo cerrado del subsistema mecánico
<b>u</b>	Vector de entradas en una representación en espacio de estado (lineal o no lineal)
$u_i$	Entrada $i$ -ésima a una planta multivariable
$\bar{V}$	Vector espacial
$V_{AB}, V_{BC}, V_{CA}$	Voltajes de línea
$V_{AN}, V_{BN}, V_{CN}$	Voltajes de fase
$V_{ar}, V_{br}, V_{cr}$	Voltajes en las fases del rotor en variables reales
$V_{as}, V_{bs}, V_{cs}$	Voltajes en las fases del estator en variables reales
$V_{\alpha r}, V_{\beta r}$	Voltajes del rotor en variables bifásicas estacionarias
$V_{\alpha s}, V_{\beta s}$	Voltajes de estator en variables bifásicas estacionarias
$V_{cd}$	Voltaje del bus de corriente directa
$V_{control,A,B,C}$	Amplitud de la señal de control de voltaje, fase $a, b$ y $c$
$V_{control,A,B,C}$	Señal de control de voltaje, fase $a, b$ y $c$
$V_{dr}, V_{qr}$	Voltajes del rotor en variables bifásicas rotatorias síncronas
$V_{ds}, V_{qs}$	Voltajes de estator en variables bifásicas rotatorias síncronas
$V_{LL}$	Voltajes de línea a línea
<b>V<sub>K</sub></b>	Vector de señales del controlador ICD
<b>VR</b>	Rotación vectorial
$VR^{-1}$	Rotación vectorial inversa
$\bar{V}_s$	Vector espacial de referencia
VSI	Inversor Fuente de Voltaje – <i>Voltage Source Inverter</i>
$\bar{V}_{Sk}$	Vector espacial, estado de conducción del inversor
$V_{tri}$	Amplitud de la señal portadora triangular
$v_{tri}$	Señal portadora triangular
$\omega$	Velocidad angular
$\omega_b$	Frecuencia base
$\omega_e$	Velocidad síncrona
$\omega_m$	Velocidad angular mecánica del rotor
$\omega_r$	Velocidad angular eléctrica del rotor
<b>x</b>	Vector de estados en una representación en espacio de estado (lineal o no lineal)
<b>x<sub>a</sub></b>	Vector de estados medibles

$\mathbf{x}_b$	Vector de estados no accesibles
$x_{di}, x_{qi}$	Estado $di$ -ésimo, $qi$ -ésimo de la matriz de control
$\mathbf{x}_E$	Vector de estados del subsistema eléctrico
$X_{lr}, X_{ls}$	Reactancia de dispersión del rotor, del estator
$X_r, X_s$	Reactancia del rotor, de estator
$\mathbf{y}$	Vector de salidas en una representación en espacio de estado (lineal o no lineal)
$\mathbf{y}_E$	Vector de salidas del subsistema eléctrico
$\Psi_{ar}, \Psi_{br}, \Psi_{cr}$	Flujo magnético en las fases del rotor en variables reales
$\Psi_{as}, \Psi_{bs}, \Psi_{cs}$	Flujo magnético en las fases del estator en variables reales
$\Psi_{\alpha r}, \Psi_{\beta r}$	Flujo magnético del rotor en variables bifásicas estacionarias
$\Psi_{\alpha s}, \Psi_{\beta s}$	Flujo magnético del estator en variables bifásicas estacionarias
$\Psi_{dr}, \Psi_{qr}$	Flujo magnético del rotor en variables bifásicas rotatorias síncronas
$\Psi_{ds}, \Psi_{qs}$	Flujo magnético del estator en variables bifásicas rotatorias síncronas
$\mathbf{y}_E$	Vector de salidas del subsistema eléctrico
$y_i$	Salida $i$ -ésima de una planta multivariable
$\Psi_r$	Flujo magnético del rotor
$\mathbf{y}_\omega$	Vector de salidas del subsistema mecánico
$Z$	Número de RHPZs de $(1-\gamma_a(s))h_i(s)$ o de una función de transferencia
$\mathbf{Z}_D$	Matriz asociada a la dinámica cero linealizada
$   $	Magnitud
$\infty$	Infinito
*	Señal de referencia
$\wedge$	Estado estimado
$\dot{x}$	Derivada con respecto al tiempo de la variable $x$

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. Generalidades

La máquina eléctrica rotatoria que convierte la energía eléctrica a energía mecánica (y viceversa) es la pieza clave de los sistemas de accionamientos eléctricos. Estos sistemas han sido ampliamente utilizados en diferentes aplicaciones como en bombas, ventiladores, molinos de papel y textiles, elevadores, vehículos eléctricos y de transportación subterránea, aparatos electrodomésticos, sistemas de generación de viento, servos y robots, periféricos computacionales, molinos de acero y cemento, propulsión de barcos, industria aeroespacial, entre otras [8,27,49].

Tradicionalmente, las máquinas de corriente alterna (CA) con una fuente de poder senoidal a frecuencia constante han sido empleadas en aplicaciones de velocidad constante. Por otro lado, las máquinas de corriente directa (CD) son preferidas para accionamientos de velocidad variable [8]. Entre los diferentes tipos de máquinas de CA se encuentran la máquina síncrona y la máquina de inducción. La máquina síncrona posee devanados de amortiguamiento y un circuito de campo excitado por corriente directa. Una máquina que solamente posee los devanados de amortiguamiento es llamada máquina de inducción. Tales dispositivos llevan ese nombre ya que el voltaje del rotor (el cual produce la corriente y el campo magnético del rotor) es inducido en los devanados del rotor sin estar físicamente conectado por alambres. La característica distintiva de la máquina de inducción es que no se requiere corriente de campo en CD para ser operada [11].

La máquina de inducción, particularmente con rotor tipo jaula de ardilla, es utilizada en una amplia gama de aplicaciones como medio de conversión de energía eléctrica a trabajo mecánico. Su uso es muy importante dentro de la industria eléctrica. En aplicaciones donde el requerimiento de potencia es pequeño y apropiado a la distribución de una sola fase, el motor de inducción se encuentra disponible en versiones monofásicas. Sin embargo, las aplicaciones industriales comunes utilizan el motor de inducción trifásico con clasificaciones de varios caballos de fuerza a tensiones nominales típicas [49].

En su operación como motor, la máquina de inducción es sumamente utilizada en la industria en virtud de su capacidad para mover pequeñas y grandes cargas. Como consecuencia, en los últimos años esta máquina ha ido sustituyendo gradualmente a la máquina de CD en diversas aplicaciones [8,99]. En comparación con los motores de CD y síncronos, los cuales requieren de dos fuentes de excitación, el motor de inducción solo tiene una. Las corrientes que fluyen en el segundo devanado de la máquina son establecidas por el proceso de inducción magnética a través del acoplamiento con el devanado simplemente excitado. Físicamente, un motor de inducción tiene el mismo estator físico de una máquina síncrona, pero posee un límite finito superior de velocidad [11,27,82,83,95]. A diferencia de la máquina síncrona, el motor de inducción no gira a la velocidad de sincronismo; por esta razón se le denomina máquina asíncrona [49].

A pesar de que el control y los convertidores asociados a los motores de CD son simples y la respuesta es rápida, este tipo de dispositivos tiene asociados varios problemas y desventajas. Entre otros, posee un mayor costo, una mayor inercia rotacional y problemas de mantenimiento con los conmutadores y escobillas [8]. De hecho, es necesario un mantenimiento frecuente debido a la acumulación del carbón entre las delgas del colector, lo cual puede provocar cortos circuitos y daños irreversibles en el motor [83]. Otra característica indeseable es la conmutación. Al usar contactos deslizantes se crean arcos eléctricos entre las escobillas y el colector, además de que causan problemas de interferencia electromagnética (EMI, *Electromagnetic Interference*). Esto hace muy peligrosa su utilización en un medio explosivo y sucio. Adicionalmente, los conmutadores y las escobillas limitan la velocidad de la máquina y corriente pico [8,49].

Los motores de inducción no poseen las desventajas anteriores. Al no existir una conexión eléctrica entre las partes estacionarias y rotatorias no existe la necesidad de usar conmutadores mecánicos, disminuyendo su mantenimiento y favoreciendo la operación en ambientes peligrosos. Asimismo, tienen un menor peso e inercia y una alta eficiencia y confiabilidad en la operación. Por lo tanto, son más económicos y robustos y existe una menor posibilidad de falla a altas velocidades. Tomando en consideración todas las ventajas anteriores y debido a su disponibilidad desde pequeña a alta potencia, el motor de inducción se ha convertido en la máquina eléctrica más utilizada. Sin embargo, la energía mecánica por lo general es requerida a velocidades variables, donde el control de velocidad para el motor de inducción no es una cuestión trivial [8].

La única manera efectiva de producir un accionamiento de un motor de inducción con velocidad variable se logra alimentándolo con tres voltajes de fase a frecuencia y amplitud variable. La frecuencia variable es requerida ya que la velocidad del rotor depende de la velocidad del flujo magnético rotatorio proporcionado por el estator. El voltaje variable es necesario ya que la impedancia del motor disminuye a baja frecuencia y por lo tanto la corriente debe ser limitada reduciendo el voltaje de alimentación [8,75,108].

Anteriormente a los inicios de la electrónica de potencia existían formas un tanto limitadas para el control de velocidad del motor de inducción. Una de ellas consistía en el cambio del número de pares de polos de la máquina. Sin embargo, para lo anterior es necesario tener un motor con varios devanados en el estator, lo cual lo hace más caro y sólo algunas velocidades discretas son posibles [8]. Otra alternativa disponible consistía

en conectar resistencias o reactancias en serie con los devanados del estator, pero este método oscurece las ventajas inherentes del motor de inducción e introduce pérdidas adicionales [8]. Adicionalmente se utilizaban cascadas asíncronas y síncronas para recuperar la energía del deslizamiento en máquinas de inducción con rotor devanado (en algunas aplicaciones se siguen usando). Sin embargo, este tipo de esquemas tienen asociados un factor de potencia pequeño en la línea, un control de velocidad no reversible y requieren de un método de arranque por separado [8,9].

Con los avances en la tecnología de semiconductores en los últimos años, las condiciones requeridas para desarrollar un accionamiento adecuado para el motor de inducción han mejorado notablemente. Entre otras, estas condiciones son la disminución en el costo y un mejor desempeño de los dispositivos de electrónica de potencia y la posibilidad de implementar algoritmos complejos con el uso de nuevos microprocesadores [76,89]. Sin embargo, el desarrollo de métodos adecuados para el control del motor de inducción, en contraste con su simplicidad mecánica, se ve afectado por su estructura matemática compleja (multivariable y no lineal) [8].

Durante los últimos años varias estrategias para el control del motor de inducción han sido desarrolladas. Entre las más importantes destacan:

- El Control Escalar
- El Control por Campo Orientado (FOC, *Field Oriented Control*)
- El Control Directo del Par (DTC, *Direct Torque Control*)

Los accionamientos tipo FOC y DTC están gozando de una gran popularidad y aceptación. Sin embargo, los problemas asociados a los esquemas convencionales de este tipo de métodos motivan la investigación para modificarlos y para proponer nuevas alternativas para el control de los motores de inducción. A continuación se describen las características más importantes de los métodos anteriores y se introduce uno que puede exhibir gran potencial en su aplicación a máquinas eléctricas.

### **1.1.1. El Control Escalar**

El Control Escalar, como su nombre lo indica, se enfoca únicamente al control de la variación en magnitud de las variables de control sin tomar en cuenta el efecto de acoplamiento en la máquina. Por ejemplo, el voltaje de la máquina puede ser controlado para controlar el flujo magnético y la frecuencia (o el deslizamiento) puede ser controlada para controlar el par. Sin embargo, el flujo y el par también son funciones de la frecuencia y voltaje, respectivamente [8,9].

Este método de control, a pesar de ser uno de los más simples, ha sido muy diseminado en las aplicaciones industriales. El Control Escalar actúa al imponer una relación constante entre el voltaje de alimentación en terminales de la máquina y la frecuencia síncrona para lograr el control del flujo del entrehierro. Lo anterior permite trabajar en la zona de par constante o de potencia constante del motor de inducción. De hecho, es posible un control de la velocidad al variar dicha relación. Su estructura es

muy simple y normalmente puede ser utilizado en lazo abierto, evitando la incorporación de un sensor de velocidad [8,101,108].

A pesar de que este tipo de control es muy simple de implementar, su desempeño representa la mayor desventaja [8]. El efecto inherente de acoplamiento ocasiona un pobre desempeño, reflejado en respuestas transitorias indeseables y lentas. Este método de control no alcanza una buena precisión en las respuestas de velocidad y de par, principalmente debido a que el flujo del estator y el par no son controlados directamente. Adicionalmente, al hacer uso de aproximaciones matemáticas en su algoritmo y desprestigiar las caídas de tensión en la máquina, a bajas velocidades el par no es suficientemente grande para vencer la inercia (que depende de la carga). Por lo tanto, es necesario alimentar un voltaje de compensación adicional, el cual es variable debido a las diferentes cargas [62].

Todas las desventajas anteriores se reflejan en una gama de velocidades limitadas y una pobre respuesta en el par electromagnético. Más aun, un sistema bajo Control Escalar es muy sensible a desintonizarse. Por lo tanto, la utilización del motor de inducción en los sistemas donde se exigían elevadas prestaciones dinámicas era muy limitada [8,62].

### 1.1.2. El Control por Campo Orientado

Durante los años 70s surge en Alemania el Control Vectorial o Control por Campo Orientado (FOC, *Field Oriented Control*) con los trabajos de Blaschke [6,7] y Hasse [34]. De esta manera se inicia una nueva etapa en el control no sólo del motor de inducción sino también de otros tipos de máquinas rotatorias de CA. De hecho, se logra implementar por primera vez un tipo de control del motor de inducción con características y desempeños similares a los alcanzados con la máquina de CD. Así, el control de este tipo de motores comienza a tener una gran importancia para el desarrollo de accionamientos de alto desempeño. El resultado es la sustitución de los motores de CD tanto en altas como en bajas velocidades [8,9,108].

Los esquemas FOC logran un buen comportamiento dinámico en un amplio rango de velocidades [8]. El objetivo es logrado mediante la orientación del flujo magnético en un marco de referencia rotatorio, el cual requiere el conocimiento de la posición y magnitud del vector de flujo. Con el modelo del motor de inducción obtenido y retroalimentando la velocidad del rotor es posible lograr el desacoplamiento de la corriente del estator en dos componentes que son controlables independientemente: la responsable de la producción del flujo magnético (canal  $d$ ) y la del par electromagnético (canal  $q$ ). El resultado es la posibilidad de implementar el control de la máquina con un comportamiento dinámico equiparable al alcanzado en las de CD con excitación separada, donde los componentes de par y de flujo se encuentran naturalmente desacoplados debido al conmutador [107,108].

El problema fundamental del Control Vectorial consiste en determinar la posición del flujo magnético [8]. Esencialmente, existen dos métodos:

- *Método Directo o de Retroalimentación.* Fue desarrollado por Blaschke [6,7]. Se emplean sensores de flujo o modelos para calcular la magnitud y posición del vector de flujo del rotor y de esta forma realizar su orientación en un sistema de coordenadas ortogonales y rotatorias.
- *Método Indirecto o de Anteaalimentación.* Fue desarrollado por Hasse [34]. Se emplea la velocidad de deslizamiento para obtener la posición del vector flujo del rotor y realizar su orientación.

En cualquiera de los dos métodos es necesario realizar correctamente la orientación del vector de flujo (o dicho de otra forma, el cálculo adecuado del vector unitario). Si no existe la orientación adecuada ocurre una degradación del control de velocidad y par del motor [8,9].

Entre las principales ventajas del FOC, se tiene un buen control de la velocidad y no se requieren voltajes de compensación. Sin embargo, la principal desventaja recae en la presencia de un algoritmo complejo (demandante de una alta capacidad computacional) que es sumamente sensible a variaciones paramétricas de la maquina [51,86]. Además, en el esquema tradicional es necesario tener siempre una retroalimentación, por lo que se requiere de un sensor de velocidad [108]. Otras dificultades son encontradas si se usan controladores de histéresis de corriente, como una frecuencia de conmutación del inversor variable [74].

En la actualidad los accionamientos tipo FOC son ampliamente usados en la industria y gozan de un éxito considerable [8,18]. Sin embargo, la demanda de un buen desempeño y la alta sensibilidad a variaciones paramétricas ha llevado a la investigación y aplicación de otras estrategias de control.

### **1.1.3. El Control Directo del Par**

La evolución de los accionamientos eléctricos empleando el método de Control Directo del Par (DTC, *Direct Torque Control*) fue iniciada con los trabajos de Takahashi [99] y Depenbrock [17] en los años 80s. El DTC ha emergido como una alternativa a las máquinas FOC. El concepto básico del DTC es el de controlar simultáneamente tanto el flujo magnético del estator como el par electromagnético producido por el motor de inducción. Esto se lleva a cabo mediante una selección adecuada de los estados de conmutación del inversor, representados por vectores espaciales de voltaje. La selección se realiza para restringir los errores del flujo y par dentro de sus respectivas bandas de histéresis y de esta manera poder obtener respuestas instantáneas del par, baja frecuencia de conmutación y bajas pérdidas por armónicas [107].

El esquema básico de control es realizado en dos etapas que son implementadas por medio de tablas. La primera se realiza empleando dos bandas de histéresis, una para el par y la otra para el flujo del estator. En esta etapa se tiene que seleccionar un vector de voltaje que cumpla con las condiciones de par y de flujo. El vector de voltaje relativo es seleccionado con dos posibles estados para el flujo del estator y tres posibles estados para el par. La segunda etapa es realizada después de calcular el vector relativo de voltaje. En ella se tiene que tomar en cuenta la posición del vector de flujo

del estator para seleccionar el vector de voltaje de salida que es enviado al inversor [30,33,107].

En resumen el par electromagnético puede modificarse rápidamente al controlar el vector de flujo del estator, mismo que se ajusta mediante el uso de un vector espacial de voltaje apropiado generado por el inversor que alimenta al motor. Este principio es el que le da el nombre a esta estrategia ya que como se ve, el flujo y par son controlados directamente por el voltaje aplicado al motor [30].

Las principales características del DTC son el control directo del flujo y el par, el control indirecto de las corrientes y voltajes de estator, flujos y corrientes de estator aproximadamente senoidales y un alto desempeño dinámico [33].

Las principales ventajas asociadas al DTC son la ausencia de una transformación de coordenadas entre un marco de referencia estacionario y uno síncrono [83], la ausencia de un bloque de modulación, una estructura relativamente sencilla y un tiempo de respuesta de par mínimo (mejor que en FOC). Este método logra el desacoplamiento del motor de inducción en base al control encendido–apagado, el cual es transmitido a través de una tabla de selección para realizar la conmutación de los semiconductores del inversor. De esta forma, el algoritmo de control se ve simplificado notablemente. Adicionalmente, se ha demostrado en la literatura que el par y el flujo pueden ser controlados sin el uso de lazos de corriente al emplear el DTC (normalmente se hace uso de lazos de voltaje y de un VSI) [107]. Más aun, no es necesario tener información sobre la velocidad, por lo que el uso de sensores de velocidad es eliminado. Para tal efecto se hace uso de estimadores de velocidad [101].

A pesar de que las ventajas y características anteriores resultan sumamente atractivas, una de las mayores desventajas del DTC es la variación impredecible de la frecuencia de conmutación en el inversor. Este problema se presenta ya que la frecuencia varía de acuerdo a los parámetros de los controladores y a la velocidad con la que el motor esté operando (aún cuando los anchos de banda de los controladores de histéresis utilizados tengan valores constantes). Como consecuencia, el ancho de la banda de histéresis debe tener un valor lo suficientemente grande para limitar la frecuencia de conmutación por debajo del nivel fijado por las restricciones térmicas de los dispositivos de potencia. Lo anterior afecta directamente la trayectoria del vector de flujo del estator, que a su vez ocasiona una mayor distorsión armónica en las señales de corriente eléctrica [30,33,85,88,90,94,107].

Otro problema en el DTC es que existen caídas intermitentes en el flujo del estator. Esto se debe a que no se tiene un vector de voltaje que compense el error del flujo y par en el instante en el que el vector de flujo del estator cambia de un sector a otro. Lo anterior ocasiona una distorsión indeseable en las señales de corriente y de par. El problema empeora aun más cuando la máquina opera en bajas velocidades y en el arranque. Adicionalmente, es necesario el usar estimadores de par y de flujo y se tiene un número limitado de vectores de voltaje [30,107].

En la actualidad los accionamientos tipo DTC han sido recibidos satisfactoriamente en la industria y existen numerosos esfuerzos de investigación para contrarrestar las desventajas halladas en el esquema original.

### 1.1.4. El Diseño por Canales Individuales

En los años 90s en el Reino Unido surge un nuevo marco de trabajo para sistemas de control multivariable, conocido como Diseño por Canales Individuales (ICD, *Individual Channel Design*) [57]. Se basa en el análisis de la Función de Estructura Multivariable (MSF, *Multivariable Structure Function*) y en un proceso de diseño claro y transparente que permite la obtención de diseños de control multivariable robustos y sencillos. ICD permite el análisis y síntesis de sistemas de control multivariables aplicando técnicas de Control Clásico basadas en diagramas de Bode y Nyquist [59,60].

En resumen, ICD es un marco de trabajo analítico que permite investigar el potencial y limitaciones para el diseño de cualquier sistema de control multivariable lineal e invariante en el tiempo. A pesar de que ICD es en principio una estructura de retroalimentación basada en controles diagonales, puede ser aplicado a cualquier sistema multivariable acoplado [58]. Se basa en la definición de canales de transmisión individuales. En este contexto el diseño de control es un proceso interactivo que involucra las especificaciones requeridas, las características de la planta y el proceso de diseño multivariable mismo. Una vez que los canales han sido definidos es posible formar un lazo retroalimentado con un controlador diseñado específicamente para satisfacer especificaciones. De esta forma, el problema de diseño del controlador multivariable se reduce al diseño de controles de una-entrada una-salida para cada canal [55].

Por extrañas razones ICD no es muy conocido a pesar de que es posible diseñar sistemas de control simples y altamente efectivos [64]. Posiblemente lo anterior se debe a que algunos resultados han sido de naturaleza confidencial. Sin embargo, ICD ha sido reportado en algunas estrategias de control relacionadas con redes de potencia de pequeña escala [24] y de generación distribuida [25], submarinos [63,65], en procesos de combustión [47], industria automotriz e industria aeroespacial [1,2,23,69,70,91]. El proceso de ICD involucra la investigación de las capacidades del sistema y los requerimientos mínimos para lograrlas, haciendo posible el satisfacer las especificaciones de diseño (robustez y desempeño) y evitando controladores innecesariamente sofisticados. Adicionalmente, en este marco de trabajo las características dinámicas de la estructura de la planta (el motor de inducción, en este caso) son claras [56,57].

En realidad ICD **nunca** ha sido utilizado para controlar máquinas eléctricas. Sin embargo, debido a algunas características asociadas a la estructura dinámica *benigna* del motor inducción, la aplicación de ICD es factible independientemente de que la planta sea no lineal y acoplada. Considerando un modelo dinámico del motor de inducción en un marco de referencia estacionario, ICD puede ser utilizado para el control del subsistema eléctrico [68], como se estudiará posteriormente. De hecho, la estrategia de control propuesta en este trabajo de investigación se basa medularmente en el análisis de la MSF asociada al motor de inducción y en la explotación de las características del lazo cerrado del subsistema eléctrico.

## **1.2. Objetivos de la Tesis**

- Proponer la aplicación de una **nueva estructura de control** que permita un buen desempeño en el desarrollo del par electromagnético y la velocidad de un motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla a través de la utilización de controles basados en el Control Clásico, la Función de Estructura Multivariable y el Diseño por Canales Individuales.
- Evaluar la robustez del sistema de control.
- Investigar y proponer una arquitectura efectiva y sencilla al mismo tiempo.
- Mediante el empleo de técnicas de simulación digital, analizar el comportamiento del esquema de control propuesto bajo distintas condiciones de operación y de variaciones paramétricas y de esta manera determinar la factibilidad de su implementación.

## **1.3. Justificación**

Al hacer uso de ciertas estrategias de control para motores de inducción existen algunos problemas asociados a ellas. En particular, los problemas inherentes al FOC y al DTC, expuestos anteriormente, justifican la investigación de nuevas estrategias que permitan mejorar el desempeño del sistema de control bajo distintas condiciones de operación. A pesar de que se han hecho modificaciones a los esquemas originales que mejoran el desempeño del sistema de control, muchas de ellas elevan sustancialmente su complejidad y costo. Por lo tanto, en este trabajo se propone un novedoso esquema donde se aprovechen las ventajas del Diseño por Canales Individuales y el análisis de la Función de Estructura Multivariable. Adicionalmente, se analiza si es conveniente y factible su implementación con la finalidad de crear una alternativa a las estrategias existentes.

## 1.4. Descripción del Problema

La mayor parte de la energía eléctrica generada en la actualidad es convertida a energía mecánica mediante el uso de motores eléctricos. De ellos, el más popular por sus características y la diversidad de aplicaciones en las que es utilizado es el motor de inducción [48]. Gracias a la gran investigación y esfuerzos de desarrollo en el área de electrónica de potencia y a la implementación de convertidores, el control de la velocidad y del par de un motor de inducción ha hecho posible el crecimiento de la popularidad de esta máquina de CA [8,11,27].

El motor de inducción es descrito por modelos dinámicos complejos sujetos a variaciones paramétricas, por lo que su control no es sencillo. Esto se debe a que esta máquina de CA es multivariable, no lineal y acoplada [106]. Adicionalmente, es obligatorio el uso de convertidores que operen a frecuencia variable y con el menor contenido armónico posible. Aun más dificultades se hallan al tener que procesar las señales en presencia de armónicos [8]. Para resolver algunas de estas dificultades, los convertidores fuente de voltaje con modulación ancho de pulso (PWM, *Pulse Width Modulation*) han sido utilizados extensivamente. En este contexto, la técnica de control de corriente ha jugado el papel más importante. En los últimos años numerosas estrategias han sido desarrolladas. Aunque estas soluciones proporcionan un buen desempeño, aun siguen presentes problemas como error debido a estados transitorios, estimaciones y rizado debido a armónicos [8,38,43,74,106].

Independientemente de la problemática expuesta para el convertidor, con los grandes adelantos en los dispositivos electrónicos, el diseño y la implementación de accionamientos eléctricos para motores de inducción se está convirtiendo en un campo de investigación muy importante en áreas como electrónica de potencia, sistemas de control y máquinas eléctricas [8,74,87]. Ciertamente se han hallado resultados significativos en el control del motor de inducción, y esquemas como el FOC y el DTC son un ejemplo de esto.

Sin embargo, este tipo de métodos presentan algunos problemas y desventajas, como fue mencionado previamente. Por un lado, el FOC hace uso de un algoritmo complejo que es altamente sensible a variaciones paramétricas de la máquina [8,9,50,84,105]. Asimismo, el DTC tiene características indeseables, como una variación impredecible en la frecuencia de conmutación del inversor, rizado y distorsión en las señales de corriente eléctrica y par, problemas en el arranque y a bajas velocidades, la necesidad de altas frecuencias de muestreo debidas a los bloques de histéresis y un número limitado de vectores de voltaje para controlar el estado de conmutación del inversor [30,33,83,86,88,92,105].

Aunque se han hecho modificaciones a los esquemas originales del FOC y DTC, estos cambios incrementan el costo y la complejidad del sistema de control. Lo anterior se refleja en una mayor demanda de memoria y tiempo computacional para llevar a cabo simulaciones o su implementación. Como consecuencia, los problemas inherentes a estos esquemas nos llevan a proseguir la investigación hacia nuevas técnicas de control para los accionamientos eléctricos.

En este trabajo se propone un nuevo esquema de control para motores de inducción basado en el Control Clásico que sirva de alternativa a accionamientos que utilicen FOC y/o DTC. Se desea que el sistema de control tenga un desempeño satisfactorio en diferentes condiciones de operación y que cuente con una arquitectura efectiva y sencilla al mismo tiempo. Adicionalmente, se pretende *eliminar* o *disminuir* algunos de los problemas asociados a los esquemas originales de DTC y/o FOC, como lo son la frecuencia de conmutación variable del inversor, la alta sensibilidad a variaciones paramétricas, el rizado presente en las señales de salida, el control a bajas velocidades y en los arranques.

## 1.5. Estado del Arte

Para definir el estado del arte de este trabajo es importante diferenciar dos áreas importantes. Por un lado se tienen los trabajos y documentos relacionados con el Diseño por Canales Individuales y la Función de Estructura Multivariable, y por otro lado todo el gran desarrollo referente al control de motores de inducción y a la electrónica de potencia.

El uso de la electrónica de potencia en controladores de velocidad y par para motores de inducción es bien conocido y documentado [8,37,76,89].

Durante los años 70s surge en Alemania el Control Vectorial o Control por Campo Orientado con los trabajos de Blaschke [6,7] y Hasse [34]. De esta manera se inicia una nueva etapa en el control de las máquinas de CA. Posteriormente, la evolución de los accionamientos eléctricos empleando el método de Control Directo del Par (DTC, *Direct Torque Control*) fue iniciada con los trabajos de Takahashi [99] y Depenbrock [17] en los años 80s. De hecho, el control de motores de inducción, específicamente en cuanto a los esquemas convencionales del Control Directo de Par y del Control por Campo Orientado, se halla muy bien documentado en la literatura [8,9,44,62,74,75,83,101,107,108].

El Diseño por Canales Individuales surge en el Reino Unido con el trabajo de Leithead y O'Reilly en 1991 [57]. Un análisis detallado para el caso 2x2 es reportado en [59,60]. El caso general fue abordado por los mismos autores en [58]. Adicionalmente, estos mismos investigadores han desarrollado trabajos donde se describe el potencial de ICD, como en [55,56].

En realidad ICD es un marco de trabajo novedoso y la documentación relacionada a él es muy limitada. De hecho, ICD no es muy conocido. Posiblemente lo anterior se debe a que algunos resultados son de naturaleza confidencial. Sin embargo, se sabe que ha sido empleado en la industria naval, aérea y automotriz de Reino Unido y de Alemania, principalmente. A pesar de la poca información asociada al tema, ICD ha sido reportado en algunas estrategias de control relacionadas con redes de potencia de pequeña escala [24] y de generación distribuida [25], submarinos [63,65], en procesos de combustión [47], industria automotriz e industria aeroespacial [1,2,23,69,70,91]. Con el presente trabajo de investigación y otros proyectos desarrollados por el autor de esta tesis se espera dar a conocer gradualmente el enfoque proporcionado por ICD y la MSF [64,65,66,67,68,102,103,104,105].

Por otro lado, en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional se han abordado diferentes metodologías para el control de accionamientos de motores de inducción. Las investigaciones realizadas incluyen al Control Escalar [96], al Control por Campo Orientado [26], al Control Directo del Par [30,85,88,94] y al Auto-control Directo del Par [90]. En dichos trabajos se presentan algunas modificaciones realizadas a los esquemas convencionales de DTC y FOC para mejorar su desempeño, minimizar la variación de la frecuencia de conmutación del inversor, entre otras.

## 1.6. Aportaciones

Las aportaciones más importantes de este trabajo son:

1. El desarrollo de una nueva estrategia de control para motores de inducción caracterizada por su simplicidad, efectividad, robustez, y que puede ser una alternativa factible para los esquemas de control convencionales utilizados en la actualidad.
2. La aplicación del Diseño por Canales Individuales para el control de motores de inducción
3. El análisis riguroso de la estructura dinámica asociada al modelo.
4. La introducción de un posible proceso de diseño al aplicar el Diseño por Canales Individuales para controlar plantas de 2-entradas 2-salidas.
5. La demostración de que las dinámicas del subsistema eléctrico del motor de inducción ante variaciones en la velocidad del rotor son prácticamente lineales.
6. La validación por medio de simulaciones digitales de la estrategia de control propuesta.
7. Elaboración de programas y modelos computacionales para futuras investigaciones.
8. El análisis del marco teórico y computacional para posibles implementaciones futuras del sistema de control.

Los artículos publicados asociados al trabajo son:

- Licéaga–Castro, E.; Ugalde–Loo, C.E.; Ponce, P.; Licéaga–Castro, J. *Individual channel design control of an induction motor*. Congreso Nacional de Control Automático. AMCA, Ensenada, Baja California, México, 15–17 de octubre de 2003

- Ugalde–Loo, C.E.; E. Licéaga–Castro, E. *Un nuevo método para control multivariable retroalimentado: diseño por canales individuales*. 7mo Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, IPN SEPI–ESIME, Ciudad de México, México, 3–7 de noviembre del 2003.
- Ugalde–Loo, C.E.; Olguín. D.; Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J. *Un nuevo método para control de un generador síncrono: diseño por canales individuales*. 8vo Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, IPN SEPI–ESIME, Ciudad de México, México, 15–19 de noviembre del 2004.

Los artículos sometidos para publicación asociados al trabajo son:

- Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J.; Ugalde–Loo, C.E. *Beyond the Existence of Diagonal Controllers: from the Relative Gain Array to the Multivariable Structure Function*. **En revisión (ECC & CDC 2005)**.
- Licéaga–Castro, E., Licéaga–Castro, J.; Ugalde–Loo, C.E. *Efficient Submarine Depth Control*. **En revisión (IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005)**.
- Licéaga–Castro, E., Ugalde–Loo, C.E.; Licéaga–Castro, J.; Ponce, P. *An Efficient Controller for SV–PWM VSI Based on the Multivariable Structure Function*. **En revisión (ECC & CDC 2005, IEEE Transactions on Power Electronics, 2005)**.
- Licéaga–Castro, E., Ugalde–Loo, C.E.; Licéaga–Castro, J.; Ponce, P. *A Novel Control Strategy for Induction Motors Based on the Multivariable Structure Function*. **En revisión (ECC & CDC 2005, IEEE Transactions on Power Electronics, 2005)**.
- Ugalde–Loo, C.E.; Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J. *2x2 Individual Channel Design MATLAB® Toolbox*. **En revisión (ECC & CDC 2005)**.
- Ugalde–Loo, C.E.; Olguín. D.; Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J. *A novel control strategy for synchronous generators*. **En revisión (CCA 2005)**.

## **1.7. Estructura de la Tesis**

El presente trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera:

- El Capítulo 2 se centra en los fundamentos teóricos en los que se basa este proyecto de investigación. En particular, se hace una explicación rigurosa sobre ICD y la MSF pues constituyen la parte medular del sistema de control propuesto. Asimismo, se hace la justificación de su uso sobre otras estrategias de control. Se trata a detalle la representación en canales individuales de un sistema multivariable de 2–entradas 2–salidas bajo la acción de un controlador diagonal. En este capítulo también se presenta un posible proceso de diseño. Adicionalmente se realiza un estudio de la planta utilizando el enfoque geométrico de la Teoría de Sistemas de Control No Lineales y se demuestra que es posible extraer la misma información con un análisis adecuado de la MSF. Finalmente, se hace un análisis riguroso de la MSF asociada al motor de inducción.
- En el Capítulo 3 se presenta el esquema de control propuesto para el control del motor de inducción y se explican las características que lo hacen nuevo y diferente en comparación con las estrategias convencionales halladas en la literatura. Ahí se estudian cada una de las partes que forman parte de la estrategia de control y se justifica el uso de un controlador multivariable lineal para el motor de inducción. También se revisa el desempeño y robustez de los controladores diseñados en términos del dominio de la frecuencia. Adicionalmente, se llevan a cabo simulaciones digitales en el dominio del tiempo en las que se evalúa el desempeño del subsistema eléctrico con la presencia del VSI SV–PWM.
- En el Capítulo 4 se realizan algunas simulaciones digitales del sistema de control propuesto con la finalidad de validar su desempeño en el dominio del tiempo. Se muestran los resultados de las simulaciones bajo distintas condiciones de operación. Por último, estos resultados se analizan y se evalúan para determinar la factibilidad de la implementación del esquema de control propuesto.
- Finalmente, en el Capítulo 5 se muestran las conclusiones del trabajo, sus principales aportaciones y algunas recomendaciones para trabajos futuros. Al final de la tesis se hallan apéndices que proporcionan información detallada sobre el modelo matemático del motor de inducción, la simulación del motor de inducción en lazo abierto, el modelado y la simulación del convertidor y la técnica de modulación, la descripción de los modelos de simulación, así como algunas demostraciones matemáticas asociadas a ICD y la MSF.

## Capítulo 2

# LA FUNCIÓN DE ESTRUCTURA MULTIVARIABLE Y EL DISEÑO POR CANALES INDIVIDUALES

### 2.1. Introducción

La mayoría de los sistemas reales en la práctica son de múltiples–entradas múltiples–salidas (MIMO, *Multiple Inputs Multiple Outputs*). Existen ocasiones en las que los sistemas son desacoplados y se pueden agrupar las entradas y salidas en pares y tratarlas como si fueran problemas de una–entrada una–salida (SISO, *Single Input Single Output*). Sin embargo, casi todos los sistemas reales contienen varias variables que interactúan unas con otras. Obviamente, este tipo de interacciones son complejas de comprender y como consecuencia el diseño de sistemas de control es “*interesante*” y nada trivial. En este caso, no hay otra opción más que tratar el problema de diseño como un problema genuinamente multivariable [32].

Dentro del control multivariable o MIMO, en los últimos años se ha desarrollado un gran avance en nuevas técnicas y metodologías. El llamado Control Óptimo, basado en el trabajo de filtrado óptimo de Wiener en los años 40s, alcanzó madurez en los 60s como lo que actualmente es conocido como Control LQG (LQG, *Linear Quadratic Gaussian*) [97]. Su desarrollo coincidió con programas de investigación en Estados Unidos y en la ex Unión Soviética. Los problemas de control en los que se trataba de minimizar una función de costo (por ejemplo, el tiempo que dura un proceso, el error, las pérdidas, entre otras) podían ser muy bien definidos y fácilmente formulados como optimizaciones [42]. Sin embargo, debido a la carencia de modelos precisos los diseños en muchas ocasiones no fueron lo suficientemente robustos para ser usados en la práctica [97]. Existen muchos textos en la literatura donde este tipo de control se encuentra muy bien documentado [3,54,97,112].

Motivados por los resultados obtenidos con el control LQG, en los 80s se dio un giro significativo hacia la optimización  $H_\infty$  para lograr controladores robustos [97]. Este desarrollo se originó del trabajo de Zames [111], a pesar de que Helton [35] previamente hizo uso de una optimización  $H_\infty$  en un contexto ingenieril. Zames argumentaba que las pobres propiedades de robustez de LQG podían atribuirse al criterio integral en términos de la norma  $H_2$ . También criticó que la representación de las perturbaciones inciertas por medio de procesos como el ruido blanco era normalmente irreal [111]. En 1981, la revista *IEEE Transactions on Automatic Control* publicó un número especial en Sistemas de Control Lineal Multivariable. Un artículo en particular, el de Doyle y Stein [22] fue de gran importancia, pues versa sobre cómo lograr los beneficios de la retroalimentación en presencia de incertidumbre no estructurada. En él se introduce el uso de los valores singulares para el diseño de control multivariable. También, en ese documento los autores proponen que el *loop-shaping* tradicional debía ser realizado con un controlador que de antemano garantizara estabilidad. Para tal tarea, un controlador LQG podría ser usado si la parte de regulación era diseñada utilizando el procedimiento de “recuperación de sensibilidad” de Kwakernaak [53] para proporcionar propiedades de robustez adecuadas (en forma de márgenes de ganancia y de fase).

Mientras la teoría  $H_\infty$  (o teoría de Control Robusto) fue desarrollada se encontró un gran parecido con el control  $H_2$  (o LQG), específicamente en el proceso de solución [21,31]. Ciertamente, esta teoría ha abierto nuevas opciones para obtener mejores diseños y en la actualidad se encuentra muy bien documentada [14,16,20,36,71,77,97, 112]. Sin embargo, un paso clave bajo esta metodología es la selección de funciones de peso. Estas funciones se escogen para reflejar los objetivos de diseño y la influencia de perturbaciones y ruido sobre el sistema [20]. En la actualidad, una manera clara y apropiada para seleccionar un conjunto adecuado de funciones de peso aun no existe [112]. Adicionalmente, si existen demasiados objetivos de desempeño en algunas señales, la formulación del problema se vuelve tan compleja que el diseñador tiene poca influencia directa en el diseño [97].

Independientemente de que la teoría de control moderna posee herramientas muy poderosas para el diseño de sistemas de control, existe un problema asociado a ella [45,46,72]. Uno pensaría que en la práctica los controladores que son parte de un lazo cerrado de control pueden tolerar *cierta* incertidumbre en sus coeficientes (ya que la implementación de un controlador es sujeta a la imprecisión inherente a la conversión analógica–digital y digital–analógica y a la resolución finita de los instrumentos de medición) [32]. Esto significa que cualquier proceso de diseño útil debe generar un controlador que tenga un rango suficiente para el ajuste de sus coeficientes. Sin embargo, se han encontrado casos en los que el margen de estabilidad paramétrica de los controladores es muy pequeño, ocasionando que perturbaciones extremadamente pequeñas en los coeficientes del controlador (como al reducir la ganancia en una milésima) desestabilicen el lazo de control, lo cual es inaceptable en un sistema real [45,46]. En otras palabras, el controlador es *frágil*, así como lo es el sistema de control. Esta fragilidad se ve asociada a márgenes de ganancia y de fase muy pobres. Más aun, los diseños normalmente corresponden a controladores de muy alto orden (y por lo tanto, difíciles de implementar) [45,46]. En este caso, las regiones de estabilidad en el espacio de parámetros de este tipo de sistemas tienen “*huecos de inestabilidad*” y el algoritmo de optimización puede arrojar un controlador con parámetros cercanos a estos huecos, ya que no existe un margen con respecto al controlador en el proceso de

diseño mismo. Por lo tanto, el diseño transfiere sensibilidad desde la planta al controlador [45,46]. Cabe destacar que los resultados de [45] fueron obtenidos tomando diseños completamente documentados en la literatura, como en [5,15,20,29].

Otro problema está asociado a la teoría de control moderna surge cuando se consideran efectos de alta frecuencia [79]. Al aplicar directamente algunas técnicas es posible obtener un sistema complejo y sensible a variaciones paramétricas de la planta, a ruido en las señales de control y a perturbaciones aleatorias en las salidas [79]. Este tipo de problemas han sido enfrentados al llevar los diseños a sistemas prácticos, como en [3,4,42], pero no existe una solución general que permita lidiar con estos problemas de forma sistemática [79]. De hecho, algunos diseños para sistemas complejos como en pilotos automáticos para aviones que aparentemente cuentan con características de estabilidad adecuadas pueden inestabilizarse con facilidad [78,79].

Recientemente ha surgido una nueva alternativa para sistemas de control multivariable, conocido como Diseño por Canales Individuales (ICD, *Individual Channel Design*) [55–60]. Se basa en el análisis de la Función de Estructura Multivariable (MSF, *Multivariable Structure Function*) y en un proceso de diseño claro y transparente que permite la obtención de diseños de control multivariable robustos. A pesar de que ICD no es muy conocido, es posible diseñar sistemas de control simples y altamente efectivos [64]. Posiblemente lo anterior se debe a que algunos resultados son de naturaleza confidencial. Sin embargo, ICD ha sido reportado en algunas estrategias de control relacionadas con redes de potencia de pequeña escala [24] y de generación distribuida [25], submarinos [63,65], en procesos de combustión [47], industria automotriz e industria aeroespacial [1,2,23,69,70,91]. El proceso de ICD involucra la investigación de las capacidades del sistema y los requerimientos mínimos para lograrlas, haciendo posible el satisfacer las especificaciones de diseño (robustez y desempeño) y evitando controladores sofisticados innecesarios [55,64]. Adicionalmente, en el marco de trabajo aquí propuesto las características dinámicas de la estructura de la planta son claras [56,57].

Dentro del modelo del motor de inducción, ICD es utilizado para el control del subsistema eléctrico, descrito en el Apéndice A. El controlador obtenido es utilizado para controlar las señales de referencia de voltaje al inversor de potencia, que a su vez proporciona las señales de voltaje en las terminales del motor de inducción. Dentro de este contexto, en el presente capítulo se introducen los conceptos teóricos que fundamentan ICD y se discuten las ventajas que justificaron a escogerlo sobre otras técnicas de control multivariable. Como se mostrará posteriormente, el control obtenido, dadas sus características, permite simplificar el problema de control del subsistema mecánico y la estimación del ángulo del campo del rotor.

## 2.2. Justificación del uso del Diseño por Canales Individuales

En una tarea típica de control, el desempeño es normalmente especificado en términos de una respuesta de salida a una entrada dada. Mientras tanto, en el control multivariable, existen un número determinado de entradas y salidas y, a pesar de que no sea muy claro cuáles entradas específicamente deban accionar determinadas salidas, la tarea de diseño puede complicarse por el acoplamiento inherente a la dinámica de la planta. Sin embargo, es deseable el considerar entradas y salidas en pares para tener claridad tanto en las especificaciones de desempeño como de diseño [32]. Dicha situación es mostrada en la figura 2.1, donde  $\mathbf{G}$  es la planta y  $\mathbf{K}$  es el controlador. La entrada  $u_i$  es emparejada con la salida  $y_i$  de acuerdo a las especificaciones. De esta forma, un emparejamiento individual es llamado **canal**. Así, el canal  $C_i$  es el emparejamiento entre  $u_i$  y  $y_i$  [57], donde la referencia en lazo cerrado para el canal individual está dada por  $r_i$ .

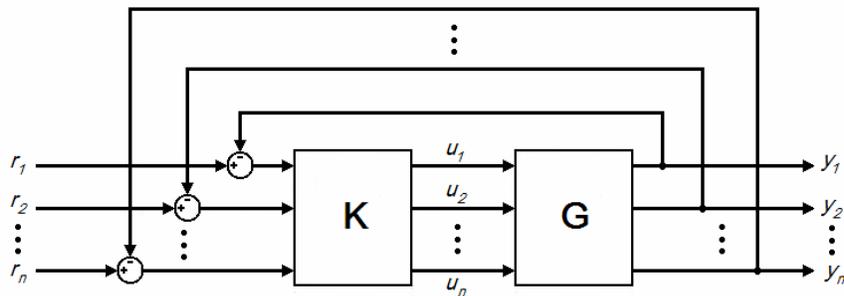


Figura 2.1. Sistema multivariable  $n \times n$ . Definición de canales

Cuando el acoplamiento es débil, la tarea de diseño se reduce a un conjunto de tareas de diseño SISO (una entrada una salida) y un controlador escalar puede ser diseñado por separado para cada canal. En este contexto, la metodología más apropiada es aplicar el análisis y diseño de Nyquist/Bode para cada canal.

Lo atractivo de la metodología de Nyquist/Bode para sistemas SISO es [19,32,55,81]:

- Simpleza, pues las características dinámicas de la planta, restricciones físicas y requerimientos de desempeño son incluidos en la metodología;
- Puede ser utilizada para analizar un sistema;
- Para una planta, el desempeño potencial alcanzable por el control de retroalimentación puede ser evaluado;

- Para una planta y un controlador independientemente del método de diseño de control, el desempeño en lazo cerrado puede ser inferido directamente del sistema en lazo abierto;
- Para una planta y un controlador independientemente del método de diseño de control, puede determinarse si el desempeño es restringido debido al diseño específico del controlador o debido a las características dinámicas de la planta.
- Puede ser utilizado para diseñar controladores;
- Para una planta y especificaciones de diseño dadas, un balance entre los objetivos de diseño puede ser ponderado directamente, las especificaciones de desempeño pueden ser alcanzadas y los posibles compromisos entre los objetivos pueden ser evaluados;
- Los objetivos de diseño incluyen: respuesta en estado estacionario, rechazo a perturbaciones, respuesta transitoria, protección de actuadores, estabilidad del sistema en lazo cerrado y robustez;
- Medidas aceptables de robustez son disponibles y medibles *in-situ* en forma de márgenes de ganancia y de fase.

En resumen, la metodología basada en Nyquist/Bode es transparente, flexible, evaluable y muy aplicable en el contexto de ingeniería. Bajo este contexto, es importante mencionar que varias características dinámicas de un sistema dominan su comportamiento dinámico. A éstas características se les conoce como la estructura del sistema. En los sistemas SISO, la estructura de la planta es definida por sus polos y ceros en el semiplano derecho (RHPP, *Right Hand Plane Pole*; RHPZ, *Right Hand Plane Zero*). La influencia de la estructura de la planta en el controlador es fácilmente entendible y el diseño de un controlador para la estabilización de la planta en lazo cerrado es directo [55,57].

Sería muy atractivo el poder aplicar lo anterior directamente a los canales (del sistema multivariable) no sólo cuando el acoplamiento sea débil sino bajo cualquier circunstancia, incluyendo cuando el acoplamiento sea significativo. Sin embargo, lo anterior implica algunos obstáculos importantes [55]:

- (i) La determinación de la influencia de la estructura del controlador en la planta;
- (ii) La aplicación de márgenes de ganancia y fase a sistemas multivariables;
- (iii) El gran número de funciones de transferencia individuales en la matriz del controlador,  $\mathbf{K}$ , y la determinación de un rol apropiado de cada una;
- (iv) El diseño de cada elemento individual de control aun cuando dependa de todos los demás elementos de la matriz de control.

En el caso de los sistemas multivariables, la estructura es definida no sólo por los RHPPs y RHPZs de la planta sino también por los RHPZs de los elementos individuales de la matriz de transferencia, la naturaleza del acoplamiento del sistema y el comportamiento asintótico (a baja y alta frecuencia) de la planta [57,58,71,84,97].

El **Diseño por Canales Individuales** es un marco de trabajo inspirado en el control clásico que permite la aplicación del análisis y diseño de Nyquist/Bode a sistemas multivariables bajo cualquier circunstancia de acoplamiento [1,2,23–25,47,48,55–60,63–70,91,92,102–105]. El sistema multivariable es representado por un conjunto equivalente de sistemas SISO. Cada sistema SISO es la transmitancia del canal en lazo abierto entre la referencia  $r_i$  y la salida  $y_i$  con el lazo de retroalimentación entre  $y_i$  y  $r_i$  abierto pero con todos los demás lazos de retroalimentación cerrados para cierto valor de  $i$ . Tal representación para sistemas multivariables ha sido considerada en numerosas ocasiones previamente. Sin embargo, lo que es particular a ICD es que las transmitancias de los canales SISO son reformuladas para hacer explícito el rol de la estructura de la planta. Los aspectos significativos de dicha estructura son encapsulados en **Funciones de Estructura Multivariables** escalares, a las cuales las transmitancias del canal son relacionadas de una manera simple. La naturaleza multivariable de la planta original es preservada en los sistemas SISO equivalentes a través de las MSFs **sin pérdida de información** [55,57,58].

Si se asume un controlador diagonal, el obstáculo (iii) es librado. Si los diagramas de Nyquist de las MSFs pasan lejos del punto  $(1,0)$ , el obstáculo (ii) es también librado (los márgenes de ganancia y fase son medidas de robustez en lazo cerrado). Un análisis adecuado de las MSFs permite librar el obstáculo (i). Cuando la incertidumbre en la planta es tal que su estructura no es fija, algunas plantas nominales para cada posible estructura deben satisfacer algunas condiciones simples de baja frecuencia. La visión propuesta por ICD permite eliminar el obstáculo (iv) para varias plantas [55]. El que controladores diagonales simples puedan satisfacer las especificaciones de diseño está en función de la estructura de la planta. Para aquéllos que es posible se dice que tienen una estructura **benigna** y para aquéllos que no lo es se dice que tienen un estructura **pobre** [57]. Las plantas con estructura pobre son identificadas a partir de las MSFs. En si, ICD no es una técnica de diseño específica, sino un número de técnicas de diseño que fueron investigadas y que son apropiadas dentro del contexto. Por ejemplo, cuando una planta tiene una estructura pobre, es posible utilizar control por antealimentación (*feedforward*) para mejorarla. Por todo lo anterior, las restricciones iniciales son eliminadas y el ICD puede ser aplicado a cualquier planta [55,57,58].

Entonces, ICD es un marco de trabajo analítico bajo el cual es posible investigar el potencial y las limitaciones para el diseño retroalimentado de cualquier sistema de control multivariable lineal e invariante en el tiempo. A pesar de que ICD es en principio una estructura retroalimentada basada en controles diagonales, puede ser aplicada en cualquier sistema multivariable acoplado independientemente del grado de acoplamiento [64]. Se basa en la definición de canales de transmisión individuales. En este contexto, el diseño de control bajo ICD es un proceso interactivo que involucra las especificaciones requeridas, las características de la planta y el proceso de diseño multivariable retroalimentado mismo. En general, los canales de entrada–salida surgen de las especificaciones de diseño. Una vez que son definidos es posible formar un lazo retroalimentado con un compensador diseñado especialmente para cumplir con las especificaciones. De esta forma, el problema de control multivariable se reduce al diseño de controladores SISO para cada canal. Otro aspecto importante de ICD es que

la influencia de los ceros de transmisión en el diseño de control y en el desempeño en lazo cerrado es claramente revelada [55,57,58].

Han existido muchos intentos previos para extender los métodos del control clásico al control multivariable, *i.e.* *Sequential Return Difference* [40], *Direct/Inverse Nyquist Array* [93] y *Quantitative Feedback Theory* [39]. Adicionalmente a constituir un **marco de trabajo de análisis y diseño general y no un método de diseño**, los aspectos de ICD que lo diferencian de los anteriores son el énfasis en la estructura y el desarrollo de funciones escalares simples que proporcionan los aspectos estructurales de la planta. Asimismo, las condiciones para las cuales los márgenes de ganancia y fase sean medidas de robustez han sido establecidas. Otra diferencia radica en el uso de antealimentación (*feedforward*) y no en el uso de pre(post) compensación de la planta para mejorar su estructura [55].

### 2.3. Representación del Sistema Multivariable en Canales Individuales

Como el subsistema eléctrico es un sistema multivariable de 2–entradas 2–salidas (donde las entradas son los voltajes  $\alpha$ – $\beta$  del estator y las salidas las corrientes  $\alpha$ – $\beta$  del estator), la representación del sistema en canales individuales es basada en este tipo de sistemas. La generalización para sistemas de  $m$ –entradas  $m$ –salidas puede hallarse en [58]. El diseño de un sistema de control  $4 \times 4$  puede encontrarse en [70] y uno de  $3 \times 3$  en [2].

Sea una planta de 2–entradas 2–salidas

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{u}(s) \quad (2.1)$$

representada por

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

donde  $\mathbf{G}(s)$  representa la matriz de transferencia del sistema  $2 \times 2$  y está formada por funciones de transferencia escalares  $g_{ij}(s)$ ,  $y_i(s)$  representa las salidas y  $u_i(s)$  las entradas, con  $i = 1, 2$ . Si se asume un controlador diagonal, dado por

$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{K}(s)\mathbf{e}(s) \quad (2.3)$$

$$\begin{bmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}(s) & 0 \\ 0 & k_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(s) \\ e_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

con  $e_i(s) = r_i(s) - y_i(s)$ , donde  $r_i(s)$  representa las referencias a la planta, el sistema en lazo cerrado puede representarse de acuerdo a la figura 2.2.

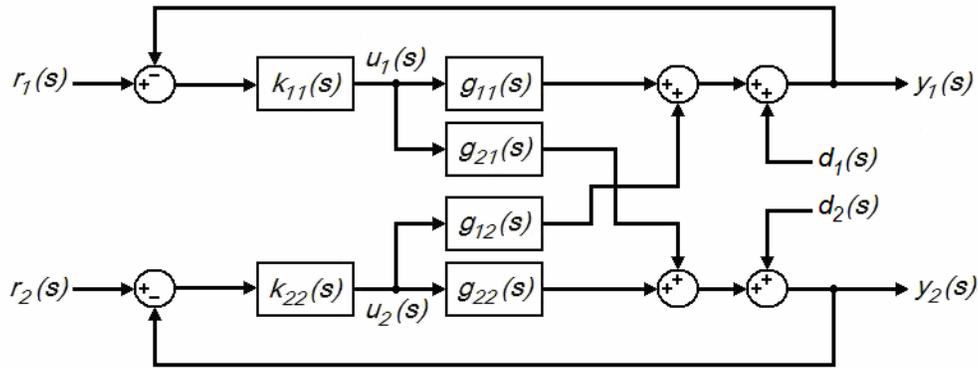


Figura 2.2. Sistema multivariable 2x2 con controlador diagonal

Lo anterior resulta en un lazo multivariable retroalimentado donde una entrada  $u_i(s)$  y una referencia  $r_i(s)$  pueden ser asignadas a cada una de las salidas  $y_i(s)$  ( $i = 1, 2$ ) del proceso. Cada controlador  $k_{ii}(s)$  utiliza la información de salida  $y_i(s)$  y el valor de referencia  $r_i(s)$  para proporcionar la señal de control  $u_i(s)$ . Nótese que la planta está sujeta a la perturbación externa  $d_i(s)$ . Bajo estas suposiciones es posible representar el lazo de control multivariable en dos sistemas SISO, cada uno consistente de un canal  $C_i(s)$ . Para el sistema multivariable descrito por (2.1)–(2.4), la respuesta del sistema en lazo cerrado de los canales con respecto a las referencias está dada por [55]

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I} + \mathbf{GK})^{-1} \mathbf{GK} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_1(s)}{1 + C_1(s)} & \frac{g_{12}(s) h_2(s)}{g_{22}(s) (1 + C_1(s))} \\ \frac{g_{21}(s) h_1(s)}{g_{11}(s) (1 + C_2(s))} & \frac{C_2(s)}{1 + C_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

donde

$$C_i(s) = k_{ii}(s) g_{ii}(s) (1 - \gamma_a(s) h_j(s)) \quad (2.6)$$

es la función de transferencia SISO de lazo abierto del canal,

$$\gamma_a(s) = \frac{g_{12}(s) g_{21}(s)}{g_{11}(s) g_{22}(s)} \quad (2.7)$$

se define como la **Función de Estructura Multivariable**, MSF, que describe el acoplamiento interno de la planta,

$$h_j(s) = \frac{k_{jj}(s) g_{jj}(s)}{1 + k_{jj}(s) g_{jj}(s)} \quad (2.8)$$

describe el impacto del controlador  $k_{ij}$  en el  $i$ -ésimo lazo de control (con  $i \neq j$ ) y

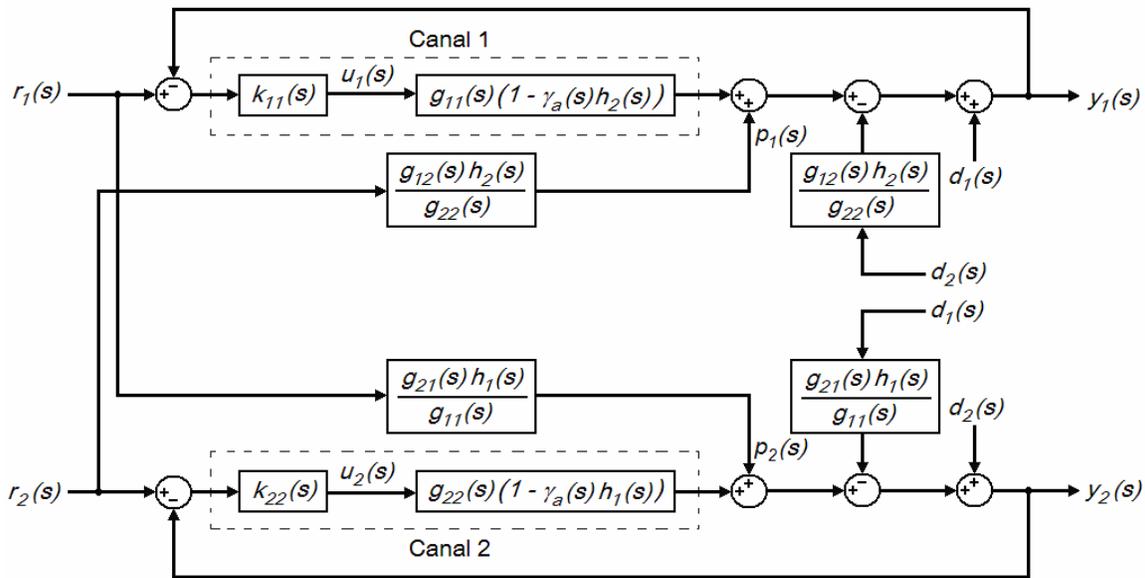
$$p_i(s) = \frac{g_{ij}(s)}{g_{jj}(s)} h_j(s) r_j(s) \quad (2.9)$$

representa la influencia del  $j$ -ésimo canal en el  $i$ -ésimo canal, o dicho de otra forma, la interacción o acoplamiento entre los canales.

Similarmente, la respuesta del sistema en lazo cerrado de los canales con respecto a las perturbaciones externas está dada por

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+C_1(s)} & -\frac{g_{12}(s) h_2(s)}{g_{22}(s) 1+C_1(s)} \\ -\frac{g_{21}(s) h_1(s)}{g_{11}(s) 1+C_2(s)} & \frac{1}{1+C_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(s) \\ d_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Las demostraciones de (2.5) y (2.10) pueden encontrarse en el Apéndice C. Las ecuaciones (2.5)–(2.10) permiten representar el sistema como se muestra en la figura 2.3. Ahí puede apreciarse que el problema multivariable se reduce a dos canales SISO, cada uno de ellos encerrado dentro de un lazo de retroalimentación con un controlador. Dicho controlador debe ser diseñado para cumplir con las especificaciones asociadas a cada canal. No obstante, cada canal está sujeto a las perturbaciones  $d_i(s)$ ,  $d_j(s)$  y al acoplamiento  $p_i(s)$ . Por lo tanto, el comportamiento será afectado no sólo por el controlador del canal mismo, sino también por el comportamiento del otro canal. De esta forma, es claro que la representación anterior es equivalente al sistema original multivariable y que no hay pérdida de información alguna.



**Figura 2.3.** Sistema multivariable 2x2 con controlador diagonal representado en canales individuales

Es posible mostrar que para estabilizar la respuesta en lazo cerrado (2.5) es tan solo necesario estabilizar los canales  $C_i(s)$  [58,59,65]. En otras palabras, si  $k_{ii}(s)$  estabiliza el canal (2.6), también estabilizará la respuesta en lazo cerrado (2.5). Para llevar a cabo la demostración de la proposición anterior, primero considérese que cada salida  $y_i(s)$  del lazo cerrado descrito en (2.5) está dada en la forma

$$y_i(s) = R_i(s)r_i(s) + P_i(s)Q_i(s)r_j(s) \quad (2.11)$$

donde

$$R_i(s) = \frac{C_i(s)}{1 + C_i(s)} \quad (2.12)$$

$$P_i(s) = \frac{1}{1 + C_i(s)} \quad (2.13)$$

$$Q_i(s) = \frac{g_{ij}(s)h_j(s)}{g_{jj}(s)} \quad (2.14)$$

tal que  $i, j = 1, 2$  con  $i \neq j$ . El siguiente resultado, el cual fue originalmente reportado en [59], se incluye por completéz y define una propiedad importante de los controladores diagonales.

**Proposición 1.** Considérese el sistema en lazo cerrado definido por (2.11), donde los canales están dados por (2.6) y  $\mathbf{K}(s) = \text{diag} [k_{11}(s), k_{22}(s)]$  es un controlador diagonal. Si  $k_{ii}(s)$  estabiliza  $R_i(s)$  y las referencias  $r_i(s)$  y  $r_j(s)$  están acotadas, entonces  $k_{ii}(s)$  también estabiliza la salida del canal en lazo cerrado  $y_i(s)$ , donde  $i, j = 1, 2$  con  $i \neq j$ .

**Demostración:** Apéndice C. ■

Asumiendo que la planta es genuinamente multivariable, *i.e.*  $\gamma_a(s) \neq 0$ , y de acuerdo a la **Proposición 1** y a las ecuaciones (2.5) y (2.10), el desempeño dinámico y el rechazo a perturbaciones de la respuesta  $y_i(s)$  pueden ser caracterizados enteramente por la transmitancia (o canal)  $C_i(s)$ , es decir [55]:

- Para entradas de referencia estables y perturbaciones,  $y_i(s)$  es estable si  $C_i(s)/(1+C_i(s))$  es estable.
- Para la referencia  $r_i(s)$ , el desempeño del seguimiento de  $y_i(s)$  es indicado por  $C_i(s)/(1+C_i(s))$ .
- Para la referencia  $r_j(s)$ ,  $i \neq j$ , (debido a  $g_{ij}(s)h_j(s)/g_{jj}(s)$ ,  $i \neq j$ ), el rechazo al acoplamiento  $p_i(s)$  en  $y_i(s)$  es indicado por  $1/(1+C_i(s))$ .
- Para la perturbación  $d_i(s)$ , el rechazo a la perturbación en  $y_i(s)$  es indicado por  $1/(1+C_i(s))$ .
- Para la perturbación  $d_j(s)$ ,  $i \neq j$ , (debido a  $g_{ij}(s)h_j(s)/g_{jj}(s)$ ,  $i \neq j$ ), el rechazo a la perturbación en  $y_i(s)$  es indicado por  $1/(1+C_i(s))$ .

Por lo tanto, dado un controlador diagonal, las transmitancias  $C_i(s)$ ,  $i = 1, 2$ , pueden ser utilizadas para evaluar el desempeño dinámico logrado por el controlador, donde los parámetros en el dominio de la frecuencia como las frecuencias de corte de  $C_i(s)$  y los anchos de banda de  $C_i(s)/(1+C_i(s))$  conservan su significado. Para que un diseño rechace perturbaciones externas y el acoplamiento de un canal a otro, es necesario

mantener la función de sensibilidad  $1/(1+C_i(s))$  pequeña sobre un rango amplio de frecuencias, sobre todo en aquellas en las que las perturbaciones y el acoplamiento sean dominantes [81,97,112].

Nótese que  $C_i(s)$  es tan sólo la transmitancia en lazo abierto del canal  $i$ , esto es, la transmitancia entre la entrada  $i$  y la salida  $i$  con el lazo de retroalimentación entre la salida  $i$  y la entrada  $i$  abierto pero los otros lazos de retroalimentación cerrados. Al analizar los canales en lazo abierto dados por (2.6), los requerimientos en las ganancias de los controladores pueden ser evaluados.

## 2.4. La Estructura Dinámica

En un sistema SISO estable y de fase mínima, las únicas restricciones existentes en el desempeño dinámico del sistema en lazo cerrado son aquellas que surgen de la incertidumbre de la planta y la capacidad del actuador. Cuando la planta posee RHPPs y RHPZs, el desempeño del sistema en lazo cerrado se ve dramáticamente limitado. La ganancia del sistema en lazo abierto debe ser mayor que uno en la región de frecuencias de los RHPPs pero menor a uno en la región de frecuencias de los RHPZs. De esta forma, la naturaleza del controlador y el comportamiento dinámico del sistema en lazo cerrado se ven influenciados invariablemente por la estructura de la planta [57].

En el caso multivariable, la naturaleza de las ganancias del controlador diagonal,  $k_{ii}(s)$ , se ven influenciadas por la estructura de las transmitancias de los canales escalares  $C_i(s)$  dados por (2.6) de la misma manera que en el caso SISO [55,59]. De esta forma, la estructura dinámica de los canales en lazo abierto asumiendo un controlador diagonal y que no existen cancelaciones polo-cero en  $\gamma_a(s)$  o entre  $g_{ii}(s)$  y  $(1-\gamma_a(s)h_j(s))$  se resume en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1. Estructura dinámica de los canales en lazo abierto**

Canal	Ceros	Polos
$C_1(s)$	Ceros de $(1-\gamma_a(s)h_2(s))$	Polos de $g_{11}(s)$ , $g_{12}(s)$ , $g_{21}(s)$ , $h_2(s)$
$C_2(s)$	Ceros de $(1-\gamma_a(s)h_1(s))$	Polos de $g_{22}(s)$ , $g_{12}(s)$ , $g_{21}(s)$ , $h_1(s)$

La derivación de la Tabla 2.1 se obtiene de (2.6), (2.7) y (2.8). En la ecuación (2.7) puede observarse que los polos de  $g_{12}(s)$  y  $g_{21}(s)$  y los ceros de  $g_{11}(s)$  y  $g_{22}(s)$  son los polos de  $\gamma_a(s)$ . Sin embargo en el caso de  $C_1(s)$ , los ceros de  $h_2(s)$  en la ecuación (2.8) incluyen los ceros de  $g_{22}(s)$  pero no los de  $g_{11}(s)$ , que en este caso son polos de  $(1-\gamma_a(s)h_2(s))$  y cancelarán los ceros de  $g_{11}(s)$  antes del paréntesis. Por lo tanto, los ceros de  $g_{11}(s)(1-\gamma_a(s)h_2(s))$  son los ceros de  $(1-\gamma_a(s)h_2(s))$  y los polos de  $g_{11}(s)(1-\gamma_a(s)h_2(s))$  son los polos de  $g_{11}(s)$ ,  $g_{12}(s)$ ,  $g_{21}(s)$  y  $h_2(s)$ . La estructura de  $C_2(s)$  se obtiene de forma similar. El resultado anterior se encuentra desarrollado en el Apéndice C.

Si ocurren cancelaciones polo–cero, los polos y ceros son subconjuntos de aquellos indicados por la Tabla 2.1. Naturalmente, la cancelación de los polos con los ceros en el semiplano izquierdo (LHPP, *Left Hand Plane Pole*; LHPZ, *Left Hand Plane Zero*) no tiene consecuencia alguna.

Un aspecto importante a considerar es que no se asumen características particulares para las funciones de transferencia  $g_{ij}(s)$ ,  $g_{ii}(s)$  y  $h_i(s)$  ( $i, j = 1, 2$  con  $i \neq j$ ). Así, el diseño de control y las capacidades de desempeño de los canales son determinados por los RHPZs de los canales, que de acuerdo con la Tabla 2.1 son los ceros de las funciones  $(1-\gamma_a(s)h_i(s))$  ( $i = 1, 2$ ).

## 2.5. La Función de Estructura Multivariable

La Función de Estructura Multivariable (MSF) definida en (2.7) es una función definida en el dominio de la frecuencia. La correcta interpretación de la MSF es de gran importancia, ya que [64]:

- Determina las características dinámicas de cada configuración entrada–salida;
- Tiene una interpretación en el dominio de la frecuencia;
- Su magnitud cuantifica el acoplamiento entre los canales;
- Está relacionada a los ceros de transmisión de la planta (ceros de  $1 - \gamma_a(s)$ ,  $|\mathbf{G}(s)| = g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21} = 0$ );
- $\gamma_a(s) = 1$  determina la condición de fase no mínima;
- Su cercanía al punto  $(1, 0)$  en el diagrama de Nyquist indica la medida en que la planta es sensible a la incertidumbre en términos de márgenes de fase y de ganancia. Esta característica juega un papel clave para poder obtener controladores robustos.

De (2.6) es claro que las características de desempeño del controlador son determinadas por la función de estructura multivariable y que la interacción de los canales puede ser tratada como una perturbación [55]. Cuando la magnitud de  $\gamma_a(s)$  es mucho menor a uno la interacción es muy pequeña; de lo contrario la interacción es alta. En un sistema cuya MSF tiene una magnitud mucho más pequeña que uno para todo valor frecuencial los canales pueden ser representados por

$$C'_i(s) = k_{ii}(s) g_{ii}(s) \quad (2.15)$$

También es claro que el acoplamiento entre los canales está definido por el término  $\gamma_a(s)h_i(s)$  y puede ser expresado en *dB* directamente de los canales (2.6). Nótese que el sistema es mal condicionado cuando el valor de  $\gamma_a(s)$  tiende a 1. Si  $\gamma_a(s) = 1$ ,  $\mathbf{G}(s)$  es de fase no mínima, como se mencionó previamente.

El llamar a  $\gamma_a(s)$  Función de Estructura Multivariable se justifica del hecho de que de esta función puede determinarse la estructura dinámica del sistema multivariable. De hecho, los ceros de transmisión de la matriz de transferencia  $\mathbf{G}(s)$ , obtenidos de una representación en espacio de estado, son los ceros de  $(1 - \gamma_a(s))$  que no son polos de  $\mathbf{G}(s)$  [56]. Si el sistema no posee RHPPs, entonces los ceros de transmisión del sistema son los ceros de  $(1 - \gamma_a(s))$ . La estructura polo–cero de los canales es descrita en términos de  $\gamma_a(s)$  como se indicó previamente en la Tabla 2.1. En general, los polos de  $g_{ij}(s)$  son conocidos y los polos de  $h_i(s)$  son determinados como parte del proceso de diseño de control. Por otro lado, los ceros de los canales deben ser revisados para determinar si alguno de ellos es o se vuelve de fase no mínima. La contribución de la referencia de  $C_i(s)$  en la respuesta de  $C_j(s)$  puede ser estudiada de la respuesta del sistema en lazo cerrado.

Es bien sabido que los RHPZs tienen efectos adversos en el desempeño del sistema de control y la sensibilidad [28,61]. Las restricciones potenciales en el desempeño debido a un comportamiento de fase no mínima puede establecerse a partir de los RHPZs o ceros puramente imaginarios de  $(1 - \gamma_a(s))$ . Nótese que los RHPZs de  $(1 - \gamma_a(s))$  son los ceros de transmisión en el semiplano derecho del sistema multivariable. Más aun, el sistema posee ceros de transmisión puramente imaginarios en la frecuencia  $s = s_0$  si  $\gamma_a(s_0) = 1$ . Claramente, la función  $\gamma_a(s)$  determina las restricciones necesarias en  $C_i(s)$  y por lo tanto en el controlador  $k_{ii}(s)$ . Sin embargo, en un caso más general, es requerido que  $(1 - \gamma_a(s)h_i(s))$  no tenga RHPZs y no  $(1 - \gamma_a(s))$ . La existencia de controladores que estabilicen un sistema en particular es determinada por su MSF,  $\gamma_a(s)$ , y las especificaciones de diseño reflejadas por  $h_i(s)$ . Por lo tanto, no existe un patrón general que dicte el proceso de diseño [55,64,102].

Un análisis preliminar puede ser realizado asumiendo que el ancho de banda de uno de los canales, por ejemplo  $C_2(s)$ , es mayor que el del otro canal –  $C_1(s)$  [55]. Si este es el caso la ganancia del controlador  $k_{22}(s)$  es alta sobre el rango de frecuencia que incluye la dinámica de  $C_1(s)$ . Esto es,  $h_2(s)$  es cercano a uno sobre el ancho de banda requerido de  $C_1(s)$ . Bajo estas circunstancias  $C_1(s)$  puede ser simplificado a

$$C_1(s) = k_{11}(s)g_{11}(s)(1 - \gamma_a(s)) \quad (2.16)$$

Como se mencionó previamente, de (2.6) es claro que las características de desempeño de los controladores las determina  $\gamma_a(s)$ . Si la matriz de transferencia  $\mathbf{G}(s)$  posee un cero de transmisión de fase no mínima, existirán ciertos problemas para estabilizarla especialmente si el valor del cero es menor a la frecuencia de corte necesaria para el sistema [61,64]. Más aun, la robustez de los canales puede ser establecida términos de márgenes de ganancia y de fase, siempre y cuando que las trayectorias de Nyquist de las funciones  $\gamma_a(s)h_i(s)$  no pasen cerca de  $(1,0)$ . Así, el diseño de  $k_{11}(s)$  y  $k_{22}(s)$ , los cuales deben proporcionar márgenes de ganancia y de fase adecuados para  $k_{11}(s)g_{11}(s)$  y  $k_{22}(s)g_{22}(s)$ , pueden ser encontrados utilizando un proceso iterativo [102], el cual será discutido más adelante.

Es posible argumentar que los márgenes de ganancia y de fase no son buenas medidas de robustez. De hecho, uno puede encontrar un sistema con buenos márgenes de estabilidad pero con una función de sensibilidad nominal indeseable [32]. Tomando en cuenta que el acercamiento de Nyquist/Bode es una herramienta gráfica, la

interpretación apropiada de los márgenes de ganancia y de fase requiere de sus diagramas de Bode correspondientes [61]. Esto es, si la trayectoria durante la pendiente de caída (*roll-off*) presenta bordes o trayectorias curvas la información arrojada por los márgenes de estabilidad es inservible. Por lo tanto, cuando uno dice que el *diagrama de Nyquist no debe de pasar cerca del punto crítico*, esto debe ser interpretado como un buen comportamiento de *roll-off*. Esto es parte del proceso de diseño (*Bode shaping*). Por lo tanto, los márgenes de fase y de ganancia deben ser considerados junto con sus diagramas de Bode y Nyquist correspondientes.

Es importante tomar en cuenta que los RHPPs de los canales son a su vez RHPPs de funciones de transferencia individuales, tal como lo establece la Tabla 2.1. Por otro lado, los RHPZs de los canales son RHPZs de  $(1 - \gamma_a(s)h_i(s))$  si el sistema mismo no posee RHPPs (como es el caso del motor de inducción, estudiado posteriormente). Más aun, el número de RHPZs de la función anterior puede ser determinado aplicando el Criterio de Estabilidad de Nyquist [64]. De hecho, cuando  $\mathbf{G}(s)$  es obtenida de una representación en espacio de estado, el número de RHPZs de  $(1 - \gamma_a(s)h_i(s))$  es dado por [56]

$$Z = N + P - Q \quad (2.17)$$

donde  $Z$  es el número de RHPZs de  $(1 - \gamma_a(s)h_i(s))$ ,  $P$  es el número de RHPPs de  $\gamma_a(s)h_i(s)$ ,  $N$  es el número de rodeos en sentido de las manecillas del reloj al punto  $(1,0)$  del plano complejo en el diagrama de Nyquist de  $\gamma_a(s)h_i(s)$  y  $Q$  es el número de valores propios en el semiplano derecho de la representación en espacio de estado.

Finalmente, existe otra característica particular a la MSF que no se ha mencionado aun. Una técnica basada en el Arreglo de Ganancias Relativo (RGA, *Relative Gain Array*), originalmente propuesta en [10] y que se limitaba a frecuencia cero, es usada para determinar si es posible diseñar sistemas de control descentralizados (*i.e.* con controladores diagonales) [32,97]. En [97] se afirma que el método es efectivo para todo el rango frecuencial. La matriz RGA puede expresarse en términos de la MSF, hecho que confirma lo anterior y que demuestra que ambas contienen la misma información [64]. De acuerdo a las características de la matriz RGA es posible determinar de forma un tanto **empírica** cómo hacer el emparejamiento de entrada–salida en sistemas multivariables [32]. Sin embargo, la correcta interpretación de la MSF va más allá de ser un resultado empírico. De hecho, el análisis apropiado de la MSF (tanto a baja como a alta frecuencia) proporciona un marco de trabajo efectivo y completo, el ICD, para diseñar sistemas de control multivariable aun para plantas muy acopladas y patológicas [64]. La MSF clarifica las posibilidades de cumplir con las especificaciones de diseño satisfaciendo condiciones de robustez. Más aun, es posible determinar la existencia y realizar el análisis y diseño de controladores diagonales que logren estabilizar la configuración entrada–salida escogida de cierta planta multivariable [64,65].

## 2.6. El Proceso de Diseño

Como se mencionó en la sección anterior, la estructura dinámica de la planta 2x2 es determinada por los canales entrada–salida definidos después de emparejar cada entrada a cada salida.

De hecho, para el caso de 2–entradas 2–salidas se tienen las siguientes posibilidades:

- (a)  $C_1(s) \rightarrow u_1(s) - y_1(s)$  con  $\gamma_a(s) = g_{12}(s)g_{21}(s)/g_{11}(s)g_{22}(s)$   
 $C_2(s) \rightarrow u_2(s) - y_2(s)$
- (b)  $C_1(s) \rightarrow u_1(s) - y_2(s)$  con  $\gamma_b(s) = g_{11}(s)g_{22}(s)/g_{12}(s)g_{21}(s)$   
 $C_2(s) \rightarrow u_2(s) - y_1(s)$

La característica de acoplamiento de cada configuración es determinada de  $\gamma_a(s)$  y  $\gamma_b(s)$  – su función de estructura multivariable asociada.

A pesar de que no existe un patrón general que dicte el proceso de diseño, es posible efectuarlo según los siguientes pasos [102]:

1. Definir una representación en espacio de estado (dominio del tiempo) y obtener su matriz de transferencia (dominio de la frecuencia).
2. Analizar las dos posibles MSFs y determinar la existencia del controlador para el caso deseado.
3. Definir la matriz del controlador escogiendo el emparejamiento entrada–salida asociado a la MSF deseada:

$$(a) \mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} k_{11}(s) & 0 \\ 0 & k_{22}(s) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} u_1(s) \rightarrow y_1(s) \\ u_2(s) \rightarrow y_2(s) \end{matrix} \Rightarrow \gamma_a(s)$$

$$(b) \mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} 0 & k_{12}(s) \\ k_{21}(s) & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} u_1(s) \rightarrow y_2(s) \\ u_2(s) \rightarrow y_1(s) \end{matrix} \Rightarrow \gamma_b(s)$$

Si la configuración (a) es escogida, las ecuaciones (2.6)–(2.9) son válidas. De lo contrario, los canales son definidos como

$$C_i(s) = k_{ij}g_{ji}(1 - \gamma_b(s)h_j(s)) \quad (2.18)$$

donde  $i, j = 1, 2$  con  $i \neq j$

$$\gamma_b(s) = \frac{g_{11}(s)g_{22}(s)}{g_{12}(s)g_{21}(s)} \quad (2.19)$$

$$h_j(s) = \frac{k_{ji}(s)g_{ij}(s)}{1+k_{ji}(s)g_{ij}(s)} \quad (2.20)$$

$$p_i(s) = \frac{g_{jj}(s)}{g_{ij}(s)}h_j(s)r_j(s) \quad (2.21)$$

4. Primera aproximación en  $C_i(s)$  ( $h_j(s) = 1$ );  $i \neq j$
5. Diseño del controlador del canal  $C_i(s)$
6. Se define la interacción con el canal  $C_j(s)$  (se define  $h_i(s)$ )
7. Evaluación de robustez estructural ( $\gamma_k(s)h_i(s)$ ,  $k = a$  ó  $b$ )
8. Diseño del controlador del canal  $C_j(s)$
9. Se define la interacción con el canal  $C_i(s)$  (se define  $h_j(s)$ )
10. Evaluación de robustez estructural ( $\gamma_k(s)h_j(s)$ )
11. Rediseño del controlador del canal  $C_i(s)$
12. El proceso se repite hasta que un controlador adecuado sea diseñado para ambos canales y la robustez sea garantizada en  $C_i(s)$ ,  $k_{ii}(s)g_{ii}(s)$  (o  $k_{jj}(s)g_{jj}(s)$ ) y  $\gamma_k(s)h_i(s)$  ( $i \neq j$ ,  $i,j=1,2$ ,  $k = a$  ó  $b$ ).

Nótese que el proceso de diseño anterior es iterativo. Con el **Toolbox para Diseño por Canales Individuales para sistemas 2x2** reportado en [102] es posible llevar a cabo el procedimiento anterior. Sin embargo, el software computacional sólo hace posible seguir de forma ordenada el proceso de diseño aquí descrito. A pesar de que la herramienta descrita en [102] es de gran ayuda, el diseño mismo de los controladores depende de la experiencia y el correcto uso de la metodología de Nyquist/Bode por parte del diseñador.

## 2.7. Análisis del Modelo Multivariable del Motor de Inducción

Como se menciona en el Apéndice A, el modelo del motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla se compone de dos subsistemas: el eléctrico y el mecánico. En conjunto, ambos conforman un sistema **no lineal**, multivariable y acoplado. Asimismo, dentro de los dos marcos de referencia estudiados se prefiere el estacionario  $\alpha$ - $\beta$  sobre el síncrono  $d^e$ - $q^e$ , ya que las cantidades tienen una relación aritmética con los valores senoidales reales. Este hecho es fundamental, debido a que dentro del lazo de control no existirán transformaciones de coordenadas dependientes del ángulo del campo del rotor.

Al inicio del presente capítulo se hizo énfasis en que ICD sería utilizado para el control del subsistema eléctrico. Esto se debe a que tal sistema corresponde a una planta de 2-entradas 2-salidas, donde las entradas corresponden a los voltajes del estator y las salidas a las corrientes del estator, todas en un marco de referencia bifásico estacionario (no se usa el modelo en variables reales para evitar que las inductancias sean variantes en el tiempo).

Sin embargo, antes de hablar del lazo de control es necesario hacer un estudio del modelo de la planta con la finalidad de justificar el uso de ICD para el control del subsistema eléctrico independientemente de que la planta, *i.e.* el motor de inducción, sea no lineal. Primeramente se hace un estudio de la planta utilizando el enfoque geométrico de la *Teoría de Sistemas de Control No Lineales* [41,52,73,80,98,110]. Posteriormente se hace el análisis del modelo del motor utilizando ICD y la MSF, cuyos fundamentos teóricos fueron descritos previamente.

### 2.7.1. Análisis No Lineal

Considérense las ecuaciones del modelo del motor de inducción en un marco de referencia bifásico estacionario  $\alpha$ - $\beta$  [8,44]

$$\begin{aligned}
 \dot{i}_{\alpha s} &= -\frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} i_{\alpha s} + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_{\beta r} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{\alpha s} \\
 \dot{i}_{\beta s} &= -\frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} i_{\beta s} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega_r \psi_{\alpha r} + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{\beta r} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{\beta s} \\
 \dot{\psi}_{\alpha r} &= -\frac{R_r}{L_r} \psi_{\alpha r} - \omega_r \psi_{\beta r} + \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\alpha s} \\
 \dot{\psi}_{\beta r} &= -\frac{R_r}{L_r} \psi_{\beta r} + \omega_r \psi_{\alpha r} + \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\beta s} \\
 \dot{\omega}_r &= \left( \frac{p}{2J} \right) (T_e - T_L) = \left( \frac{p}{2J} \right) \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{p}{2} \right) \left( \frac{L_m}{L_r} \right) (\psi_{\alpha r} i_{\beta s} - \psi_{\beta r} i_{\alpha s}) - \frac{p}{2J} T_L
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Evidentemente la planta anterior corresponde a un sistema no lineal. En la expresión que relaciona la velocidad con el par electromagnético, el par de carga se considera como una perturbación. Para simplificar el análisis, se considera que

$$\begin{aligned}
 a_{11} = a_{22} &= \frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} & a_{31} = a_{42} &= \frac{L_m R_r}{L_r} \\
 a_{13} = a_{24} &= \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} & b_{11} = b_{22} &= \frac{1}{\sigma L_s} \\
 a_{14} = a_{23} &= \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} & a_\omega &= \frac{p}{2J} \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{p}{2} \right) \frac{L_m}{L_r} \\
 a_{33} = a_{44} &= \frac{R_r}{L_r}
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

De esta manera, (2.22) puede ser representado como un sistema no lineal *afín en el control* de la forma [41,98]

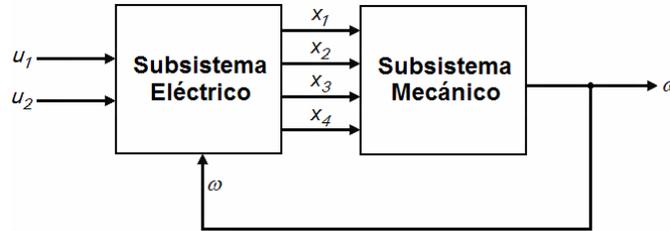
$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^2 \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) u_i \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x})
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

donde

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} &= [i_{\alpha s} \quad i_{\beta s} \quad \psi_{\alpha r} \quad \psi_{\beta r} \quad \omega_r]^T \\
 &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad \omega]^T \\
 &= [\mathbf{x}_E \quad \omega]^T \\
 \mathbf{u} &= [v_{\alpha s} \quad v_{\beta s}]^T \\
 &= [u_1 \quad u_2]^T \\
 \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= [\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) \quad \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) \quad \mathbf{f}_3(\mathbf{x}) \quad \mathbf{f}_4(\mathbf{x}) \quad \mathbf{f}_5(\mathbf{x})]^T \\
 &= \begin{bmatrix} -a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4\omega \\ -a_{22}x_2 - a_{23}x_3\omega + a_{24}x_4 \\ a_{31}x_1 - a_{33}x_3 - x_4\omega \\ a_{42}x_2 + x_3\omega - a_{44}x_4 \\ a_\omega(x_3x_2 - x_4x_1) \end{bmatrix} \\
 \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) &= [b_{11} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\
 \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) &= [0 \quad b_{22} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\
 \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{y}_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Puede observarse claramente en la ecuación (2.25) que  $\dot{\omega}_r$  es función de los estados  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , los cuales están asociados al subsistema eléctrico (dicho de otra

forma, son variables eléctricas). Es decir, es posible ver ambos sistemas en cascada, siendo el subsistema eléctrico función de  $\omega_r$ . De esta forma, el sistema no lineal descrito por (2.24) tiene la representación mostrada en la figura 2.4.



**Figura 2.4.** Representación de la planta no lineal multivariable en los subsistemas eléctrico y mecánico

Así, la salida del subsistema eléctrico puede definirse como

$$\mathbf{y}_E = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2.26)$$

y la del subsistema mecánico como

$$\mathbf{y}_\omega = \omega \quad (2.27)$$

De acuerdo con la representación previa, el sistema (2.24) puede ser reescrito como

$$\dot{\mathbf{x}}_E = \mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E, \omega) + \mathbf{G}(\mathbf{x}_E)\mathbf{u} \quad (2.28)$$

$$\dot{\omega} = a_\omega(x_3x_2 - x_4x_1) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{y}_E = \mathbf{h}(\mathbf{x}_E) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) \\ \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(\mathbf{x}_E) \\ \mathbf{y}_2(\mathbf{x}_E) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

donde

$$\mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E, \omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{E1}(\mathbf{x}) & \mathbf{f}_{E2}(\mathbf{x}) & \mathbf{f}_{E3}(\mathbf{x}) & \mathbf{f}_{E4}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}^T \quad (2.31)$$

$$= \begin{bmatrix} -a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4\omega \\ -a_{22}x_2 - a_{23}x_3\omega + a_{24}x_4 \\ a_{31}x_1 - a_{33}x_3 - x_4\omega \\ a_{42}x_2 + x_3\omega - a_{44}x_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}_E) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{E1}(\mathbf{x}_E) & \mathbf{g}_{E2}(\mathbf{x}_E) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$= \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para un sistema lineal SISO, el *grado relativo* puede ser interpretado como la diferencia entre el número de polos y de ceros de la función de transferencia [32,41,97]. Es posible hacer la extensión de este concepto a sistemas multivariables no lineales. Para el caso multivariable el *vector de grado relativo* está asociado a los ceros de

transmisión de los sistemas lineales multivariables [41]. Los ceros de transmisión en el semiplano derecho indican que el sistema es de fase no mínima [32,55,56,97]. En el caso del motor de inducción es posible determinar el *vector de grado relativo* de (2.28) considerando como función de salida a (2.30).

El vector de grado relativo de un sistema multivariable no lineal en un punto de equilibrio ( $\mathbf{x}^0$ ) es dado por  $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$  si [41,52,73,80,98,110]

(i) La función escalar

$$L_{gj}L_f^k \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (2.33)$$

para todo  $1 \leq j \leq m$ , para todo  $1 \leq i \leq m$ , para todo  $k < r_i - 1$  y para todo  $\mathbf{x}$  dentro de una vecindad de  $\mathbf{x}^0$

(ii) La matriz

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g1}L_f^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) & L_{g2}L_f^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) & \dots & L_{gm}L_f^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \\ L_{g1}L_f^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) & L_{g2}L_f^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) & \dots & L_{gm}L_f^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ L_{g1}L_f^{r_m-1} \mathbf{h}_m(\mathbf{x}) & L_{g2}L_f^{r_m-1} \mathbf{h}_m(\mathbf{x}) & \dots & L_{gm}L_f^{r_m-1} \mathbf{h}_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

es no singular en  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^0$ .

donde

$$L_f \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

es llamada *derivada de Lie de  $\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x})$  a lo largo de  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$*  [41,52,73,80,98,110].

Nótese que el subsistema eléctrico es de 2–entradas 2–salidas (2x2). Por lo tanto, su vector de grado relativo es  $\{r_1, r_2\}$  siempre y cuando

(i) La función escalar

$$L_{gj}L_f^k \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_E) = 0 \quad (2.35)$$

para todo  $1 \leq j \leq 2$ , para todo  $1 \leq i \leq 2$ , para todo  $k < r_i - 1$  y para todo  $\mathbf{x}_E$  dentro de una vecindad de  $\mathbf{x}_E^0$

(ii) La matriz

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_E) = \begin{bmatrix} L_{gE1}L_{fE}^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) & L_{gE2}L_{fE}^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) \\ L_{gE1}L_{fE}^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) & L_{gE2}L_{fE}^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

es no singular en  $\mathbf{x}_E = \mathbf{x}_E^0$ .

A partir de la definición anterior es posible calcular el grado relativo para el subsistema eléctrico. A continuación se incluyen los cálculos parciales de las derivadas de Lie necesarias para el cálculo:

$$L_{f_E} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) = \frac{\partial \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{E1} \\ \mathbf{f}_{E2} \\ \mathbf{f}_{E3} \\ \mathbf{f}_{E4} \end{bmatrix} = -a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4\omega \quad (2.37)$$

$$L_{g_{E1}} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) = \frac{\partial \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \mathbf{g}_{E1}(\mathbf{x}_E) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} b_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = b_{11} \quad (2.38)$$

$$L_{g_{E2}} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) = \frac{\partial \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \mathbf{g}_{E2}(\mathbf{x}_E) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ b_{22} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.39)$$

$$L_{f_E} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) = \frac{\partial \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E) = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{E1} \\ \mathbf{f}_{E2} \\ \mathbf{f}_{E3} \\ \mathbf{f}_{E4} \end{bmatrix} = -a_{22}x_2 - a_{23}x_3\omega + a_{24}x_4 \quad (2.40)$$

$$L_{g_{E1}} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) = \frac{\partial \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \mathbf{g}_{E1}(\mathbf{x}_E) = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} b_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.41)$$

$$L_{g_{E2}} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) = \frac{\partial \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \mathbf{g}_{E2}(\mathbf{x}_E) = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ b_{22} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = b_{22} \quad (2.42)$$

Debido a (2.38) y (2.42),  $r_1 = 1$  y  $r_2 = 1$ . Por lo tanto, el vector de grado relativo es  $\{1, 1\}$ . En otras palabras,  $r_1$  representa el número de veces (en este caso, una vez) que la primera salida ( $\mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)$ ) debe ser diferenciada para tener al menos un componente del vector de entrada de manera explícita (en este caso,  $b_{11}$ ) [98]. Lo mismo se puede decir de  $r_2$ , pero con respecto a la segunda entrada. La matriz

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_E) = \begin{bmatrix} L_{g_{E1}} L_{f_E}^0 \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) & L_{g_{E2}} L_{f_E}^0 \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) \\ L_{g_{E1}} L_{f_E}^0 \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) & L_{g_{E2}} L_{f_E}^0 \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

es no singular bajo cualquier condición de operación del motor de inducción, independientemente del valor de  $\omega_r$ .

Por otro lado, se puede observar que

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \frac{d\mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \frac{d\mathbf{x}_E}{dt} = \frac{\partial \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot [\mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E, \omega) + \mathbf{G}(\mathbf{x}_E)\mathbf{u}] \\ &= L_{f_E} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) + L_{g_{E1}} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)u_1 + L_{g_{E2}} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E)u_2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= \frac{d\mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot \frac{d\mathbf{x}_E}{dt} = \frac{\partial \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)}{\partial \mathbf{x}_E} \cdot [\mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E, \omega) + \mathbf{G}(\mathbf{x}_E)\mathbf{u}] \\ &= L_{f_E} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) + L_{g_{E1}} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)u_1 + L_{g_{E2}} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E)u_2 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Debido a (2.44) y (2.45),

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4\omega \\ -a_{22}x_2 - a_{23}x_3\omega + a_{24}x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

A partir de (2.46) es posible definir una *linealización por retroalimentación del estado* [41,98]:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{A}}^{-1}(\mathbf{x}_E) \left[ -\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}_E) + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right], \quad (2.47)$$

tal que

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (2.48)$$

donde  $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{x}_E)$  está dado por (2.43) y se le conoce como *matriz de desacoplamiento* para un sistema MIMO [98],

$$\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}_E) = \begin{bmatrix} L_{f_E}^1 \mathbf{h}_1(\mathbf{x}_E) \\ L_{f_E}^2 \mathbf{h}_2(\mathbf{x}_E) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4\omega \\ -a_{22}x_2 + a_{23}x_3\omega + a_{24}x_4 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

y  $v_1, v_2$  asignan la dinámica deseada al sistema (e.g. es una asignación de polos, donde,  $v_1 = -\alpha_1 y_1$  y  $v_2 = -\alpha_2 y_2$  tal que  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$ ). Nótese que (2.48) indica una relación diferencial lineal entre las entradas y las salidas y que  $v_i$  sólo afecta a la salida correspondiente  $y_i$  [73]. Por lo tanto, a (2.48) también se le llama *ley de control de desacoplamiento* [98].

En general es posible realizar un cambio de coordenadas para encontrar la *forma normal* de un sistema no lineal [41,52,73,80,98,110]. A partir de la forma normal es más sencillo analizar la estabilización del sistema por cambio de coordenadas y linealización por retroalimentación del estado [41,98]. Considérese que el *grado relativo total* del sistema se define como la suma de los elementos del vector de grado relativo

$$r = r_1 + \dots + r_m \quad (2.50)$$

Sea el grado relativo total menor al orden del sistema multivariable, o bien,  $r < n$ . El sistema no lineal definido por (2.28) y (2.30) puede ser transformado a su forma normal utilizando las derivadas de Lie de las salidas, i.e.  $\mathbf{h}_i(\mathbf{x}_E), L_{f_E} \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_E), \dots, L_{f_E}^{r_i-1} \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_E)$  [41,98].

En general, la forma normal para un sistema 2x2 está dada como [98]

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \phi_{r_1-1}(\mathbf{x}) \\ \phi_{r_1}(\mathbf{x}) \\ \zeta_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \zeta_{r_2-1}(\mathbf{x}) \\ \zeta_{r_2}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \phi_{r_1}(\mathbf{x}) \\ a_1(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) + \sum_{i=1}^2 b_1^i(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) u_i \\ \zeta_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \zeta_{r_2}(\mathbf{x}) \\ a_2(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) + \sum_{i=1}^2 b_2^i(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) u_i \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{w}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{P}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{x}) \\ \zeta_1(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

donde

$$\boldsymbol{\varphi} = \left[ \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \quad L_f \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad L_f^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \quad \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \quad L_f \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad L_f^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \right]^T, \quad (2.52)$$

$$\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \cdots \quad \eta_{n-r}]^T$$

$$\begin{aligned} a_1(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) &= L_f^{r_1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \\ a_2(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) &= L_f^{r_2} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \\ b_1^i(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{g_i} L_f^{r_1-1} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \\ b_2^i(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{g_i} L_f^{r_2-1} \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \\ w_k(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) &= L_f \eta_k(\mathbf{x}) \\ P_{ki}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\eta}) &= L_{g_i} \eta_k(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (2.53)$$

con  $i = 1, 2, k = 1, \dots, n-r$ .

En la forma normal (2.51), las primeras  $r = r_1 + r_2$  ecuaciones están directamente relacionadas con las salidas, mientras que las últimas  $n-r$  ecuaciones no lo están. Es decir, al realizar la linealización por retroalimentación del estado existen  $n-r$  estados “no observables”, que corresponden a la *dinámica interna* del sistema [98]. En el caso del motor de inducción, al utilizar una linealización por retroalimentación del estado, nótese que  $x_1$  y  $x_2$  (las corrientes del estator) son las únicas variables de estado que se ven afectadas explícitamente por las entradas  $u_1$  y  $u_2$  (los voltajes del estator). Los otros estados del subsistema eléctrico,  $x_3$  y  $x_4$  (los flujos del rotor) no se ven afectados de forma explícita por las entradas.

La condición necesaria para que un sistema no lineal pueda ser transformado mediante un cambio de coordenadas es que las nuevas coordenadas, definidas por los vectores  $\boldsymbol{\phi}$  y  $\boldsymbol{\eta}$  en (2.52), posean gradientes linealmente independientes [98]. Dicho de otra forma, la transformación de estado

$$\Phi(\mathbf{x}) = [\phi_1 \ \cdots \ \phi_{r_1-1} \ \phi_{r_1} \ \zeta_1 \ \cdots \ \zeta_{r_2-1} \ \zeta_{r_2} \ \eta_1 \ \cdots \ \eta_{n-r}]^T \quad (2.54)$$

debe ser formada tal que su matriz Jacobiana tenga rango completo para cierto  $\mathbf{x}^0$ :

$$\text{rango} \left[ \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}^T \ \cdots \ \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{r_1}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}^T \ \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta_1}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}^T \ \cdots \ \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta_{r_2}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}^T \ \begin{bmatrix} \frac{\partial \eta_1}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}^T \ \cdots \ \begin{bmatrix} \frac{\partial \eta_{n-r}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}^T \right]^T = n \quad (2.55)$$

Para que lo anterior se cumpla la transformación (2.54) debe ser un *difeomorfismo* [41,52,73,80,98,110].

Encontrar un cambio de coordenadas tal que el sistema tenga una representación en forma normal no es una tarea trivial [41]. Para garantizar lo anterior es necesario que [98]

$$L_{g_i} \eta_k(\mathbf{x}) = 0$$

No obstante, el uso de la matriz identidad es un buen candidato para el cambio de coordenadas en el caso particular del motor de inducción. Esto se debe a que por el proceso del cálculo del vector de grado relativo (al encontrar las derivadas de Lie) es posible concluir que la dinámica interna no depende de la entrada.

De esta forma, (2.46) representa la dinámica entrada–salida del sistema, mientras que la *dinámica interna* está dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{31}x_1 - a_{33}x_3 - x_4\omega \\ a_{42}x_2 + x_3\omega - a_{44}x_4 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\dot{\omega} = a_\omega (x_3x_2 - x_4x_1)$$

La expresión de salida en lazo cerrado (2.48) muestra que existe una relación lineal entre las entradas y las salidas y que por lo tanto es relativamente sencillo diseñar ley de control tal que la salida se comporte como es deseado. Sin embargo, lo anterior no permite analizar la dinámica interna (2.56) y es necesario conocer si los estados internos se comportarán adecuadamente, *i.e.*, si estarán acotados. El diseño de control debe tener en cuenta las dos dinámicas [98].

Como se mencionó previamente, la dinámica interna corresponde a las últimas  $n-r$  ecuaciones de la forma normal (2.51). Un caso especial de la dinámica interna es la *dinámica cero*, que es un caso extremo cuando la salida es idénticamente cero [41,98].

La dinámica interna, es decir, la parte “no observable” del sistema, es referida a la *dinámica cero*, la cual corresponde a la dinámica que describe el comportamiento interno del sistema cuando la entrada y las condiciones iniciales son escogidas de tal forma que la salida permanece en cero para todo valor de tiempo [41,52,73,80,98,110]. Así, la dinámica cero está dada por

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{w}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{P}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta})\mathbf{u} \quad (2.57)$$

Sin pérdida de generalidad, si la salida a través del control (2.47) ( $\mathbf{u}$ ) se mantiene constante:

$$\mathbf{y}^0 = \begin{bmatrix} y_1^0 \\ y_2^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

y si se utiliza en (2.24), la dinámica cero del sistema no lineal está dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 - a_{33}x_3 - x_4\omega \\ k_2 + x_3\omega - a_{44}x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_{33} & -\omega \\ \omega & -a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \mathbf{K}^0 + \mathbf{Z}_D \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son constantes. Obsérvese que la dinámica cero (2.59) es independiente de la entrada  $\mathbf{u}$ . Por lo tanto, el sistema ya se encuentra en forma normal [41].

La importancia de la noción de la dinámica cero radica principalmente en sus propiedades asintóticas. Un sistema lineal con dinámica cero asintóticamente estable es un sistema con ceros en el semiplano izquierdo (LHPZ), *i.e.*, el sistema es de fase mínima [41,98]. Este tipo de sistemas son muy convenientes [32,60,61,97], como se mencionó previamente en este capítulo. La misma situación se ve reflejada en sistemas no lineales que poseen una dinámica cero asintóticamente estable [41]. De hecho, los valores propios de la dinámica cero linealizada para un  $\mathbf{x}^0$  dado corresponden a los ceros de transmisión del sistema linealizado [41]. Se dice que un sistema no lineal es *asintóticamente de fase mínima* si la dinámica cero es *asintóticamente estable* (y de *fase no mínima* si por lo menos existe un valor propio en el semiplano derecho) [41,98]. De esta forma, es posible analizar la dinámica cero de la forma normal del motor de inducción para diferentes valores de  $\omega$  ( $\omega_r$ ). Los valores propios de  $\mathbf{Z}_D$  de la dinámica cero (2.59) se muestran en la figura 2.5 para un barrido de valores de  $\omega_r$  (desde  $\omega_r = 0$  rad/s hasta  $\omega_r = 628.2$  rad/s).

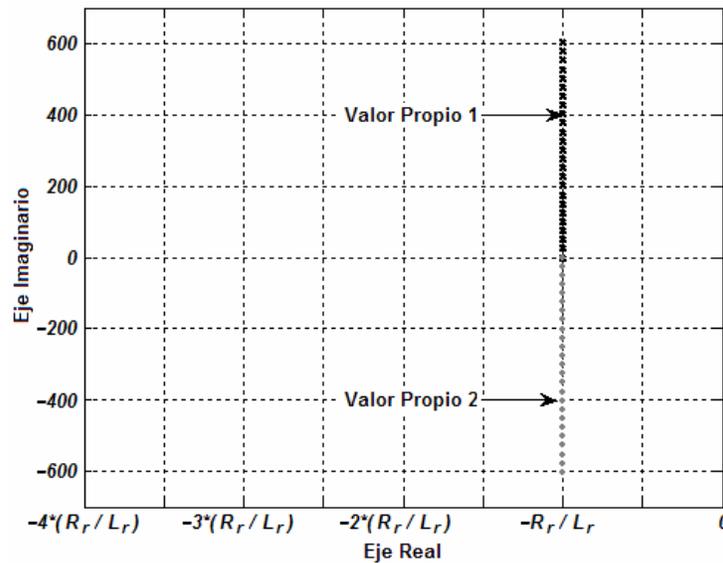


Figura 2.5. Valores propios de la dinámica cero

En la figura 2.5 se puede observar que para diferentes valores de  $\omega_r$  los valores propios de  $\mathbf{Z}_D$  siempre se encuentran en el semiplano izquierdo. De hecho, la parte real siempre es negativa y es el mismo valor ( $-a_{33} = -a_{44} = -R_r / L_r$ ) para cualquier  $\omega_r$ . Esto

es de gran importancia, pues indica que el sistema no lineal es de fase mínima para cualquier condición de operación. De hecho, dado que físicamente no es posible que  $R_r$  o  $L_r$  tomen valores negativos, el sistema seguirá siendo de fase mínima aunque exista una variación muy drástica de estos parámetros (y considerando que el motor no trabajará en la zona de saturación magnética).

Por otro lado, es importante analizar los valores propios de las partes no observable y observable del sistema no lineal para determinar la estabilidad del sistema (2.22). Considérese el subsistema eléctrico descrito por (2.28), (2.30), (2.31) y (2.32). Se puede considerar que el sistema es lineal para cada valor de  $\omega$  ( $\omega_r = \omega_{op}$ ). De esta forma, (2.31) puede ser reescrita como

$$\mathbf{f}_E(\mathbf{x}_E) = \begin{bmatrix} -a_{11} & 0 & a_{13} & a_{14}\omega_{op} \\ 0 & -a_{22} & -a_{23}\omega_{op} & a_{24} \\ a_{31} & 0 & -a_{33} & -\omega_{op} \\ 0 & a_{42} & \omega_{op} & -a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{FE}\mathbf{x}_E \quad (2.60)$$

Ahora, sea un motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla con los siguientes parámetros y especificaciones:

$$\begin{aligned} R_s &= 9.53\Omega & J &= 0.0026\text{Kg} \cdot \text{m}^2 & V_{LL,rms} &= 220\text{V} \\ R_r &= 5.619\Omega & p &= 4 & I_{nom,rms} &= 1.5\text{A} \\ L_{ls} &= 0.058\text{H} & f &= 60\text{Hz} & P_{nom} &= 0.225\text{HP} \\ L_{lr} &= 0.058\text{H} & & & T_{e,nom} &= 0.89\text{Nm} \\ L_m &= 0.047\text{H} & & & & \end{aligned} \quad (2.61)$$

Evaluando (2.60) de acuerdo a (2.23) y (2.61), es posible analizar la estabilidad del subsistema eléctrico. Los valores propios de  $\mathbf{A}_{FE}$  en (2.60) se muestran en la figura 2.6 para un barrido de valores de  $\omega_r$  (desde  $\omega_r = 0 \text{ rad/s}$  hasta  $\omega_r = 628.2 \text{ rad/s}$ ).

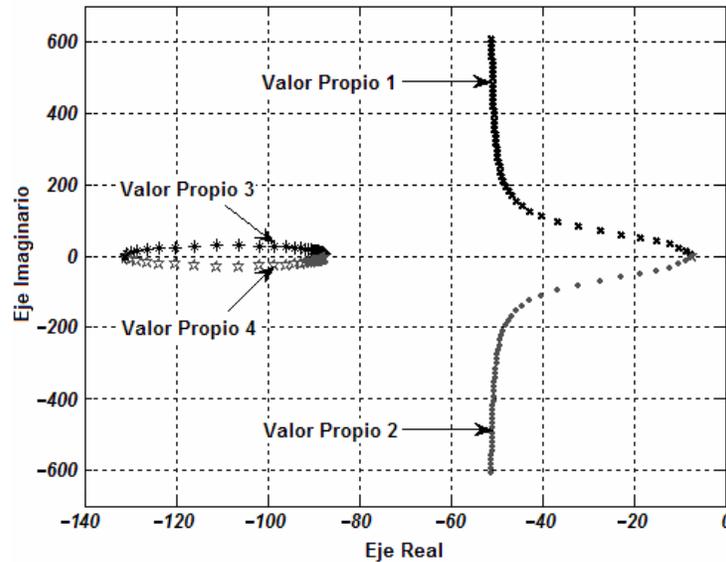


Figura 2.6. Valores propios del subsistema eléctrico para diferentes valores de  $\omega_r$

De acuerdo con la figura 2.6, es posible observar que todos los valores propios tienen parte real negativa (es decir, son estables). Los valores propios 1 y 2 corresponden a la dinámica interna (de los estados correspondientes a los flujos magnéticos del rotor) y los valores propios de la dinámica de entrada–salida (las corrientes del estator). De hecho, si los estados del subsistema eléctrico son señales estables, la expresión dada por (2.29) (y por lo tanto  $\omega_r$ ) también es estable.

Cabe destacar que el análisis previo tiene únicamente la finalidad de resaltar algunas características importantes del modelo del motor de inducción. Si este tratamiento fuera el utilizado para el control del motor existirían algunas limitaciones. Primeramente, todas las variables de estado deben ser medidas [41,52,73,80,98,110]. Al tener una dinámica interna no observable (algunas variables de estado son flujos magnéticos) es necesario utilizar un estimador de estados no lineal [98]. Numerosas dificultades han sido enfrentadas para que un controlador estable de linealización por retroalimentación de estado junto con un observador estable garanticen estabilidad del sistema en lazo cerrado [98]. Adicionalmente, no es posible garantizar robustez ante la presencia de incertidumbre paramétrica o dinámicas no modeladas [98]. Un controlador basado en cancelaciones de la dinámica de la planta es altamente sensible a la incertidumbre de la planta misma, a incertidumbre de las señales (como perturbaciones) o variaciones paramétricas [55,32,97]. Por lo tanto, los esquemas de linealización por retroalimentación del estado estudiados en [44] y [9] para el motor de inducción tienen asociados los problemas anteriores.

En resumen, se tiene un sistema no lineal con grado relativo  $\{1,1\}$ , con dinámica cero asintóticamente estable (es decir, el sistema no lineal es de fase mínima), que es posible estabilizarlo en lazo cerrado por medio de (2.47) y cuyas dinámicas de entrada–salida e interna son estables. Las características anteriores facilitan el proceso de diseño del sistema de control, como se mostrará posteriormente.

### 2.7.2. Análisis Utilizando ICD y la MSF

El tratamiento no lineal del modelo del motor de inducción utilizado en la sección previa permite encontrar características muy importantes y de gran utilidad. Sin embargo, es posible obtener las mismas conclusiones a partir del análisis bajo el estudio las MSFs asociadas al modelo. Más aún, es posible determinar qué tan sensible es el sistema para perder la condición de fase mínima, como se observará posteriormente. A continuación se realiza tal análisis.

De acuerdo con los resultados de la sección anterior se concluyó que el modelo no lineal del motor de inducción descrito por (2.22) es estable, de fase mínima y con grado relativo  $\{1,1\}$  para un rango de valores de  $\omega_r$ . El sistema está formado por un subsistema eléctrico, representado por (2.28) y (2.30), y un subsistema mecánico, representado por (2.27) y (2.29). Nótese que el subsistema eléctrico es función de  $\omega_r$ . Ya que el subsistema mecánico del modelo del motor de inducción se encuentra en cascada con el eléctrico (figura 2.4), es posible hacer un diseño de control para ambos subsistemas por separado.

Considerando lo anterior, es posible demostrar que existe un controlador multivariable lineal, diagonal, fijo y robusto que establezca el subsistema eléctrico independientemente del valor que tenga  $\omega_r$  de acuerdo a la representación mostrada en las figuras 2.3 y 2.4. De hecho, el subsistema eléctrico puede ser visto como un sistema lineal para cada valor de  $\omega_r$ . Esto se resume en la Proposición 2.

**Proposición 2.** Considérese una familia de plantas lineales  $\mathbf{P} = \{\mathbf{G}(s)\}$  descritas por (2.28) y (2.30) tal que sus polos y ceros de transmisión dependen de  $\omega_r$ , donde  $\omega_r$  varía desde 0 hasta 628 rad/s. Si cada planta es estable, de fase mínima y de grado relativo  $\{1, 1\}$ , es posible hallar un controlador fijo, lineal y diagonal que establezca la familia de plantas en lazo cerrado.

**Demostración:**

La demostración de la Proposición 1 corresponde al análisis que se muestra en lo que resta del capítulo. El sistema representado por (2.28) y (2.30) para cada valor de  $\omega_r$  corresponde a un sistema lineal 2x2. Si se evalúan las ecuaciones anteriores para cada  $\omega_r$  (en cada punto de operación) se tiene la familia de plantas lineales.

De hecho, bajo la transformación de Park el subsistema eléctrico puede ser representado como un sistema 2x2 no lineal y acoplado. En tal representación la variación paramétrica aparece como incertidumbre no estructurada, como se demostrará posteriormente en el Capítulo 3. Por medio de la MSF es posible demostrar que la estructura del sistema es preservada bajo variaciones en la velocidad del rotor y en los parámetros y por lo tanto un controlador lineal estabiliza al sistema en lazo cerrado para cualquier valor de  $\omega_r$ .

De esta forma, el subsistema eléctrico puede ser representado por el modelo lineal en espacio de estado [12]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \tag{2.62}$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [i_{\alpha s} \quad i_{\beta s} \quad \psi_{\alpha r} \quad \psi_{\beta r}]^T, \\ \mathbf{u} &= [v_{\alpha s} \quad v_{\beta s}]^T. \end{aligned} \tag{2.63}$$

Considerando un motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla con los parámetros y especificaciones dados en (2.61), las matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  y  $\mathbf{D}$  quedan definidas como

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -127.4 & 0 & 90.1 & 8.1\omega_r \\ 0 & -127.4 & -8.1\omega_r & 90.1 \\ 4.97 & 0 & -11.13 & -\omega_r \\ 0 & 4.97 & \omega_r & -11.13 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 9.15 & 0 \\ 0 & 9.15 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.64}$$

Nótese que la matriz  $\mathbf{A}$  está dada en términos de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ , donde  $f$  corresponde a la frecuencia eléctrica del rotor en Hz). El sistema (2.62) tiene grado relativo  $\{1,1\}$ , como se probó en la sección anterior, y es independiente del valor de  $\omega_r$ . Como se dijo previamente, para un valor particular de  $\omega_r$ , el sistema (2.62) corresponde a un sistema lineal que por lo tanto puede ser representado en el dominio de la frecuencia como

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha s}(s) \\ i_{\beta s}(s) \end{bmatrix} = \mathbf{G}(s) \begin{bmatrix} v_{\alpha s}(s) \\ v_{\beta s}(s) \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

donde los elementos de  $\mathbf{G}(s)$  son funciones de transferencia estables y de fase mínima para todo valor de  $\omega_r$ . Más aun, los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}$  para diferentes valores de la velocidad del rotor son siempre estables, como se mostró previamente en la figura 2.6.

El diseño adecuado de un controlador para (2.62) permite proporcionar señales de referencia apropiadas al VSI (moduladas usando SV-PWM), que a su vez abastecerá las señales de voltaje a las terminales del motor de inducción. Al utilizar un controlador diagonal, la estructura dinámica de la planta 2x2 es determinada por los canales entrada-salida definidos después de emparejar cada entrada a cada salida. De hecho, para el motor de inducción:

- (a)  $C_1(s): v_{\alpha s}(s) - i_{\alpha s}(s)$  con  $\gamma_a(s) = g_{12}(s)g_{21}(s)/g_{11}(s)g_{22}(s)$   
 $C_2(s): v_{\beta s}(s) - i_{\beta s}(s)$
- (b)  $C_1(s): v_{\alpha s}(s) - i_{\beta s}(s)$  con  $\gamma_b(s) = g_{11}(s)g_{22}(s)/g_{12}(s)g_{21}(s)$   
 $C_2(s): v_{\beta s}(s) - i_{\alpha s}(s)$

La característica de acoplamiento para cada configuración es determinada por  $\gamma_a(s)$  y  $\gamma_b(s)$  –las MSFs asociadas. Las funciones anteriores presentan las mismas características a todos los valores de  $\omega_r$ : son estables y de fase mínima. Asimismo, las MSFs permiten analizar la estructura dinámica del sistema. La figura 2.7 muestra los diagramas de Nyquist y de Bode de la función  $\gamma_a(s)$  para diferentes valores de  $\omega_r$  (es decir, diferentes puntos de operación). Se toman sólo algunos valores de velocidad del rotor, ya que si se consideran demasiados las gráficas corresponderían a una mancha negra imposible de analizar.

La existencia y el diseño de un controlador diagonal con elementos  $k_{11}(s)$  y  $k_{22}(s)$  pueden ser determinados a partir de las características de  $\gamma_a(s)$ , reveladas por sus diagramas de Nyquist y de Bode mostrados en la figura 2.7. El siguiente análisis revela las características más importantes de  $\gamma_a(s)$  y es válido para MSFs correspondientes a una velocidad del rotor dentro del rango de  $0.0628 - 628 \text{ rad/s}$  ( $f = 0.01-100 \text{ Hz}$ ).

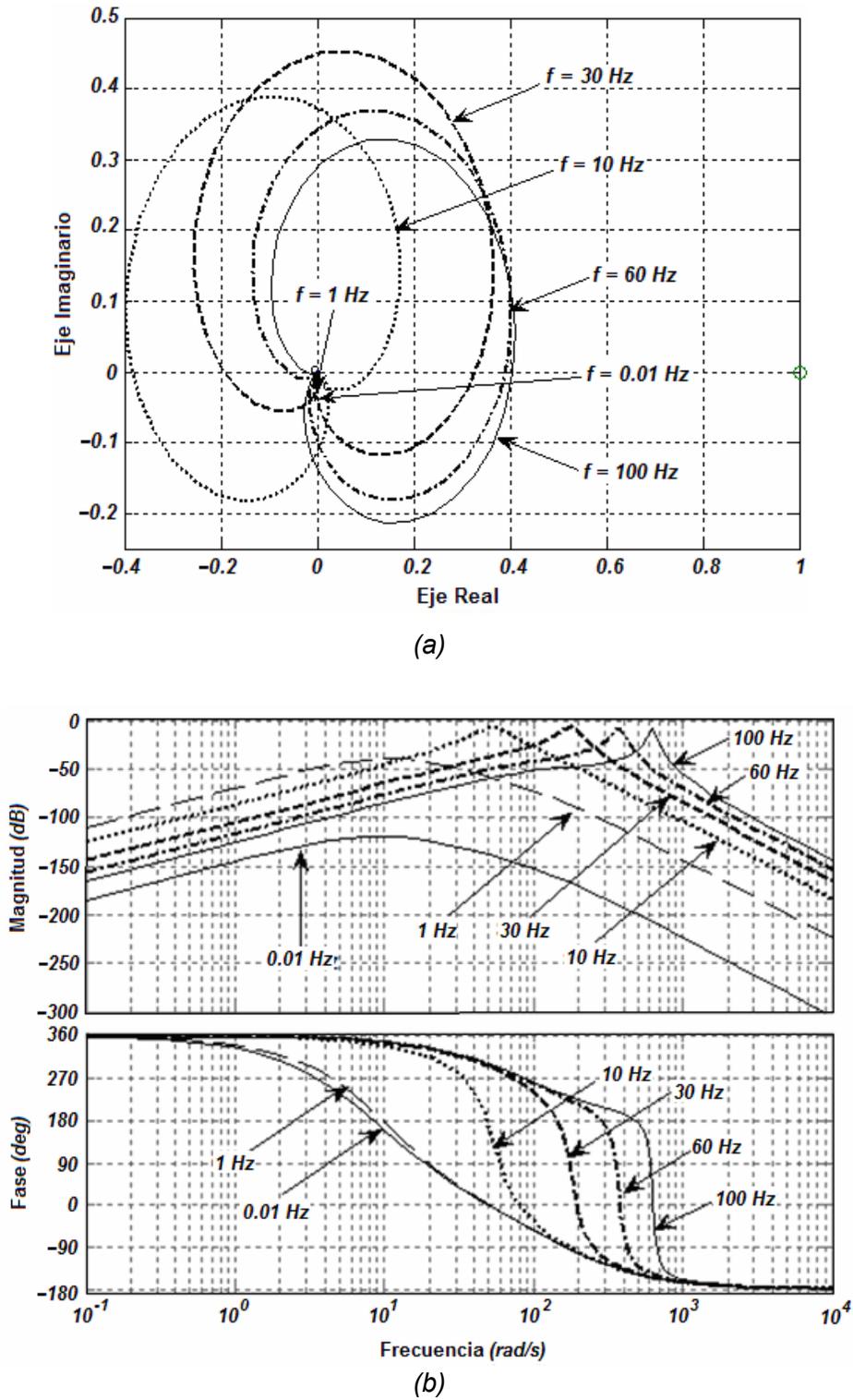


Figura 2.7. Evaluando la estructura de  $\gamma_a(s)$  para diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ):  
 (a) Diagrama de Nyquist ( $\omega > 0$ ); (b) Diagrama de Bode

(a.1) El valor de  $\gamma_a(s)$  cuando  $s$  tiende a infinito es menor a 1 (de hecho es cero), por lo que

$$1 - \lim_{s \rightarrow \infty} \gamma_a(s) > 0$$

y el Diagrama de Nyquist de  $\gamma_a(s)$  está a la izquierda del punto  $(1,0)$  para todos los valores de frecuencia para todos los valores de  $\omega_r$ .

(a.2) De (2.7) calculado a diferentes valores de  $\omega_r$ , la función  $\gamma_a(s)$  no contiene RHPPs (dado que los elementos de  $\mathbf{G}(s)$  son estables y de fase mínima) y su diagrama de Nyquist no rodea al punto  $(1,0)$ . Por lo tanto, utilizando el Criterio de Estabilidad de Nyquist (2.17),  $(1 - \gamma_a(s))$  no contiene RHPZs.

(a.3) Debido a (a.1) y (a.2), las funciones  $h_i(s)$  no influyen la estructura del canal a altos valores de frecuencia. El número de rodeos al punto  $(1,0)$  por  $\gamma_a(s)h_i(s)$  coinciden.

(a.4) Para la configuración de control analizada, las funciones de transferencia  $g_{ii}(s)$  son de fase mínima. Por lo tanto, en el producto

$$\gamma_a(s)h_i(s) = \frac{g_{ij}(s)g_{ji}(s)}{g_{ii}(s)g_{jj}(s)} \cdot \frac{k_{ii}(s)g_{ii}(s)}{1+k_{ii}(s)g_{ii}(s)} \quad (2.66)$$

no ocurren cancelaciones de RHPPs de  $\gamma_a(s)$  con RHPZs de  $h_i(s)$ . Por lo tanto, la estructura de  $(1 - \gamma_a(s))$  es preservada por  $(1 - \gamma_a(s)h_i(s))$  dado que  $h_i(s)$  no posee RHPPs. Para lograr esto,  $k_{ii}(s)$  deben ser diseñadas tal que establezcan  $g_{ii}(s)$ . Esto no debe ser una tarea difícil, ya que  $g_{ii}(s)$  son estables y de fase mínima.

Resumiendo, la existencia de un controlador que establezca los canales definidos por (2.6) para la planta definida por (2.62)–(2.64) se reduce a la existencia de controladores  $k_{ii}(s)$  que simultáneamente establezcan

$$\frac{g_{ii}(s)}{g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))} \quad (2.67)$$

y que garanticen robustez en  $C_i(s)$ ,  $k_{ii}(s)g_{ii}(s)$  y  $\gamma_a(s)h_i(s)$  (con  $i \neq j$ ,  $i, j = 1, 2$ ). El controlador que logre lo anterior sirve para todos los valores de  $\omega_r$  dado que la estructura dinámica al modificar el valor de la velocidad del rotor es prácticamente la misma, como lo muestra la figura (2.7). La existencia de controladores  $k_{ii}(s)$  para este tipo de casos puede ser establecida a partir del siguiente resultado [65]:

**Resultado 1.** Un controlador  $k_{ii}(s)$  que estabilice sistemas (2.67) existe mientras

- (i)  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$  sean de fase mínima;
- (ii) no ocurra retroalimentación positiva en los sistemas de lazo cerrado formados por las transmitancias  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$ . Esto es

$$\text{sign} \left\{ \lim_{s \rightarrow 0^+} \left[ g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_2(s)) \right] \right\} = \text{sign} \left\{ \alpha (-1)^{P_1} \right\} \quad (2.68)$$

$$\text{sign} \left\{ \lim_{s \rightarrow 0^+} \left[ g_{ii}(s) \right] \right\} = \text{sign} \left\{ \alpha (-1)^{P_2} \right\} \quad (2.69)$$

donde  $P_i$  son el número de RHPPs de  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$ , respectivamente;  $\alpha$  es 1 o -1; y  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$  son funciones propias.

**Demostración:** Apéndice D. ■

Con la demostración del Resultado 1 los pasos de diseño para (2.67), *i.e.* el motor de inducción, son inmediatos. Las condiciones de robustez mencionadas previamente se resumen en la Tabla 2.2. De hecho, este es el caso de diseño más simple bajo el enfoque de ICD y MSF [64].

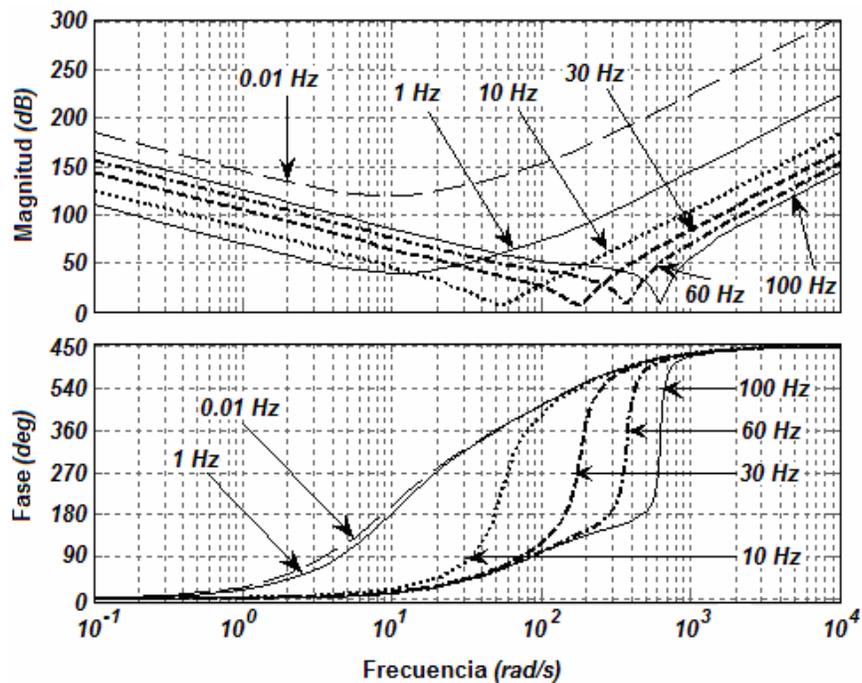
**Tabla 2.2.** Requerimientos de ICD para estabilidad y robustez del subsistema eléctrico del motor de inducción

Requerimiento	Función de Transferencia	Condición
<i>I</i>	$h_1(s)$ $h_2(s)$	Estables. Márgenes de ganancia y de fase adecuados
<i>II</i>	$\gamma_a(s)h_1(s)$ $\gamma_a(s)h_2(s)$	Sus diagramas de Nyquist no rodean y no pasan cerca de (1,0)
<i>III</i>	$C_1(s)$ $C_2(s)$	Estables. Márgenes de ganancia y de fase adecuados

Para un sistema de control, un desempeño satisfactorio puede conseguirse si se tienen márgenes de ganancia y de fase adecuados. Se recomienda tener márgenes de fase entre 30° y 60° (o mayores) y márgenes ganancia mayores a 6 dB [81,97]. Algunos autores recomiendan un margen de ganancia mayor a 10 dB [32]. Para el caso del motor de inducción, un margen de fase manejado en la literatura es de 60° [74].

De acuerdo con la figura 2.7 y las características de  $\gamma_a(s)$ , es posible concluir que la estructura del modelo del subsistema eléctrico del motor de inducción dado por (2.62)–(2.64) no tiene cambios significativos bajo variaciones de la velocidad del rotor, *i.e.* el número de RHPZs y RHPPs se preserva (en este caso es cero). De hecho, el acoplamiento tiende a disminuir al disminuir el valor de la velocidad del rotor. Por lo tanto, es posible diseñar un controlador diagonal que establezca el sistema (2.62) para todo el rango de velocidades del rotor al considerar correctamente las características de  $\gamma_a(s)$  proporcionadas previamente. Más aun, la condición de fase mínima de la planta está asegurada siempre y cuando la estructura del sistema posea trayectorias de Nyquist de  $\gamma_a(s)$  tal que no existan rodeos al punto  $(1,0)$ . Analizando la figura 2.7, la función  $\gamma_a(s)$  posee un margen de ganancia de aproximadamente 8.3 dB y un margen de fase infinito. Debido a las características del subsistema eléctrico, a cualquier valor de velocidad del rotor considerado el sistema es de fase mínima y estable, y como se mostrará posteriormente, también lo seguirá siendo ante variaciones paramétricas.

Considérese ahora la configuración de canales asociados en (b). La figura 2.8 muestra el diagrama de Bode de la función de estructura multivariable  $\gamma_b(s)$  para diferentes valores de  $\omega_r$ .



**Figura 2.8.** Evaluando la estructura de  $\gamma_b(s)$  para diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ): Diagrama de Bode

La configuración asociada  $\gamma_b(s)$  involucra una función estrictamente impropia para cualquier valor de velocidad. Esto indica que para tal definición de canales el acoplamiento es muy grande a todo valor frecuencial, como lo muestra la figura 2.5. Por lo tanto, el diseño utilizando el emparejamiento asociado a  $\gamma_b(s)$  presenta serias dificultades de diseño.

Cabe destacar que el análisis de las MSF anteriores puede ser llevado a cabo gracias al uso de un Toolbox para ICD programado en MATLAB® [102].

De esta manera, se puede concluir que el subsistema eléctrico del motor de inducción, sabiendo que es estable, de fase mínima y de grado relativo  $\{1, 1\}$ , puede ser estabilizado a través de un controlador multivariable, lineal, diagonal y fijo con las características requeridas por la Tabla 2.2, por lo que la Proposición 2 queda demostrada

■

Como conclusión, al hacer el análisis del modelo del motor de inducción bajo del enfoque de ICD es posible llegar a las mismas conclusiones obtenidas que al hacer un análisis no lineal. Adicionalmente, mediante el uso de la MSF es factible determinar de manera cuantitativa en qué medida el sistema es sensible a ser de fase no mínima. Más aun, al utilizar un controlador multivariable diagonal cuyos elementos tengan grado relativo 1 y que cumpla con las características descritas por la Tabla 2.2 es posible tener un sistema de control con márgenes de fase infinitos y márgenes de ganancia aceptables, como se observará en el Capítulo 3. Estas características no es posible obtenerlas con controladores tipo PI asociados a esquemas convencionales de accionamientos eléctricos como los reportados en [8,9,44,74,75].

# Capítulo 3

## EL ESQUEMA DE CONTROL

### 3.1. Introducción

En la actualidad existen diferentes técnicas para el control de motores de inducción. Uno de los métodos más comunes que es ampliamente usado y con un éxito considerable es el llamado Control por Campo Orientado o Control Vectorial (FOC, *Field Oriented Control*) [6,7,8,9,18,34,44,62,74,101,107,108]. Sin embargo, la demanda de un buen desempeño y la alta sensibilidad a variaciones paramétricas ha llevado a la investigación y aplicación de otras estrategias de control [101,107]. Algunos años después fue desarrollada una técnica avanzada de control escalar, conocida como Control Directo de Par (DTC, *Direct Torque Control*) [8,9,17,33,44,62,99,101,107]. Esta estrategia fue propuesta en los años 80s, con los trabajos de Takahashi [99] y Depenbrock [17]. En la literatura se afirma que el desempeño de este método es comparable al de accionamientos tipo FOC [8]. A pesar de que la sensibilidad a variaciones paramétricas no es una desventaja, el rizado encontrado tanto en las respuestas de par y flujo representa una de las mayores desventajas del DTC. Asimismo, es difícil lograr un control adecuado a bajas velocidades y en los arranques [8,101,107].

Como se mencionó en el Capítulo 2, con la aparición de ICD, actualmente existe una nueva alternativa para el diseño de sistemas de control multivariable. En el presente capítulo se presenta una novedosa estrategia de control aplicada al motor de inducción y se explican las características que la hacen ser diferente de los esquemas convencionales hallados en la literatura. Normalmente, al utilizar la transformación de Park y algunas consideraciones en el modelo es posible obtener un subsistema eléctrico desacoplado de 2-entradas 2-salidas, tal y como se hace en el FOC. Sin embargo, también es posible obtener una representación del subsistema eléctrico como un sistema 2x2 acoplado. En esta representación la variación paramétrica aparece como incertidumbre no estructurada, como se demostrará posteriormente.

En el Capítulo 2 se demostró que la estructura del sistema es preservada bajo variaciones en la velocidad del rotor. En este capítulo se demuestra (por medio de la MSF) que la estructura del sistema también es preservada ante variaciones paramétricas. Este hecho permite el desarrollo de controladores lineales, fijos, robustos y que desacoplan los canales de entrada–salida independientemente del valor de la velocidad del rotor y de la variación de parámetros presente en el motor de inducción.

En otras palabras, es posible realizar el diseño de un controlador lineal multivariable para un motor de inducción típico. El diseño es obtenido después de hacer un análisis riguroso de la MSF (realizado en el capítulo anterior) y de aplicar ICD. Un observador de orden reducido basado en el lazo cerrado del subsistema eléctrico que estima el ángulo del campo del rotor es incluido para la generación apropiada de las corrientes de referencia del motor. Asimismo, un VSI modulado por SV–PWM es incluido, descrito en el Apéndice B. Finalmente, un controlador lineal de velocidad es diseñado para lograr el control de la velocidad del rotor (*i.e.*, el control del subsistema mecánico).

En la práctica, esta estrategia de control consiste de un controlador multivariable lineal, diagonal, fijo, de bajo orden, de fase mínima, robusto y estable para el subsistema eléctrico; un controlador SISO estable, de bajo orden, fase mínima y robusto para el componente mecánico del modelo del motor; un VSI modulado con SV–PWM; y un observador de orden reducido. Los controladores, por su simpleza y desempeño, son convenientes para una futura implementación. Este esquema requiere de la medición de corrientes y de la velocidad del rotor. Por las características anteriores, la estrategia propuesta proporciona una alternativa simple y eficiente para motores de inducción controlados por FOC y/o DTC.

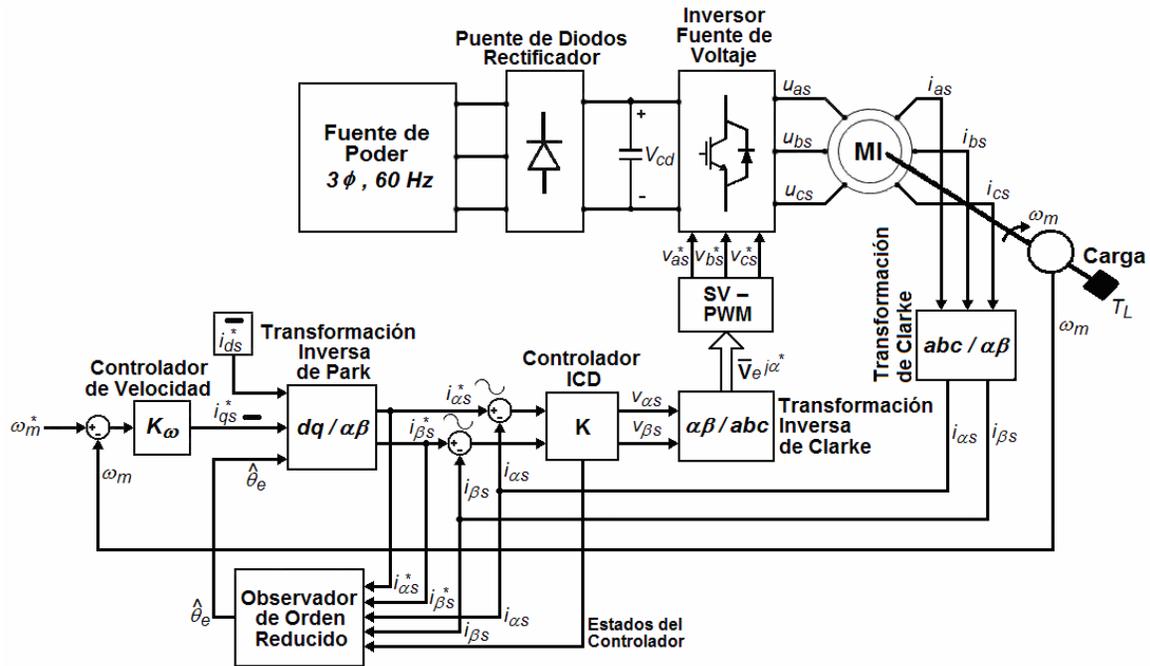
## 3.2. Descripción del Esquema de Control

La estrategia de control para el motor de inducción jaula de ardilla comprende cuatro partes principales:

- La primera parte consiste de un controlador lineal, multivariable, diagonal, fijo, de bajo orden, de fase mínima, robusto y estable para la dinámica eléctrica del motor. Al controlarse variables eléctricas, este lazo es el más rápido y por lo tanto interior. Esta etapa comprende la parte medular del esquema y que hace al esquema distintivo al momento de compararlo contra otras estrategias halladas en la literatura. Como se estudiará posteriormente, sus características son fundamentales al estimar la posición del flujo del rotor y permiten simplificar el control del lazo mecánico externo.
- La segunda parte corresponde a un VSI modulado por SV–PWM. La elección de este tipo de inversor y de modulación es justificada en el Apéndice B.
- El tercer componente del esquema es comprendido por el controlador del subsistema mecánico. Se forma de un controlador SISO estable, de bajo orden, de fase mínima y robusto. Esta etapa corresponde al lazo de control externo del motor, como fue indicado previamente.

- Finalmente, el cuarto elemento del esquema corresponde a un observador de orden reducido del sistema eléctrico de lazo cerrado. Dicha estructura tiene la finalidad de estimar los flujos magnéticos del rotor y por lo tanto de la posición del campo del rotor, cuyo correcto cálculo es de suma importancia para la adecuada generación de las referencias senoidales al lazo eléctrico interno.

El esquema propuesto se muestra en la figura 3.1.



**Figura 3.1.** Diagrama a bloques de la estrategia de control propuesta para un motor de inducción típico con rotor jaula de ardilla

Al observar la figura 3.1 es posible encontrar algunas coincidencias del esquema de control propuesto con otras estrategias halladas en la literatura. En apariencia, el esquema es similar a un FOC con orientación del campo del rotor por método directo. En la siguiente sección de este capítulo se resaltarán las características que hacen al esquema propuesto novedoso y diferente. En particular, algunas comparaciones cualitativas son efectuadas contra otros esquemas de control para resaltar las diferencias entre ellas.

### 3.2.1. Subsistema Eléctrico

En el Capítulo 2 se estudió que el subsistema eléctrico correspondía a un sistema multivariable  $2 \times 2$ , descrito por las ecuaciones (2.62)–(2.64). También se especificaron las características necesarias para obtener un correcto desempeño en lazo cerrado. El controlador debe generar las señales de referencia de voltaje apropiadas para el VSI a través de una modulación SV-PWM (descrita en el Apéndice B), que a su vez proporcione las señales de voltaje a las terminales del motor de inducción después de realizar una transformación inversa de Clarke, como se muestra en la figura 3.1.

Asimismo, en el Capítulo 2 se demostró que la estructura dinámica del motor de inducción no tiene cambios significativos bajo variaciones de la velocidad del rotor. Como consecuencia es posible diseñar un controlador diagonal fijo que estabilice el sistema (2.62) para todo el rango de velocidades del rotor al considerar correctamente las características de  $\gamma_a(s)$  proporcionadas previamente.

Después de analizar la MSF asociada al emparejamiento de canales descrito por  $\gamma_a(s)$  y haciendo uso del **Toolbox de ICD 2x2** reportado en [102] y considerando los parámetros y especificaciones de (2.61), el siguiente controlador diagonal, con elementos estables de fase mínima y bajo orden fue diseñado

$$\mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} k_{11}(s) & 0 \\ 0 & k_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde

$$k_{11}(s) = k_{22}(s) = \frac{2.1 \times 10^9 (s + 6 \times 10^4)(s + 100)}{s(s + 1.2 \times 10^5)(s + 1 \times 10^5)} \quad (3.2)$$

Nótese que los elementos del controlador son de 3<sup>er</sup> orden y de grado relativo 1. En este caso el diseño fue directo dado que la planta es estable y de fase mínima. Debido a las características del controlador, el diseño del sistema de control es muy factible para su implementación. Cabe destacar que no todas las plantas son tan benignas como el modelo del motor de inducción. Algunos casos patológicos de diseño pueden encontrarse en la literatura en [64].

El desempeño del controlador y los requerimientos de estabilidad y robustez descritos por la Tabla 2.2 son estudiadas para los casos en que  $f = 60, 10$  y  $0.01$  Hz ( $\omega_r = 2\pi f$ , donde  $f$  es la frecuencia eléctrica) y se muestran en las figuras 3.2 a 3.4.

Como se estableció previamente, la estructura del sistema no es sensible a variaciones de  $\omega_r$  (ver figura 2.7). De hecho, se observó que el acoplamiento entre ambos canales disminuye cuando la velocidad disminuye. Nótese que el acoplamiento a  $f = 0.01$  Hz es despreciable. Como la estructura es preservada bajo todas las condiciones de operación, el controlador descrito por (3.1) y (3.2) tiene un desempeño adecuado aun a valores muy pequeños de velocidad del rotor, como se muestra en los diagramas de Bode de los canales en la figura 3.2. De hecho, los márgenes ganancia y de fase de los canales son lo suficientemente grandes para asegurar que el controlador sea robusto, cumpliendo de esta forma con el requerimiento III descrito en la Tabla 2.2. Nótese que al tener controladores de grado relativo  $\{1\}$  y una planta con grado relativo  $\{1,1\}$ , la fase en los diagramas de Bode de los canales siempre acaba en  $180^\circ$ , garantizando un margen de ganancia infinito.

Como se muestra en las figuras 3.3 y 3.4, las trayectorias en el diagrama de Nyquist de  $\gamma_a(s)h_i(s)$  para diferentes valores de  $\omega_r$  no pasan cerca del punto  $(1,0)$  y las funciones  $k_{ii}(s)g_{ii}(s)$  tienen márgenes de ganancia y de fase adecuados. De hecho, la fase de las funciones  $k_{ii}(s)g_{ii}(s)$  acaba en  $180^\circ$  dado que  $g_{ii}(s)$  y  $k_{ii}(s)$  son de grado relativo  $\{1\}$ , por lo que el margen de ganancia de estas funciones es infinito. Adicionalmente, la trayectoria durante la pendiente de caída (*roll-off*) no presenta bordes o trayectorias curvas. Así, los requerimientos I y II de la Tabla 2.2 son cumplidos.

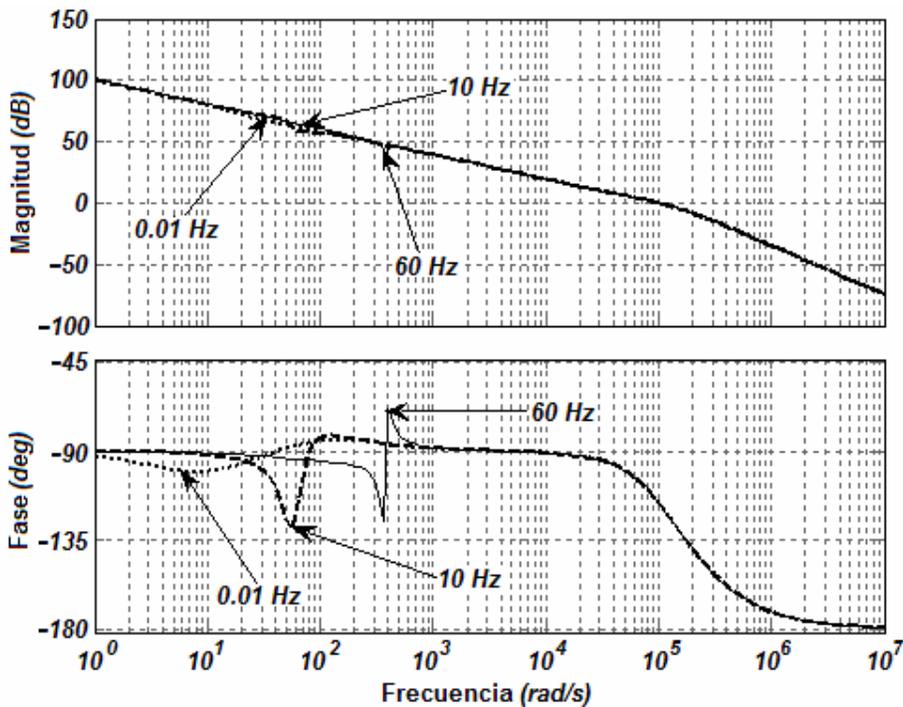
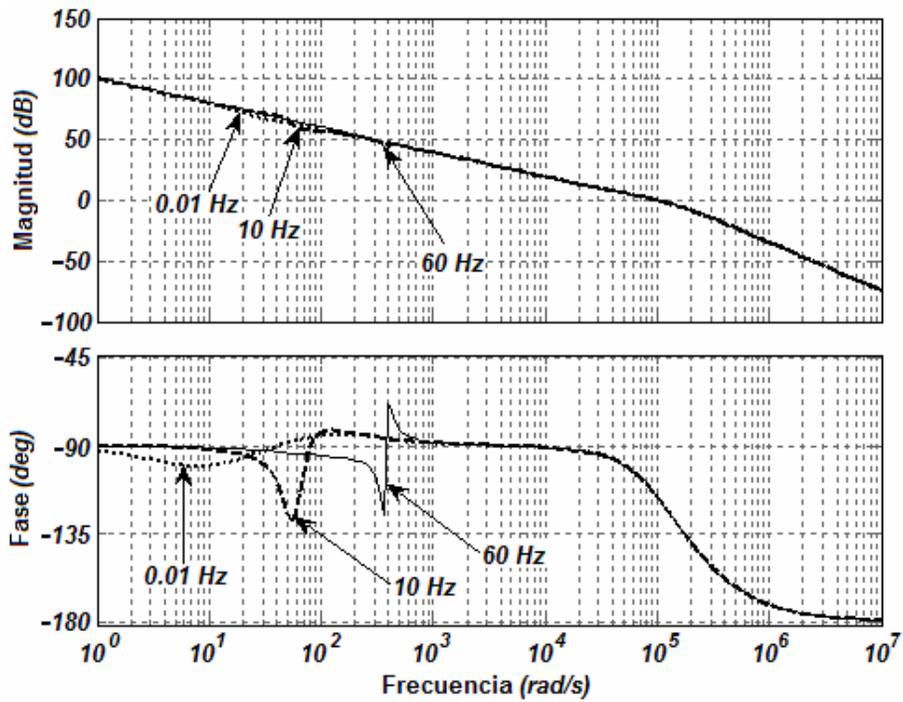
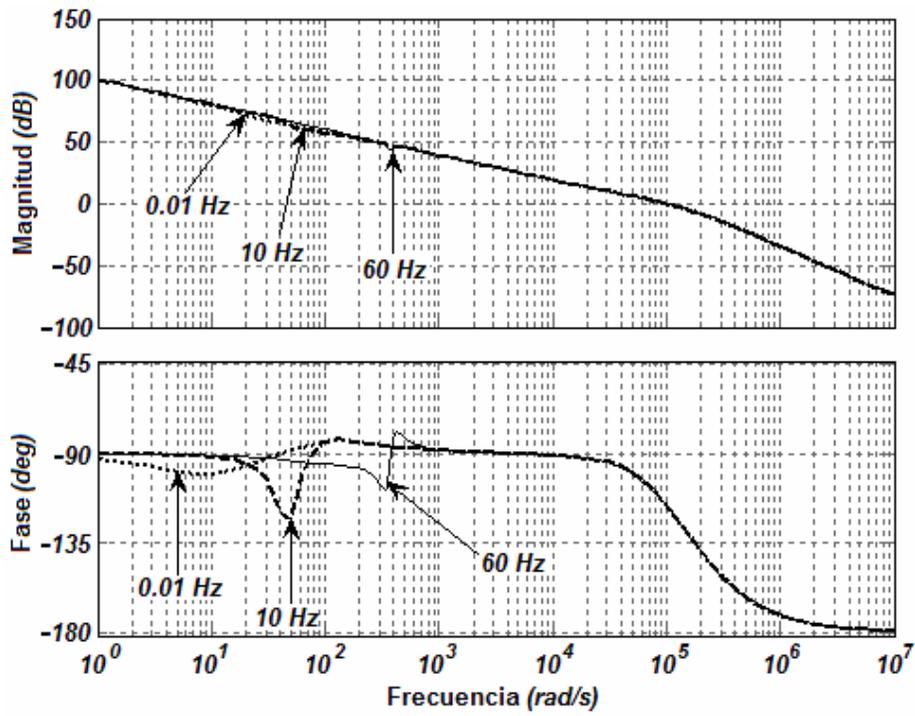
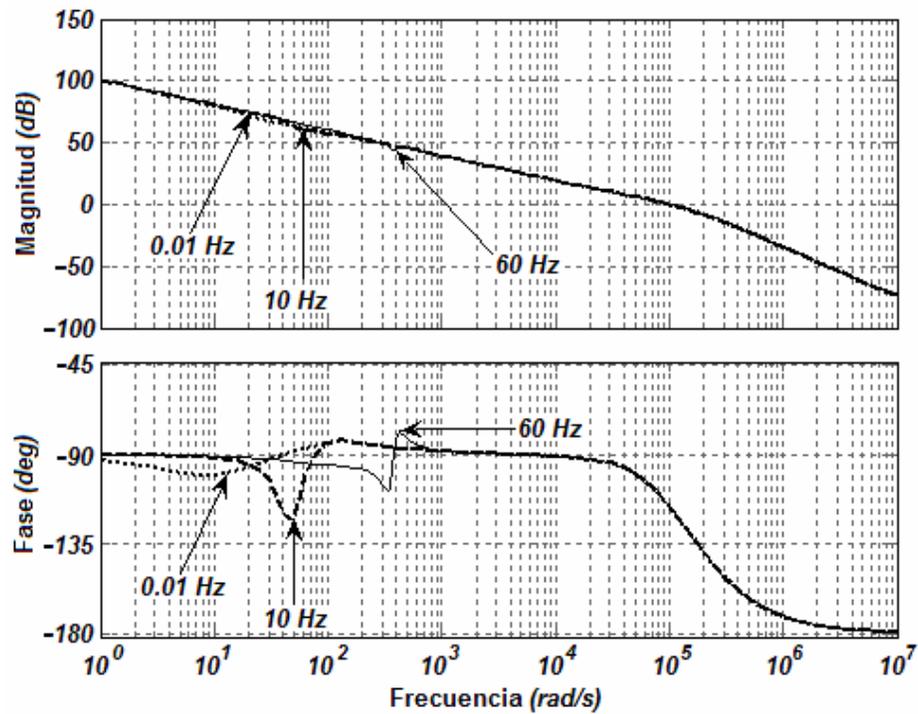


Figura 3.2. Evaluación del desempeño del controlador a diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ). Diagrama de Bode del: (a) Canal 1; (b) Canal 2

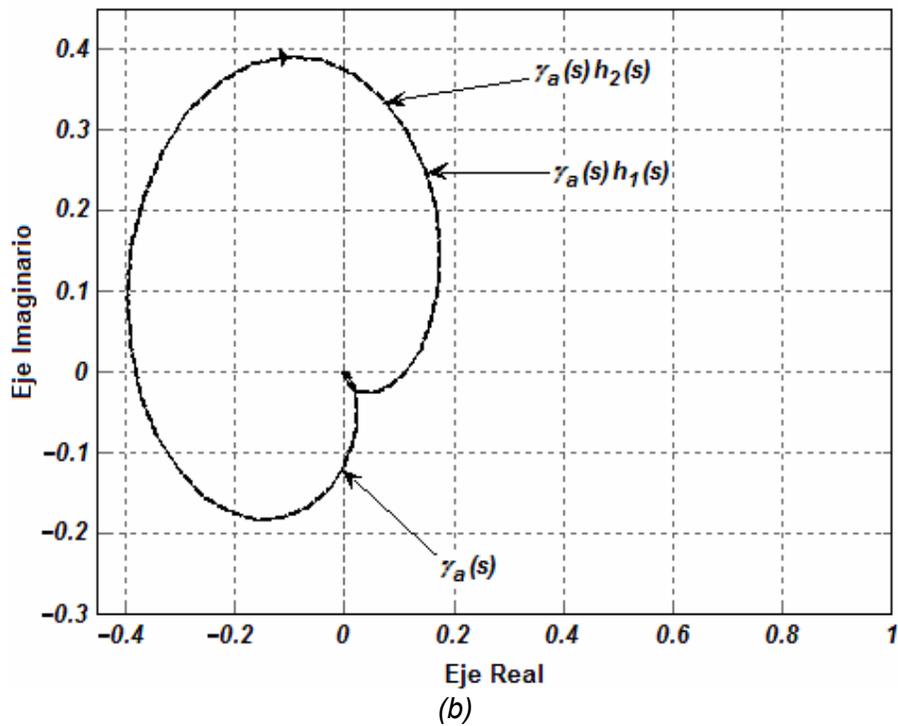
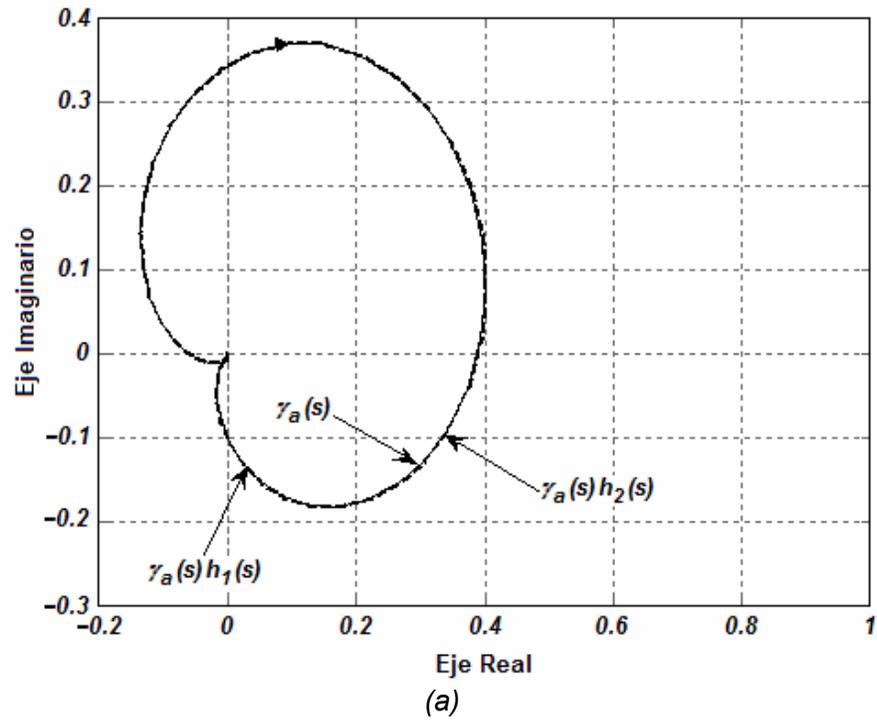


(a)



(b)

Figura 3.3. Evaluación de la robustez estructural a diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ).  
 Diagrama de Bode de: (a)  $k_{11}(s)g_{11}(s)$ ; (b)  $k_{22}(s)g_{22}(s)$



**Figura 3.4.** Evaluación de la robustez estructural a diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ). Diagrama de Nyquist de  $\gamma_a(s)$  vs  $\gamma_a(s)h_2(s)$  vs  $\gamma_a(s)h_1(s)$  a: (a) 60Hz; (b) 10Hz

**Tabla 3.1. Evaluación de la robustez estructural del subsistema eléctrico**

Medida	$C_1(s)$	$k_{11}(s)g_{11}(s)$	$\gamma_a(s)h_2(s)$	$C_2(s)$	$k_{22}(s)g_{22}(s)$	$\gamma_a(s)h_1(s)$
<b>BW [rad/s]</b>	$1 \times 10^5$	$1 \times 10^5$	_____	$1 \times 10^5$	$1 \times 10^5$	_____
<b><math>G_M</math> [dB]</b>	$\infty$	$\infty$	8.3	$\infty$	$\infty$	8.3
<b><math>P_M</math> [deg]</b>	64	64	$\infty$	64	64	$\infty$

Al cumplir con todos los requerimientos de diseño (Tabla 2.2), el desempeño del controlador y las medidas de robustez descritas en los párrafos anteriores pueden ser establecidos en términos de márgenes de fase y de ganancia. Toda esta información se encuentra resumida en la Tabla 3.1.

Es importante notar que los anchos de banda escogidos para los controladores  $k_{ij}(s)$  y las funciones  $h_i(s)$  son lo suficientemente grandes para poder realizar un seguimiento adecuado a entradas de referencia senoidales a una frecuencia mayor a 60 Hz, como se observará posteriormente.

En la Tabla 3.1, los márgenes de estabilidad asociados a las funciones  $\gamma_a(s)h_i(s)$  son mostrados. A pesar de que es posible argumentar que un margen de ganancia de 8.3 dB no es lo suficientemente grande para asegurar robustez, debe notarse que no existen situaciones físicas reales en las que la estructura del sistema se deforme de tal manera que las funciones  $\gamma_a(s)$  pasen muy cerca del punto (1,0), como se mencionó en el Capítulo 2. La anterior afirmación se puede complementar a través del análisis de la MSF considerando variaciones paramétricas.

En la literatura se describen como dominantes las variaciones paramétricas en las resistencias  $R_s$ ,  $R_r$  y en las inductancias  $L_{lr}$ ,  $L_{ls}$ , y  $L_m$  [107]. Las resistencias tanto de rotor como de estator ( $R_s$  y  $R_r$ ) se incrementan linealmente con el aumento de la temperatura, dependiendo del coeficiente de temperatura de la resistencia del material [8]. La variación de  $R_r$  se debe también al efecto *piel*. Este efecto se relaciona con la variación efectiva de la resistencia de un conductor ante la frecuencia de la corriente. Al aumentar la frecuencia, la corriente se concentra en la parte superior del rotor, incrementando de esta forma el valor de la resistencia debido a un decremento de sección efectiva de conducción [8,9]. Paralelamente, el valor de la inductancia de dispersión se reduce [9]. Por otro lado, la variación de las inductancias se debe al efecto de saturación magnética [9,107], mostrado en la figura 3.5. Este fenómeno no se presenta si se trabaja en la zona lineal de la curva de corriente contra flujo magnético, *i.e.*, el motor opera en la región de flujo constante o de campo debilitado. No obstante, ante una variación bastante crítica de parámetros como  $R_r = 2.5 \cdot R_{r,nom}$  y  $R_s = 2.5 \cdot R_{s,nom}$ , la estructura de  $\gamma_a(s)$  es aun preservada por  $\gamma_a(s)h_i(s)$ . Por lo tanto, 8.3 dB puede ser considerado como un margen de ganancia aceptable para las funciones  $\gamma_a(s)h_i(s)$  en el caso particular del motor de inducción. En la figura 3.6 evalúa el efecto de las variaciones paramétricas anteriores a  $f = 60$  Hz.

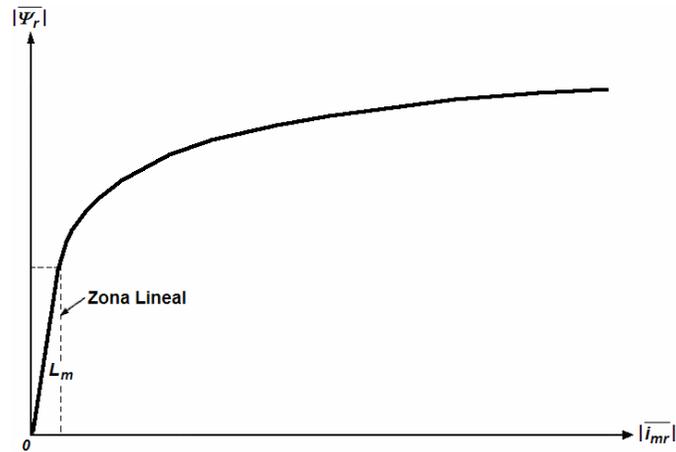


Figura 3.5. Saturación magnética. Curva de magnetización del rotor

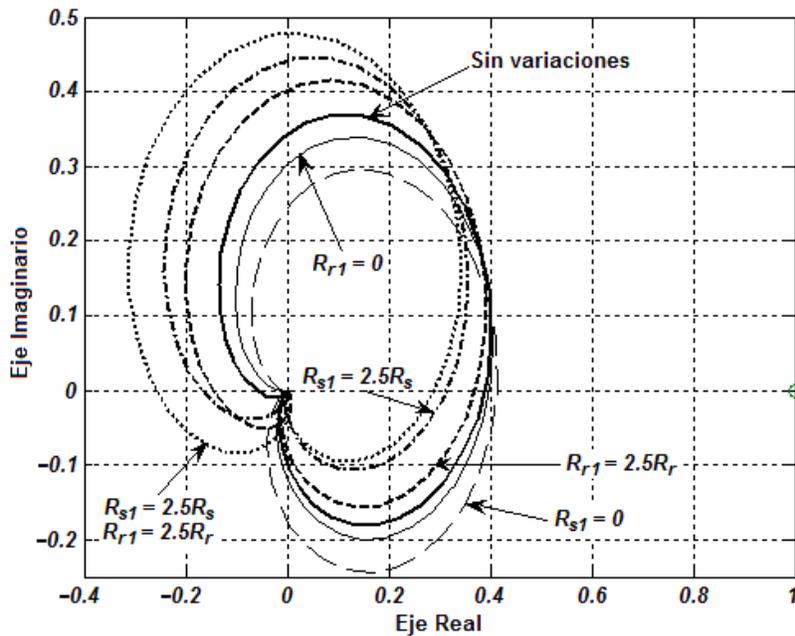


Figura 3.6. Evaluación de la estructura de  $\gamma_a(s)$  a  $f = 60$  Hz ( $\omega_r = 2\pi f$ ) ante variaciones paramétricas. Diagrama de Nyquist

Como puede observarse a partir de la figura 3.6, la variación paramétrica aparece como incertidumbre no estructurada; esto es, el número de RHPZ y de RHPP se conserva (el sistema sigue siendo de fase mínima y estable). El que el controlador multivariable descrito por (3.1) y (3.2) preserve la estructura dinámica ante variaciones paramétricas es de suma importancia. De hecho, la anterior representa una de las características más importantes del esquema propuesto. Las medidas de robustez resumidas en la Tabla 3.1 garantizan que el subsistema eléctrico en lazo cerrado seguirá operando satisfactoriamente ante variaciones paramétricas críticas, como se mostrará posteriormente mediante una simulación digital.

Ciertamente, la variación paramétrica afecta el desempeño de los accionamientos eléctricos FOC tanto en el método directo como en el indirecto [8,9,44,101,107]. Lo anterior se vuelve crítico a bajas velocidades [8]. La variación de  $R_s$  tiende a reducir la precisión de las señales estimadas en esquemas FOC de método directo [8]. Por otro lado, la variación de  $R_r$  afecta el desempeño de los esquemas FOC de método indirecto: la ganancia de deslizamiento se desintoniza, ocasionando la desorientación del flujo y la aparición de acoplamiento entre los canales de flujo y par [8]. Adicionalmente, lo anterior conlleva a una respuesta transitoria no lineal del sistema ante cambios en el comando del par [44]. A diferencia de los esquemas de control de corriente utilizados en accionamientos tipo FOC, el análisis adecuado de la MSF permite obtener controladores que aseguren la robustez en el sistema de control ante incertidumbre paramétrica [55–60,63–70].

Por otro lado, resulta interesante el hacer un análisis del rechazo que tiene el controlador a las perturbaciones externas y al acoplamiento entre los canales. Recordando del Capítulo 2, estas condiciones están indicadas por

$$S_i(s) = \frac{1}{1+C_i(s)} \quad (3.3)$$

donde  $i = 1,2$ . A la función anterior se le denomina función de sensibilidad. El canal  $C_i(s)$  está definido de acuerdo a (2.6). La función de sensibilidad es un claro indicador del rango frecuencial en el que las perturbaciones externas y el acoplamiento del canal  $C_j(s)$  pueden afectar el desempeño del canal  $C_i(s)$  en lazo cerrado. Lo anterior resulta evidente de las ecuaciones (2.5) y (2.10), reescritas a continuación:

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_1(s)}{1+C_1(s)} & \frac{g_{12}(s) h_2(s)}{g_{22}(s) 1+C_1(s)} \\ \frac{g_{21}(s) h_1(s)}{g_{11}(s) 1+C_2(s)} & \frac{C_2(s)}{1+C_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+C_1(s)} & -\frac{g_{12}(s) h_2(s)}{g_{22}(s) 1+C_1(s)} \\ -\frac{g_{21}(s) h_1(s)}{g_{11}(s) 1+C_2(s)} & \frac{1}{1+C_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(s) \\ d_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Las condiciones de rechazo a perturbaciones y al acoplamiento fueron también dadas en el Capítulo 2. Éstas son:

- Para la referencia  $r_j(s)$ ,  $i \neq j$ , (debido a  $g_{ij}(s)h_j(s)/g_{jj}(s)$ ,  $i \neq j$ ), el rechazo al acoplamiento  $p_i(s)$  en  $y_i(s)$  es indicado por  $1/(1+C_i(s))$ .
- Para la perturbación  $d_i(s)$ , el rechazo a la perturbación en  $y_i(s)$  es indicado por  $1/(1+C_i(s))$ .
- Para la perturbación  $d_j(s)$ ,  $i \neq j$ , (debido a  $g_{ij}(s)h_j(s)/g_{jj}(s)$ ,  $i \neq j$ ), el rechazo a la perturbación en  $y_i(s)$  es indicado por  $1/(1+C_i(s))$ .

Como se mencionó previamente, para que el diseño de control rechace satisfactoriamente perturbaciones externas y el acoplamiento de un canal a otro, es necesario mantener la función de sensibilidad (3.3) pequeña sobre un amplio rango de frecuencias, sobre todo en aquellas en las que las perturbaciones y el acoplamiento sean dominantes [81,97,112].

En la figura 3.7 se muestran los diagramas de Bode (magnitud) de la función de sensibilidad del canal  $C_i(s)$  contra la función de transferencia  $p_i(s)/r_i(s)$  (i.e.  $g_{ij}(s)h_j(s)/g_{ji}(s)$ ,  $i, j = 1, 2$ ,  $i \neq j$ , definida en (2.9)). Se muestra la situación para diferentes  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ , a  $f = 60, 10$  y  $0.01$  Hz). La figura 3.7(a) ilustra el caso de  $S_1(s)$  y la figura 3.7(b) muestra el caso para  $S_2(s)$ . Solamente se grafican las funciones anteriores para ciertos valores representativos de  $\omega_r$ . Si se graficaran muchos más las gráficas de sensibilidad estarían sobrepuestas a diferentes valores de  $\omega_r$  y las del acoplamiento se verían representadas por una mancha negra imposible de analizar.

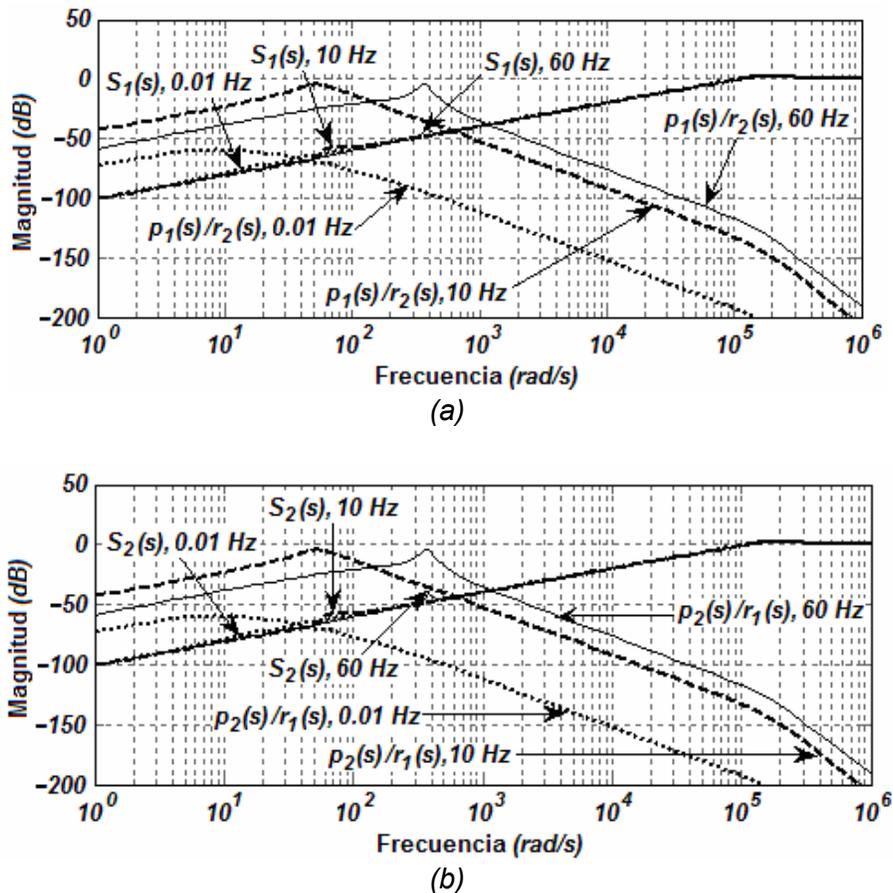


Figura 3.7. Rechazo a perturbaciones y acoplamiento a diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ): (a) Canal 1; (b) Canal 2

Como se puede observar en la figura 3.7, el acoplamiento de un canal al otro a diferentes valores de  $\omega_r$  es muy pequeño. De hecho, siempre es inferior a  $0 \text{ dB}$ . La función de sensibilidad siempre es más pequeña que la función de transferencia que determina el efecto de las perturbaciones externas y el acoplamiento a cada canal. Esto sucede aun en los valores de acoplamiento más altos, que ocurren alrededor de  $50$  y  $373 \text{ rad/s}$  para perturbaciones a una  $f$  de  $10$  y  $60 \text{ Hz}$ , respectivamente. Para una  $f = 0.01 \text{ Hz}$  el acoplamiento es despreciable. La explicación anterior es válida para ambos canales y este resultado es coherente con las características de  $\gamma_a(s)$ . Se puede concluir que el controlador de cada canal garantiza un rechazo a las perturbaciones y al acoplamiento del otro canal a frecuencias inferiores al ancho de banda (dados en la Tabla 3.1). Más aun, las dinámicas con frecuencias superiores a los anchos de banda, como lo son las conmutaciones del inversor, el ruido de alta frecuencia y las dinámicas de alta frecuencia no modeladas, son totalmente filtradas (ver figura 3.2).

El lazo cerrado del subsistema eléctrico está dado por

$$\mathbf{T}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s))^{-1} \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)$$

$$\mathbf{T}(s) = \begin{bmatrix} t_{11}(s) & t_{12}(s) \\ t_{21}(s) & t_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

El diagrama de Bode de cada elemento de la representación en lazo cerrado para diferentes valores de  $\omega_r$  se muestra en la figura 3.8.

Como puede notarse en la figura 3.8, el controlador dado por (3.1) y (3.2) desacopla satisfactoriamente el canal formado por  $v_{\alpha s} - i_{\alpha s}$  del dado por  $v_{\beta s} - i_{\beta s}$  para el rango completo de velocidades del rotor. Esto es debido al hecho de que la estructura dinámica del subsistema eléctrico es *benigna*. Lo anterior es de gran importancia, dado que las perturbaciones de un canal hacia el otro son despreciables. Adicionalmente, cualquier señal de entrada o ruido con una frecuencia mayor a la frecuencia de corte (o del ancho de banda) es completamente filtrada. Como consecuencia, la influencia de las dinámicas asociadas al VSI en el sistema en lazo cerrado (3.4) es eliminada, como se mencionó previamente. Asimismo, el efecto del ruido a alta frecuencia y de las dinámicas no modeladas de alta frecuencia será evitado. Si un controlador de velocidad para el subsistema mecánico es diseñado con un ancho de banda adecuado (menor que aquellos asignados a los canales del subsistema eléctrico), el subsistema eléctrico en lazo cerrado puede ser visto como una ganancia unitaria por el subsistema mecánico. El hecho anterior sumado a la característica de desacoplamiento simplifica el diseño del controlador de velocidad, como se explicará posteriormente.

Cabe destacar que en la figura 3.8 sólo se muestran las gráficas para ciertos valores de  $\omega_r$ . El incluir muchos más valores implicaría tener una gráfica prácticamente igual para los elementos diagonales de la representación en lazo cerrado (nótese que tanto a un valor muy pequeño de la velocidad del rotor como ante un valor considerable los diagramas de Bode son prácticamente iguales) y una mancha negra para los no diagonales, pero con una magnitud máxima menor a  $0 \text{ dB}$ . Por lo tanto, es posible concluir que las dinámicas del lazo cerrado del subsistema eléctrico son prácticamente lineales ante las variaciones del subsistema mecánico y el acoplamiento de un canal a otro es despreciable, por lo que el uso del controlador lineal fijo queda totalmente justificado.

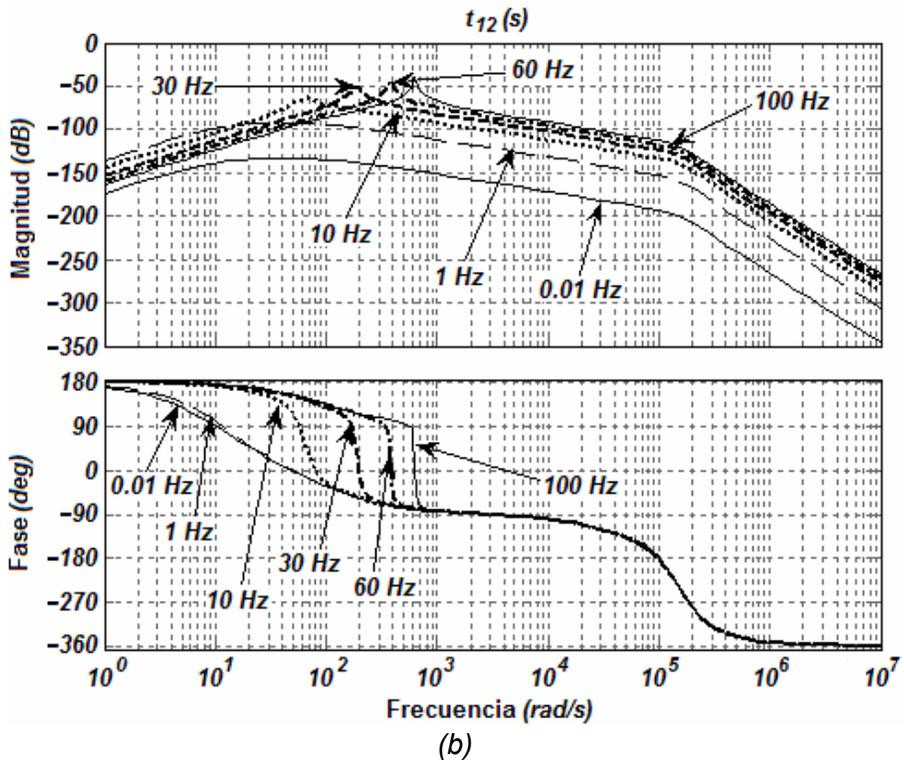
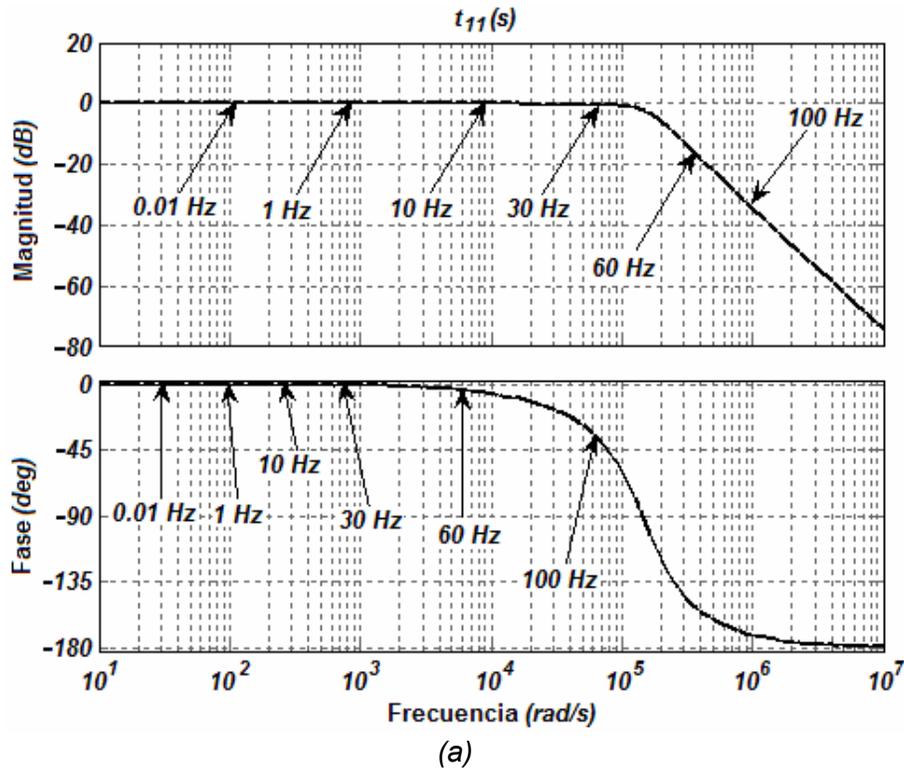


Figura 3.8. Evaluación del desempeño del subsistema eléctrico en lazo cerrado. Diagrama de Bode para diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ): (a)  $t_{11}(s)$ ; (b)  $t_{12}(s)$

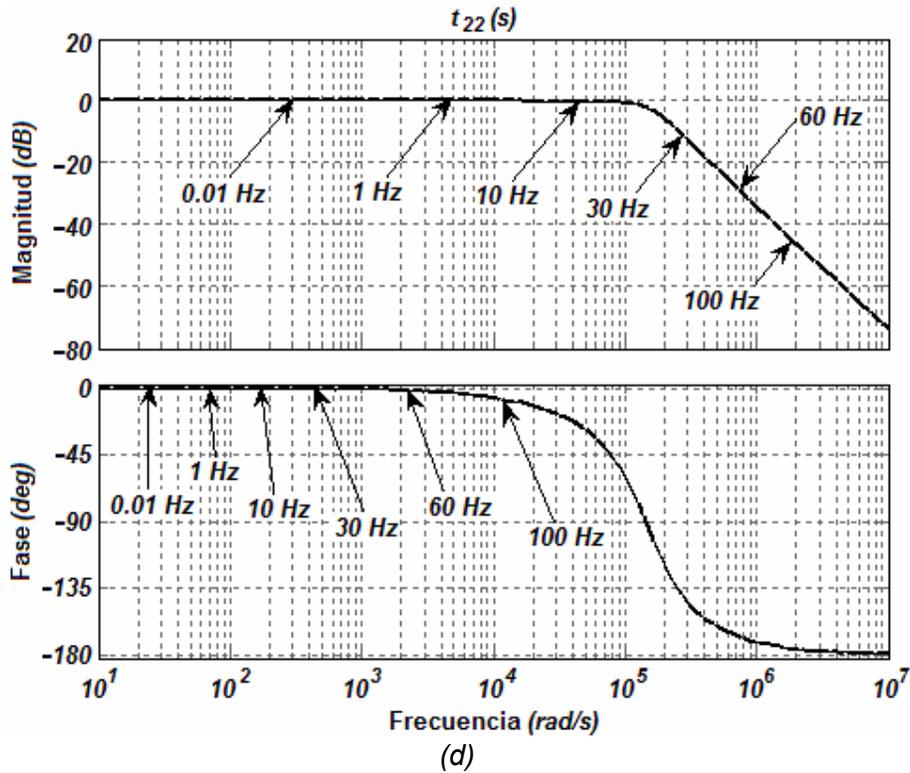
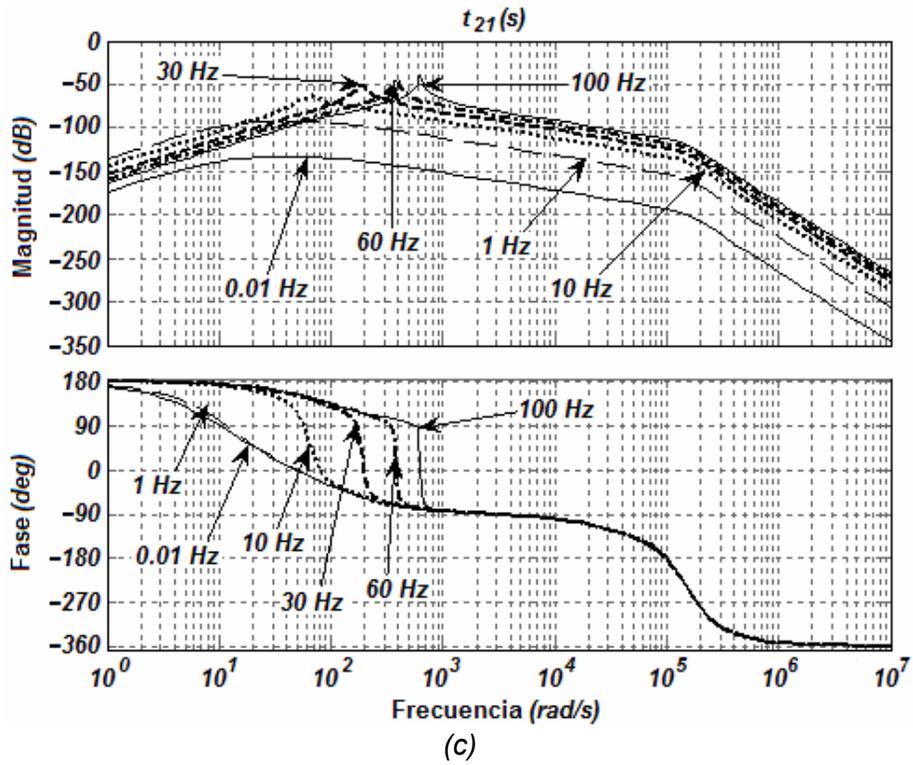


Figura 3.8. (Continuación) Evaluación del desempeño del subsistema eléctrico en lazo cerrado. Diagrama de Bode para diferentes valores de  $\omega_r$  ( $\omega_r = 2\pi f$ ): (c)  $t_{21}(s)$ ; (d)  $t_{22}(s)$

La anterior es una característica distintiva del esquema propuesto. En base al análisis de la función de estructura multivariable es posible obtener controladores fijos que desacoplan completamente el modelo. De esta manera es posible obtener un canal con el que se controle el flujo y otro en el que se controle el par como en la máquina de corriente de directa y en los accionamientos tipo FOC. Sin embargo, a diferencia de los esquemas FOC, el desacoplamiento se logra a través del diseño de los controladores y no se realiza haciendo consideraciones especiales en el modelo (como la orientación del flujo magnético) o con redes de desacoplamiento.

Una vez explicado el esquema de control del subsistema eléctrico y habiendo estudiado sus características más importantes, es necesario efectuar un estudio comparativo contra otras estrategias de control encontradas en la literatura. La siguiente sección considera esto.

### 3.2.1.1. Comparación contra Otros Esquemas de Control

Ante la gran variedad de lazos de control de corriente para el subsistema eléctrico utilizados en los accionamientos tipo FOC y por su aparente similitud con el esquema propuesto, resulta pertinente hacer una investigación más profunda para resaltar las diferencias encontradas con el esquema propuesto y justificar su novedad. En la figura 3.9 se muestra el diagrama a bloques del subsistema eléctrico con la estrategia de control propuesta. Nótese que se incluye la etapa del VSI SV–PWM. A continuación se hace una comparación cualitativa contra algunos esquemas de control de corriente convencionales hallados en la literatura, como en [8,9,43,44,74,107]. Los diagramas de bloques algunos de ellos se muestran en las figuras 3.10 a 3.14.

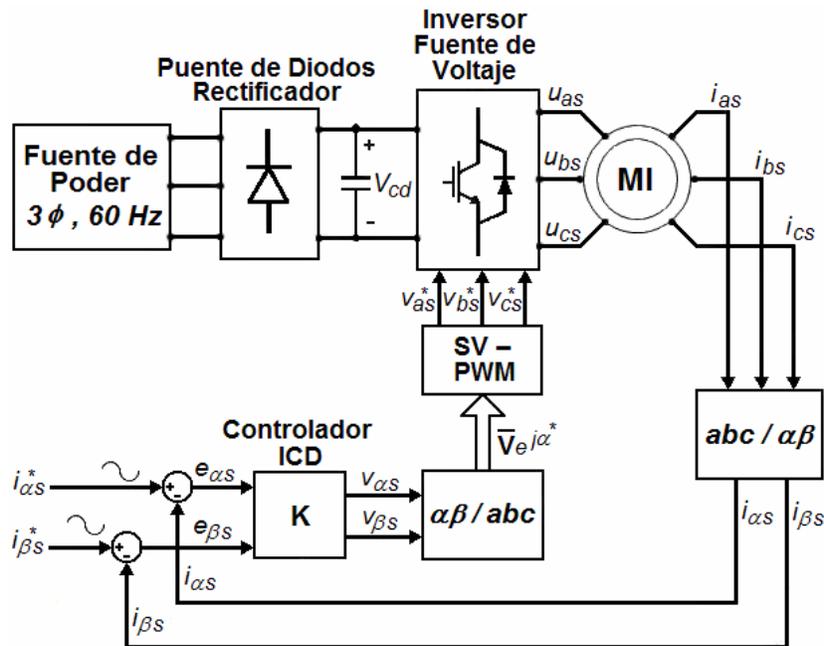


Figura 3.9. Diagrama a bloques del subsistema eléctrico utilizando un controlador ICD

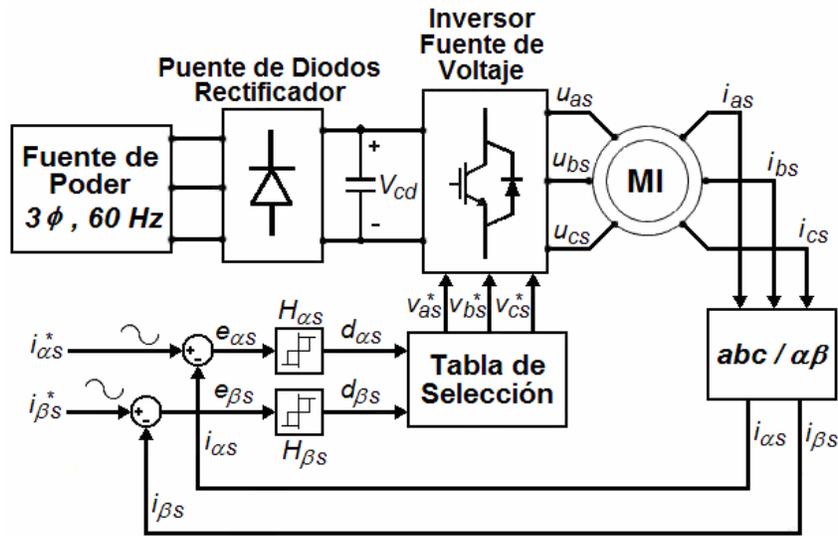


Figura 3.10. Diagrama a bloques del controlador de corriente utilizando comparadores de histéresis de tres niveles y una tabla de conmutación

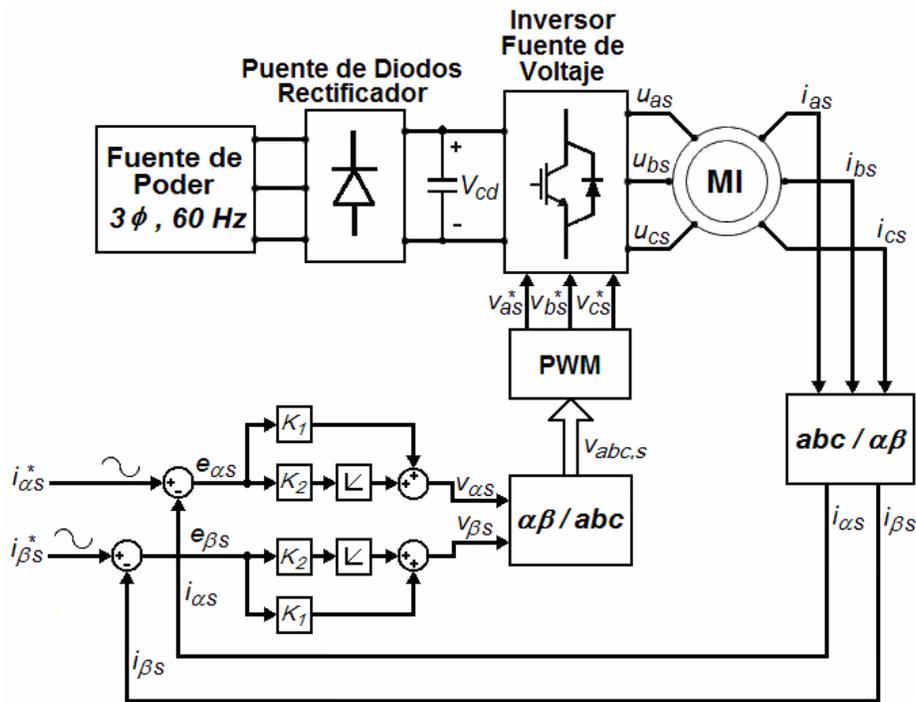


Figura 3.11. Diagrama a bloques del controlador de corriente PI estacionario

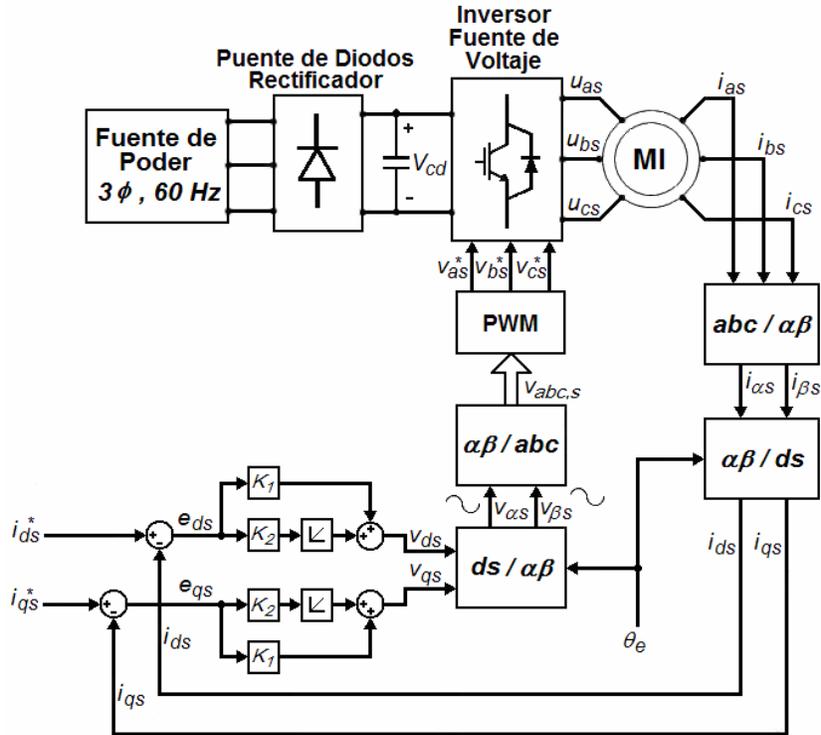


Figura 3.12. Diagrama a bloques del controlador de corriente PI síncrono trabajando en coordenadas síncronas

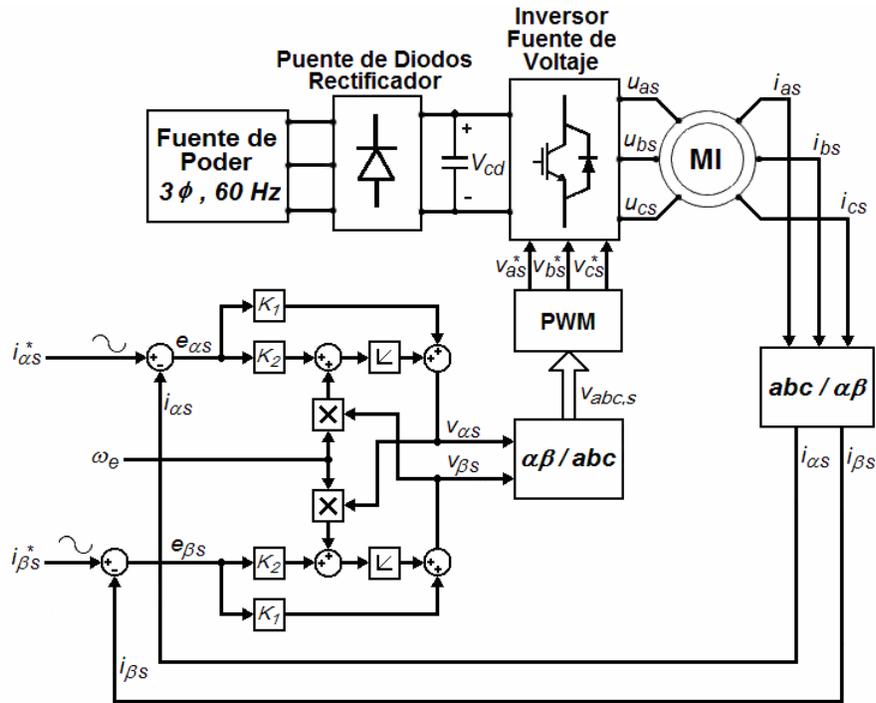


Figura 3.13. Diagrama a bloques del controlador de corriente PI síncrono trabajando en coordenadas estacionarias

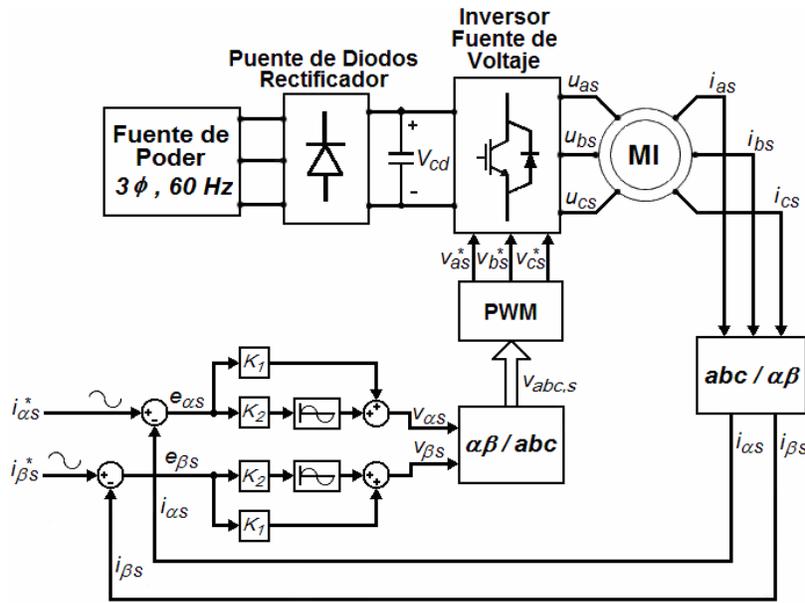


Figura 3.14. Diagrama a bloques del controlador de corriente resonante estacionario

En la figura 3.10 se muestra un esquema que consiste de controladores de corriente que usan comparadores de histéresis de tres niveles y una tabla de conmutación [9,43,44]. Sin embargo, a diferencia del esquema propuesto, el hacer uso de este tipo de esquemas involucra una frecuencia de conmutación variable [8,9,30,33,74,85, 88,90,94,107]. Tal variación en el valor de la frecuencia de conmutación depende de los parámetros de carga y varía con el voltaje de CA [44]. A pesar de que la corriente instantánea puede permanecer en una banda de tolerancia, en sistemas con un neutro aislado el error instantáneo puede ser del doble del valor de la banda de histéresis [44]. Adicionalmente, al hacer uso de controladores con banda de histéresis se presenta un rizado en las señales de corriente que incrementan el contenido armónico de las señales [8]. No obstante, puede fijarse una frecuencia de conmutación constante incluyendo una modulación por vectores espaciales al esquema [44].

Las figuras 3.11 a 3.13 muestran tres diferentes estrategias de control de corriente para el subsistema eléctrico basadas en controladores PIs. En la figura 3.11 se muestra un controlador PI estacionario [44]. El mayor problema asociado a un controlador PI que actúa en variables estacionarias  $\alpha$ - $\beta$  es un error de corriente en estado estacionario diferente de cero [44]. Una solución al problema del error en estado estacionario es el uso de controladores PI síncronos, como los mostrados en las figuras 3.12 y 3.13 y reportados en [8,44,74]. El controlador de la figura 3.12 trabaja en coordenadas síncronas y debido al uso de componentes de CD, el compensador tipo PI reduce los errores de la componente fundamental a cero. Sin embargo, este tipo de esquema es un poco más complicado que el de la figura 3.11, dado que requiere de dos transformaciones de coordenadas con conocimiento explícito de la frecuencia síncrona [44]. En la figura 3.13 se muestra el equivalente del controlador de la figura 3.12 pero actuando en coordenadas estacionarias [44]. Existe un lazo en el controlador que consiste de dos integradores y multiplicadores que conforman un generador de

frecuencia variable que siempre produce voltajes de referencia en coordenadas estacionarias para la etapa de modulación (*i.e.*, el bloque PWM) aun cuando el error de estado estacionario de las corrientes es cero. Por lo tanto, este controlador resuelve el problema del error en estado estacionario utilizando coordenadas estacionarias. Sin embargo, el desempeño dinámico es peor que el controlador estacionario debido al acoplamiento entre los componentes  $\alpha$  y  $\beta$  [44]. Asimismo, en [9] se afirma que la desintonización por variaciones paramétricas es más crítica en los controladores de corriente en coordenadas síncronas que en coordenadas estacionarias.

En la figura 3.14 se muestra un controlador resonante estacionario. El uso de este controlador tiene la finalidad de lograr una respuesta de control en CD centrada alrededor de una frecuencia de control de CA [44]. Este controlador posee una ganancia infinita en la frecuencia resonante.

Adicionalmente, existen otros esquemas de control de corriente. Uno de ellos es el control de corriente síncrono con compensación de antealimentación de la fuerza contraelectromotriz (CEMF) [8]. El esquema hace uso de controladores tipo PI. La compensación es utilizada para eliminar el efecto de acoplamiento al introducir lazos de retroalimentación. Sin embargo, en este esquema es necesario el conocimiento tanto de la frecuencia síncrona como de los flujos magnéticos del estator [8].

En la literatura, como en [74,75], se hace uso de controladores PIs haciendo una sintonización de las ganancias del controlador de acuerdo a los parámetros del motor. También es posible diseñar el controlador realizando una cancelación del cero del controlador PI con el polo de la planta (bajo la suposición de que el campo está correctamente orientado). Sin embargo, la variación paramétrica puede ocasionar que la cancelación no se logre, la respuesta se vuelva oscilatoria y hasta inestable o el campo se desoriente [8], como se mencionó anteriormente. De hecho, un controlador **basado en cancelaciones** de la dinámica de la planta es **altamente sensible** a la incertidumbre de la planta misma, a incertidumbre de las señales (como perturbaciones) o variaciones paramétricas [32,55,97,98].

En [44] se menciona que en los esquemas FOC trabajando con variables de control en coordenadas síncronas no es posible garantizar un desacoplamiento exacto del control de la velocidad del motor y la amplitud del flujo del rotor en estado dinámico. Por lo tanto, en [9] se propone el uso de redes de desacoplamiento para lograr una adecuada orientación del campo y control. Si se hace una orientación de flujo del rotor es posible utilizar una red de desacoplamiento de corrientes simple. Al hacer una orientación del flujo de estator la estructura de la red de desacoplamiento de voltajes es simple. Los esquemas propuestos en [107] también utilizan redes de desacoplamiento.

Finalmente, en [9] y en [44] se proponen esquemas de linealización por retroalimentación del estado utilizando el enfoque geométrico de la teoría de control no lineal (discutida previamente en el Capítulo 2). A través de un cambio de coordenadas se logra tener como señales de control a los voltajes de estator. Estas señales, previa una modulación, alimentan al motor de inducción como en los esquemas anteriores. Sin embargo, es necesario un conocimiento del vector de estado en su totalidad y del par de carga [41,52,73,80,98,110], así como un procesamiento de señales más complejo

[44]. Tampoco es posible garantizar robustez ante la presencia de incertidumbre paramétrica o dinámicas no modeladas al basarse en la cancelación de las dinámicas de la planta [32,55,97,98].

Una vez que los esquemas anteriores para el control del subsistema eléctrico con lazos de control de corriente han sido presentados, resulta pertinente resaltar las diferencias con el esquema propuesto mostrado en la figura 3.9. Éstas son las siguientes:

- El uso de controladores tipo PI en los esquemas hallados en la literatura es justificado al utilizar un modelo de la planta desacoplado (debido a la orientación del campo y al uso de redes de desacoplamiento asociadas al modelo). Por otro lado, el **desacoplamiento** conseguido con el esquema aquí **propuesto** es logrado directamente con el **controlador ICD sin hacer** consideraciones especiales en el modelo y **no** es necesaria otra estructura de control (que pudiera involucrar la estimación de algunas variables o la multiplicación de señales) para tener ambos canales totalmente desacoplados bajo cualquier condición de operación.
- El controlador ICD, por la naturaleza de su diseño, es altamente **robusto** ante **variaciones paramétricas**, como lo muestra el análisis realizado previamente en el presente capítulo. Esto se comprobará posteriormente a través de simulaciones digitales. Dadas las características de la planta y del controlador, la **estructura** dinámica de la planta siempre es **conservada** (el sistema siempre es estable, de fase mínima y de grado relativo  $\{1,1\}$ , como se demostró en el Capítulo 2) y es posible asegurar un margen de ganancia infinito para cualquier valor de la velocidad del rotor y un margen de fase adecuado de acuerdo a las medidas de robustez establecidas en la literatura [32,81,74,97]. Independientemente del marco de referencia utilizado para las señales de corrientes, un controlador tipo PI aplicado al motor de inducción no ofrece tales medidas de robustez ya que su diseño depende de los parámetros de la planta.
- El uso del controlador tipo PI estacionario tiene asociado un error en estado estacionario diferente de cero. Es posible resolver el problema del error en estado estacionario utilizando el controlador PI síncrono en coordenadas estacionarias o en coordenadas síncronas. Sin embargo, al utilizar un controlador ICD y un modelo en un marco de referencia estacionario el **error** es **despreciable** si se aumenta el ancho de banda del controlador, como se mostrará posteriormente con algunas simulaciones digitales en este capítulo.
- Por sus características, el uso del controlador ICD permite hacer un análisis de sensibilidad del sistema en lazo cerrado y de rechazo a perturbaciones. Adicionalmente, al utilizar ICD es posible tener **dinámicas lineales** del lazo cerrado del subsistema eléctrico en cualquier punto de operación del motor. Lo anterior permite tener un controlador multivariable, diagonal, de fase mínima, estable, robusto y fijo para el subsistema eléctrico.

- A diferencia de los controladores síncronos, el uso del controlador ICD **no requiere** transformaciones de Park dentro del lazo de control. El hacer uso de coordenadas estacionarias permite tener una relación algebraica entre las variables en un marco de referencia estacionario  $\alpha-\beta$  y las variables reales.

Debido a las diferencias encontradas con algunos esquemas convencionales hallados en la literatura [8,9,43,44,74,75,107] y por sus características particulares, el uso del controlador ICD representa un **nuevo** esquema de control altamente efectivo para el subsistema eléctrico. Un sistema de control bajo ICD parte de la filosofía de que el desacoplamiento entre los canales es logrado a través del proceso de diseño mismo de los controladores y sin hacer consideraciones especiales en el modelo de la planta. Es por ello que no es necesario utilizar redes de desacoplamiento para garantizar el desempeño adecuado del sistema de control en lazo cerrado (independientemente del tipo de coordenadas en las que se encuentre el modelo del motor de inducción). En los esquemas FOC a través del uso de transformaciones de coordenadas o de redes de desacoplamiento es posible desacoplar el sistema y orientar adecuadamente el campo; en ese sentido el uso de controladores PI se justifica y es totalmente válido (al hacer las consideraciones anteriores el modelo es simplificado y es posible reducir el problema de control a plantas SISO). Sin embargo, un controlador PI o de banda de histéresis por sí solo **nunca** desacoplará el modelo del motor de inducción o garantizará robustez, mientras que el controlador ICD si lo logra. De esta forma, la diferencia entre los esquemas es sumamente clara.

Hasta el momento, es posible concluir que el subsistema eléctrico es robusto ante variaciones paramétricas y de la velocidad del rotor. Asimismo, el rechazo a perturbaciones y al acoplamiento ejercido por el controlador es bueno para todo el rango frecuencial. Adicionalmente, las dinámicas del lazo cerrado del subsistema eléctrico son prácticamente lineales ante las dinámicas del subsistema mecánico, por lo que el uso del controlador lineal queda totalmente justificado.

### 3.2.2. Inversor Fuente de Voltaje con Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales

Debido a que el SV-PWM VSI es estudiado rigurosamente en el Apéndice B, en esta sección se incluye una simulación que ilustra el desempeño del subsistema eléctrico con la presencia de la modulación. La figura 3.9 muestra el diagrama a bloques del subsistema eléctrico.

Nótese que la etapa del VSI SV-PWM está incluida. El desempeño del controlador ICD, cuyas características fueron discutidas previamente, es comparado contra otro controlador ICD pero que posee menores anchos de banda a los mostrados en la Tabla 3.1. Los resultados obtenidos, como se mostrará posteriormente, justifican el hecho de haber adoptado un controlador ICD con anchos de banda mayores. La simulación es lograda con un modelo digital programado en SIMULINK® y se muestra en la figura 3.15. Más información asociada al modelo se encuentra en el Apéndice D.

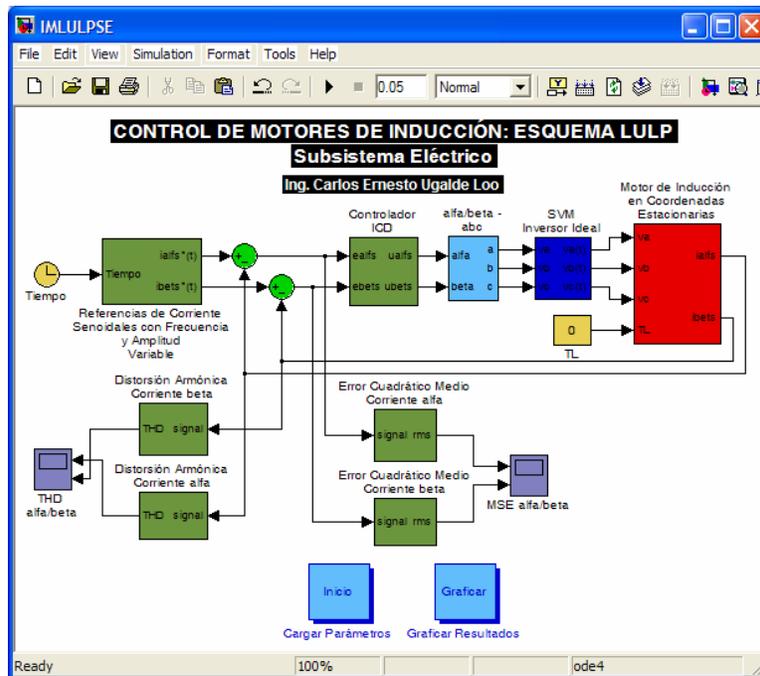


Figura 3.15. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico

El controlador ICD dado por (3.1) y (3.2) es comparado contra el siguiente controlador ICD

$$k_{11}(s) = k_{22}(s) = \frac{1.9 \times 10^7 (s + 1 \times 10^4)(s + 100)}{s(s + 2 \times 10^4)(s + 1.8 \times 10^4)} \quad (3.5)$$

Nótese que cada elemento de ambos controladores diagonales es de 3<sup>er</sup> orden, estable y de fase mínima (tienen las mismas características, pero diferentes anchos de banda). La robustez estructural del subsistema eléctrico utilizando el controlador dado por (3.1) y (3.5) se resume en la Tabla 3.2. Las características ahí mostradas son obtenidas al hacer un análisis similar al mostrado en la sección anterior de este capítulo.

Tabla 3.2. Evaluación de la robustez estructural del subsistema eléctrico utilizando controladores con menores anchos de banda

Medida	$C_1(s)$	$k_{11}(s)g_{11}(s)$	$\gamma_a(s)h_2(s)$	$C_2(s)$	$k_{22}(s)g_{22}(s)$	$\gamma_a(s)h_1(s)$
BW [rad/s]	$5.15 \times 10^3$	$5.12 \times 10^3$	_____	$5.15 \times 10^3$	$5.12 \times 10^3$	_____
$G_M$ [dB]	$\infty$	$\infty$	8.3	$\infty$	$\infty$	8.3
$P_M$ [deg]	87	87	$\infty$	87	87	$\infty$

Como puede observarse, el controlador ICD descrito por (3.5) proporciona márgenes de fase mayores que el controlador ICD dado por (3.2). No obstante, en ambos esquemas estos márgenes son los suficientemente grandes para garantizar un correcto desempeño [32,74,81,97] y robustez ante incertidumbre paramétrica. Nótese que el ancho de banda asociado a (3.5) es menor por aproximadamente una década y media. Al poseer un ancho de banda mayor, el controlador (3.2) proporcionará un mejor seguimiento a las corrientes de referencia, como se mostrará posteriormente. Lo anterior es de gran importancia, pues se puede lograr una reducción drástica en la señales de error. Los márgenes de ganancia son similares para ambos controladores.

Los resultados obtenidos con ambos controladores ICD se muestran en las figuras 3.16 a 3.22. Los parámetros del motor de inducción están dados por (2.61). Debe mencionarse que las simulaciones fueron llevadas a cabo bajo las mismas condiciones de carga (sin carga) y la misma precisión en la formación de corrientes de línea (usando un método Runge–Kutta de 4<sup>to</sup> orden con un paso de integración de  $T_s = 0.5 \mu s$ ). La frecuencia de conmutación para ambos controladores fue fijada a 20 kHz. El SV–PWM de la estrategia de control de ICD es logrado a través de una señal portadora, tal y como se describe en el Apéndice B. Adicionalmente, se hace una simulación con el controlador con el mayor ancho de banda considerando variaciones paramétricas. Los resultados se observan en la figura 3.23. Se considera una variación bastante crítica de la resistencias del rotor y del estator ( $R_r = 2.5 * R_{r,nom}$  y  $R_s = 2.5 * R_{s,nom}$ ) para todo el tiempo de simulación.

La figura 3.16(a) muestra el seguimiento del controlador ICD con menor ancho de banda en el eje  $\alpha$  con respecto a una referencia senoidal a 60 Hz. Puede observarse que el seguimiento es adecuado, pero la señal obtenida muestra un ligero retraso con respecto a la señal de referencia. La figura 3.16(b) muestra la misma situación para el controlador ICD con un ancho de banda mayor. Puede observarse una notable mejoría con este controlador: el retraso encontrado en el caso anterior prácticamente desaparece y la señal es casi una senoidal perfecta.

Lo anterior se refleja en la figura 3.17, donde se muestran los errores de corriente. Se observa que el error con el controlador ICD de menor ancho de banda, figura 3.17(a), presenta una magnitud mucho mayor que la del controlador ICD con mayor ancho de banda, figura 3.17(b). De hecho, el error cuadrático medio (MSE, *Mean Square Error*) es mucho mayor en el controlador ICD con menor ancho de banda. No obstante, obsérvese que la forma de la señal de error en ambos casos es senoidal. Asimismo, la respuesta con ambos controladores es prácticamente senoidal. Esto tiene consecuencias en el valor de la distorsión total armónica de las señales (THD, *Total Harmonic Distortion*). Independientemente de que el error sea mucho mayor al utilizar el controlador con menor ancho de banda, el porcentaje de distorsión armónica con ambos controladores es similar y prácticamente despreciable. Los valores de THD y MSE en las señales de corriente de estator para ambos esquemas se resumen en la Tabla 3.3.

**NOTA:** El valor cuadrático medio (RMS) de una señal se obtiene con [8]

$$f(t)_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt}$$

donde  $f(t)$  es una señal periódica de periodo  $T$ . Así, el MSE de la Tabla 3.3 corresponde al valor RMS de la señal de error de corriente. Similarmente, el THD se define como el valor RMS de una señal periódica distorsionada dividida por el valor RMS de su señal fundamental. Por ejemplo, para las corrientes, el porcentaje de THD está dado por [8]

$$\%THD = 100 \cdot \frac{I_H}{I_F} \%$$

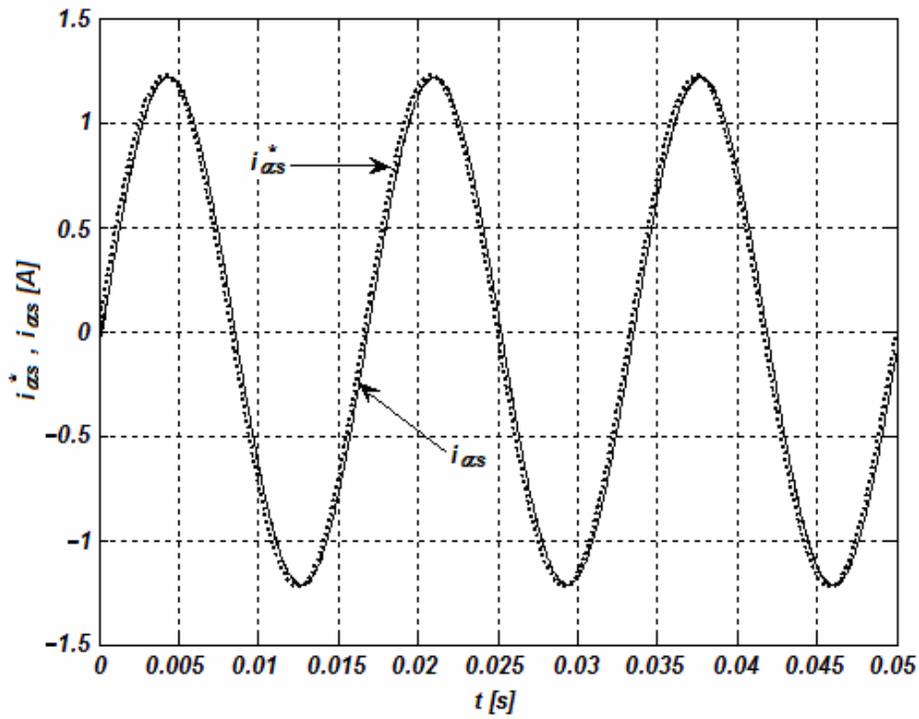
donde

$$I_H = \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}$$

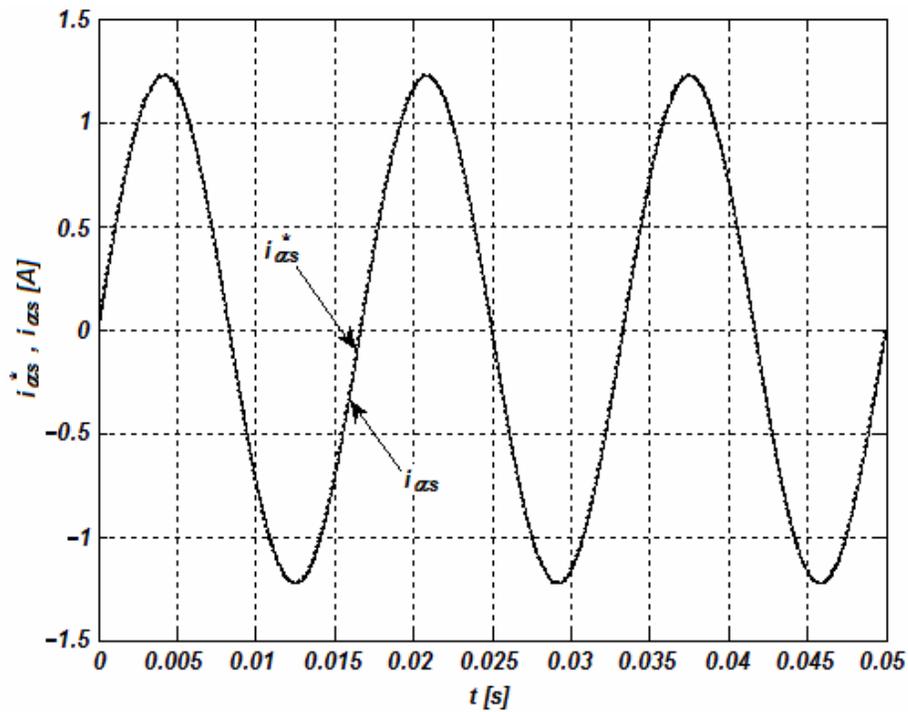
tal que  $I_n$  es el valor RMS del armónico  $n$ , e  $I_F$  es el valor RMS de la corriente fundamental. Cabe mencionar que los valores hallados en la Tabla 3.3 se pueden calcular directamente con unos bloques existentes en SIMULINK®.

Por otro lado, la figura 3.18 muestra el contenido armónico (hasta la 12<sup>va</sup> armónica) de las señales de corriente en el eje  $\alpha$  con ambos controladores ICD. La figura 3.18(a) ilustra el contenido armónico con el controlador de menor ancho de banda. Similarmente, la figura 3.18(b) hace lo propio para el controlador con mayor ancho de banda. El espectro armónico al utilizar ambos controladores muestra un contenido frecuencial únicamente en la frecuencia fundamental de 60 Hz. A frecuencias armónicas el contenido espectral es despreciable. Esto implica que las señales de corriente arrojadas por el controlador son prácticamente senoidales, como se muestra en la figura 3.16. Lo anterior es coherente con los valores de THD obtenidos, mostrados en la Tabla 3.3. El bajo contenido armónico de las señales obtenidas al utilizar los controladores diseñados utilizando ICD se debe en gran parte a la estrategia de modulación SV-PWM. De hecho, el espectro frecuencial es menor en una modulación por vectores espaciales que al utilizar un PWM senoidal [106]. Sin embargo, es importante notar que ambos controladores fueron diseñados de tal forma que el seguimiento de cualquier tipo de señal menor a 100 Hz fuera garantizado, por lo que el diseño bajo ICD también es responsable en cierta forma del bajo contenido armónico. Cabe destacar que estos resultados son conseguidos al hacer uso de un programa en MATLAB® que calcula el contenido armónico de una señal periódica a frecuencia constante. Este programa se muestra en el Apéndice D.

La figura 3.19 ilustra las señales de error dadas en la figura 3.17 pero ahora en un marco de referencia síncrono  $d^e-q^e$ . Como se está trabajando en un marco de referencia estacionario donde las señales aparecen como cantidades de CA puede resultar un poco difícil el analizar el error. Para obtener tales señales se hace uso de las transformaciones dadas por (A.41) y (A.42). Por lo tanto, la figura 3.19 ilustra las señales de error para un marco de referencia donde las cantidades son de CD. Como puede observarse, el error utilizando el controlador ICD con mayor ancho de banda es prácticamente despreciable, figura 3.19(b), mientras que al usar un controlador con menor ancho de banda es representativo, figura 3.19(a).

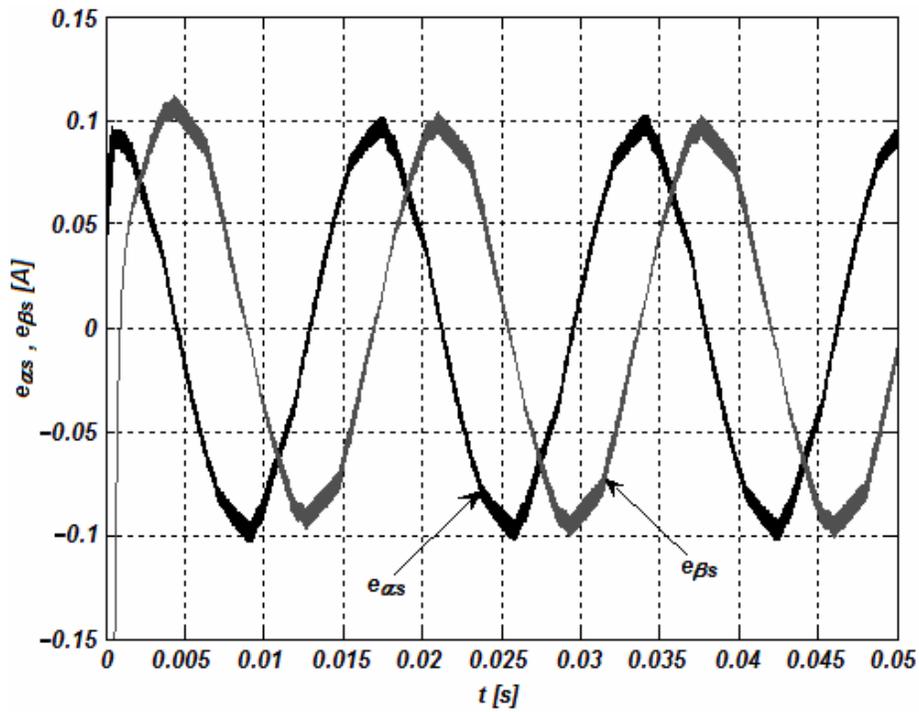


(a)

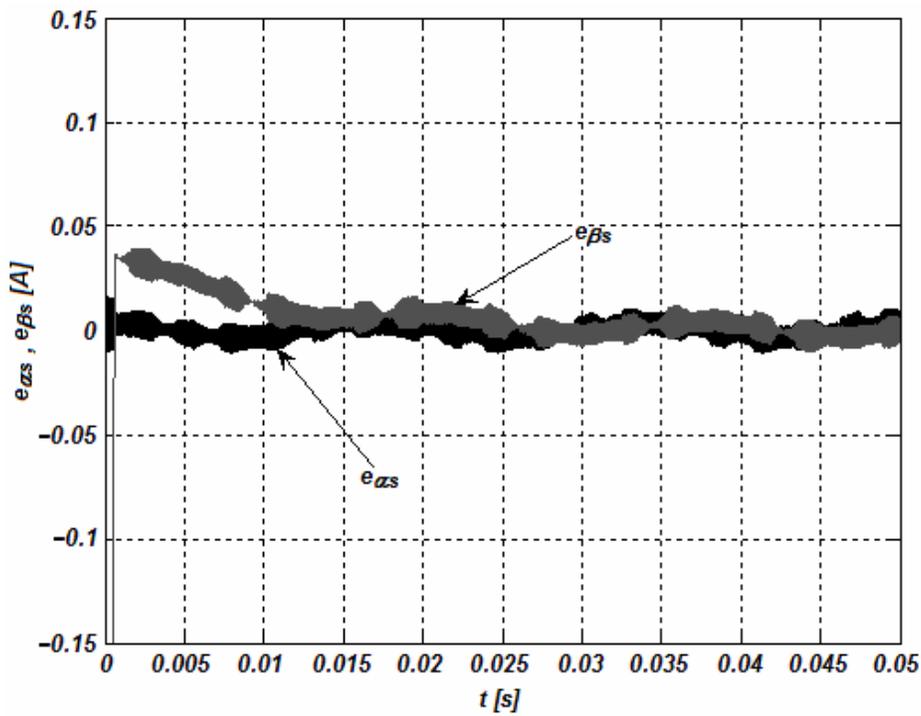


(b)

Figura 3.16. Corriente de referencia y corriente del estator en el eje- $\alpha$  utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor



(a)



(b)

Figura 3.17. Error de corriente del estator utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor

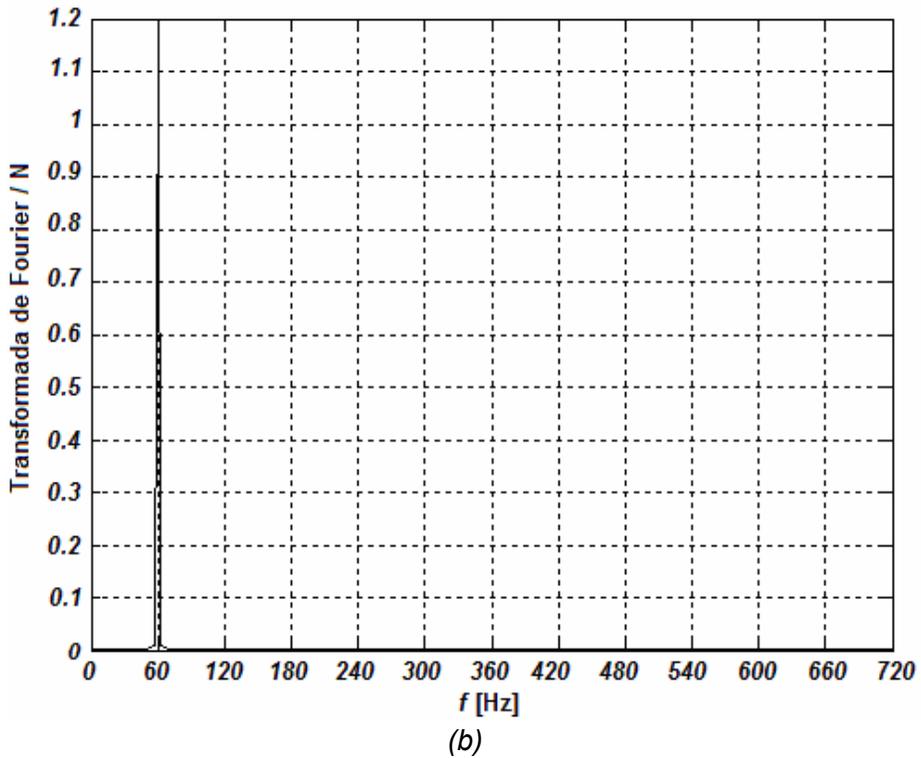
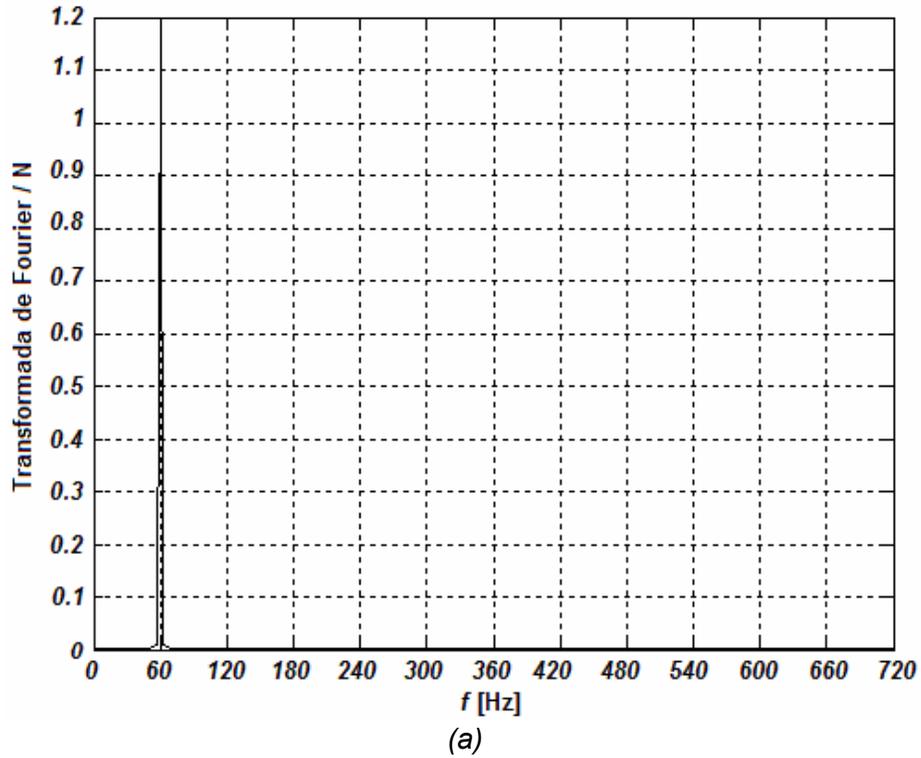
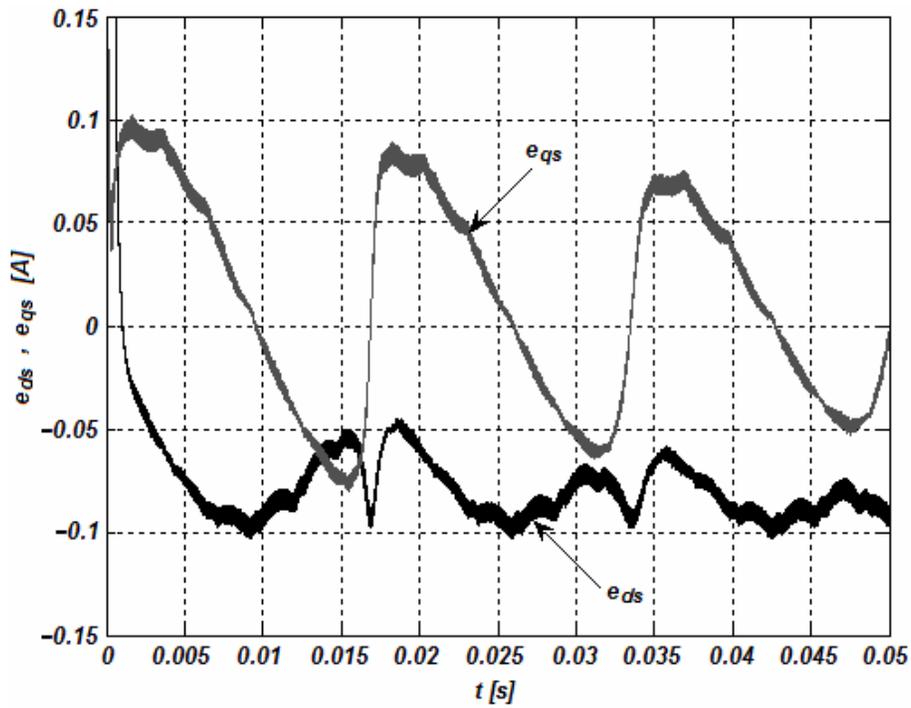
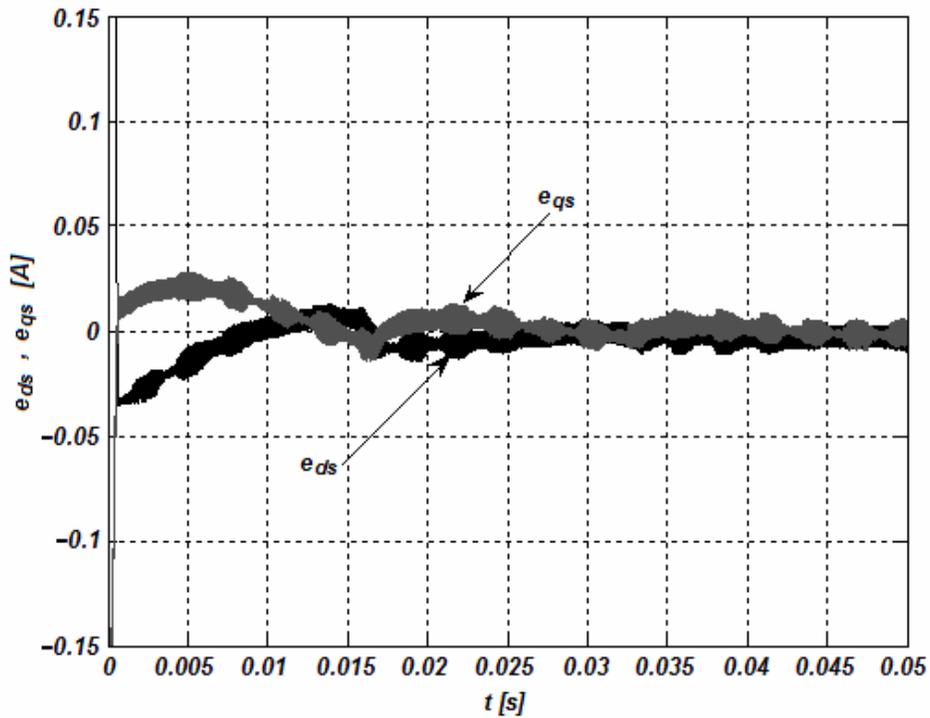


Figura 3.18. Contenido armónico de la corriente del estator en el eje- $\alpha$  (transformada discreta de Fourier) utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda (a) menor; (b) mayor

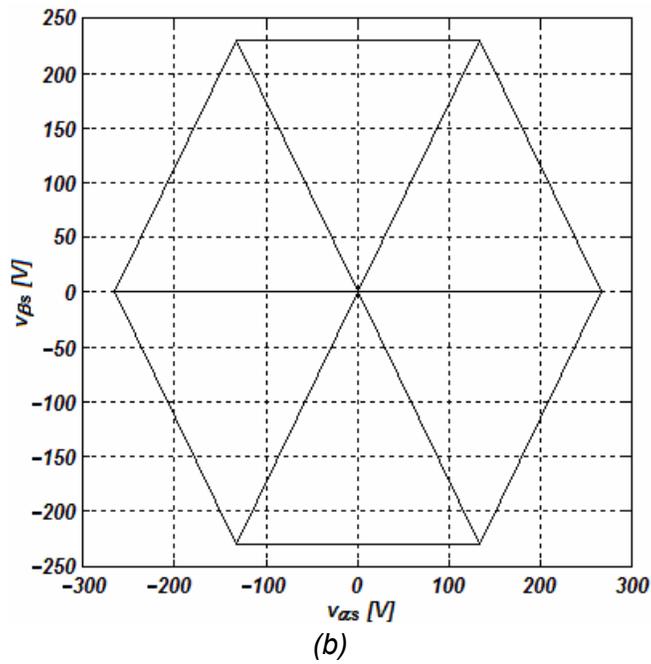
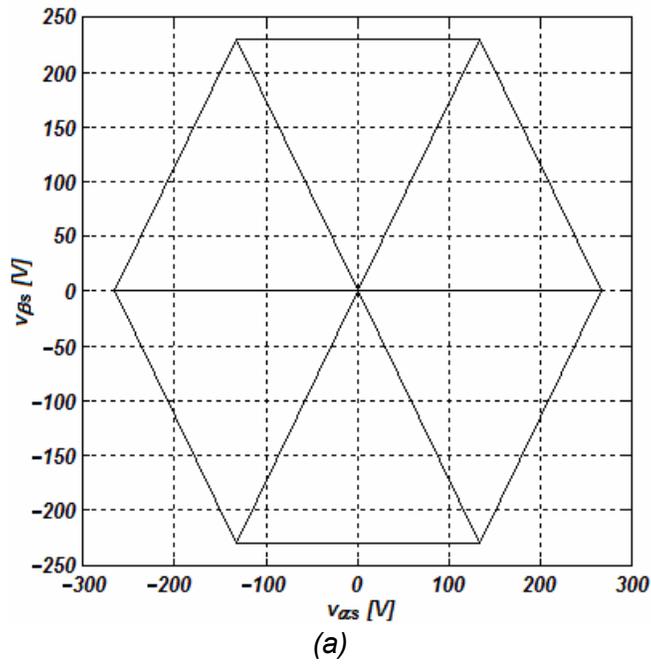


(a)

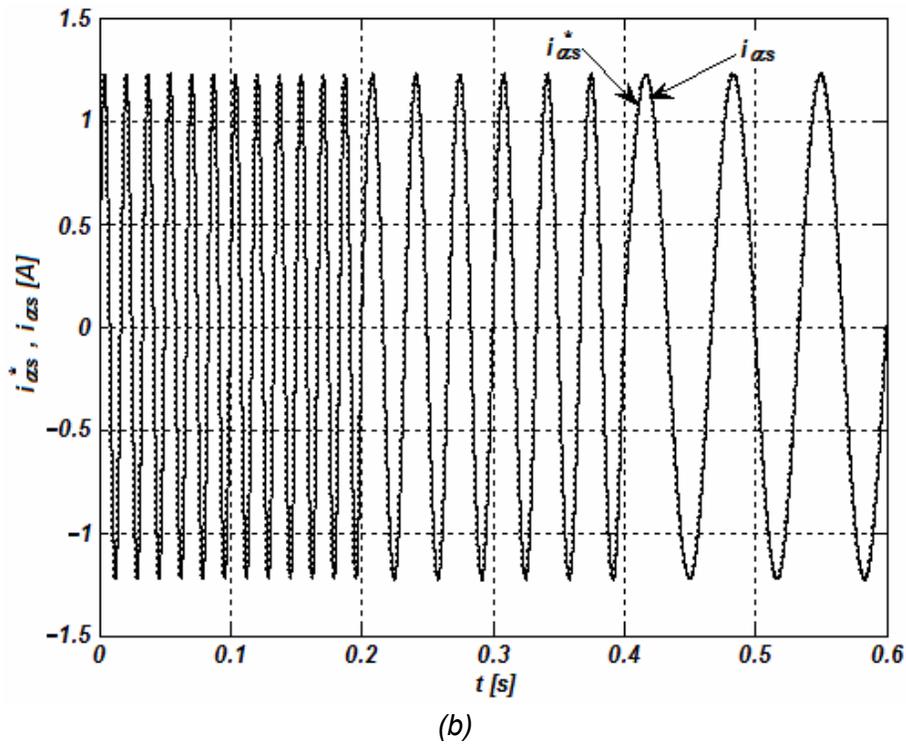
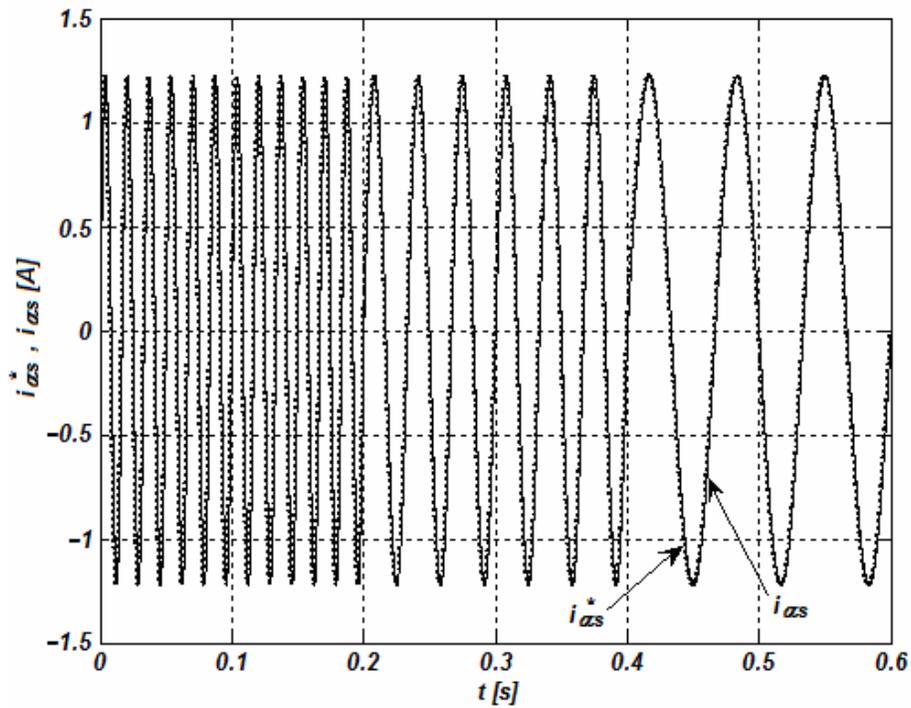


(b)

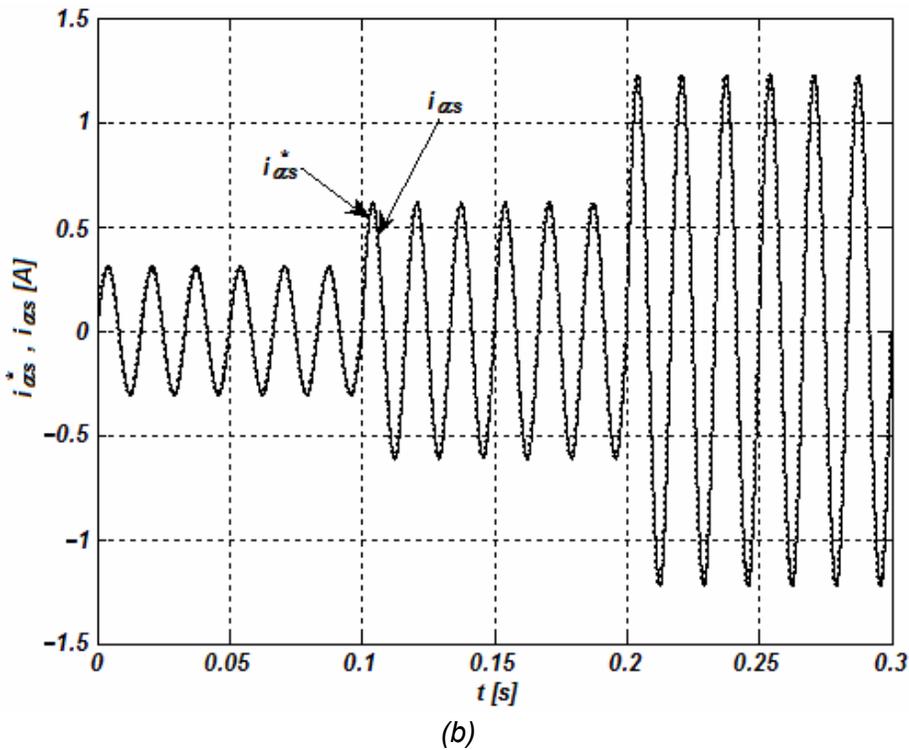
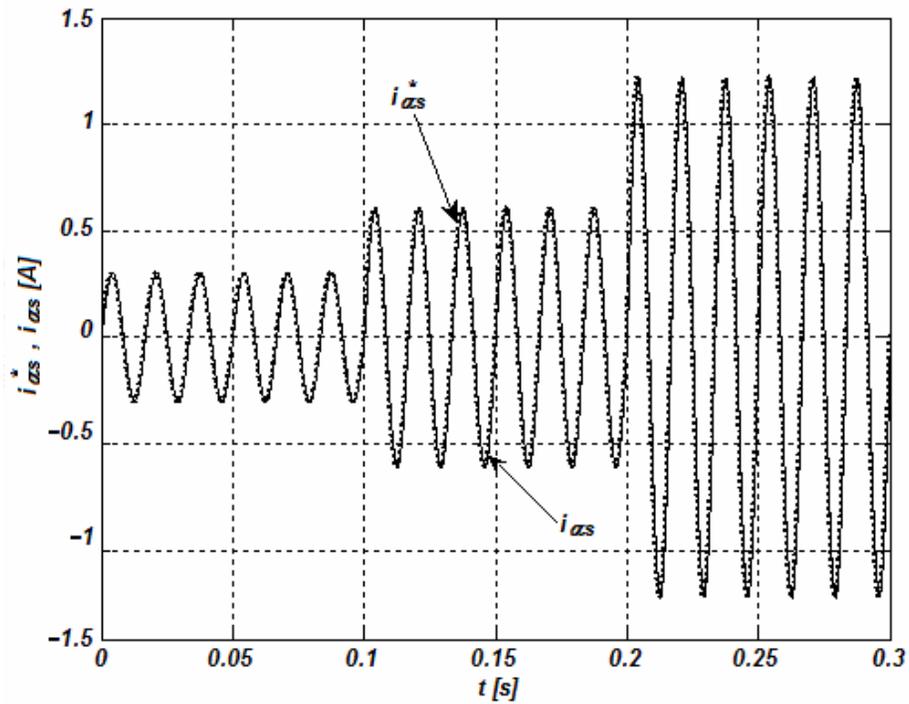
**Figura 3.19.** Error de corriente del estator en coordenadas sincronicas utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor



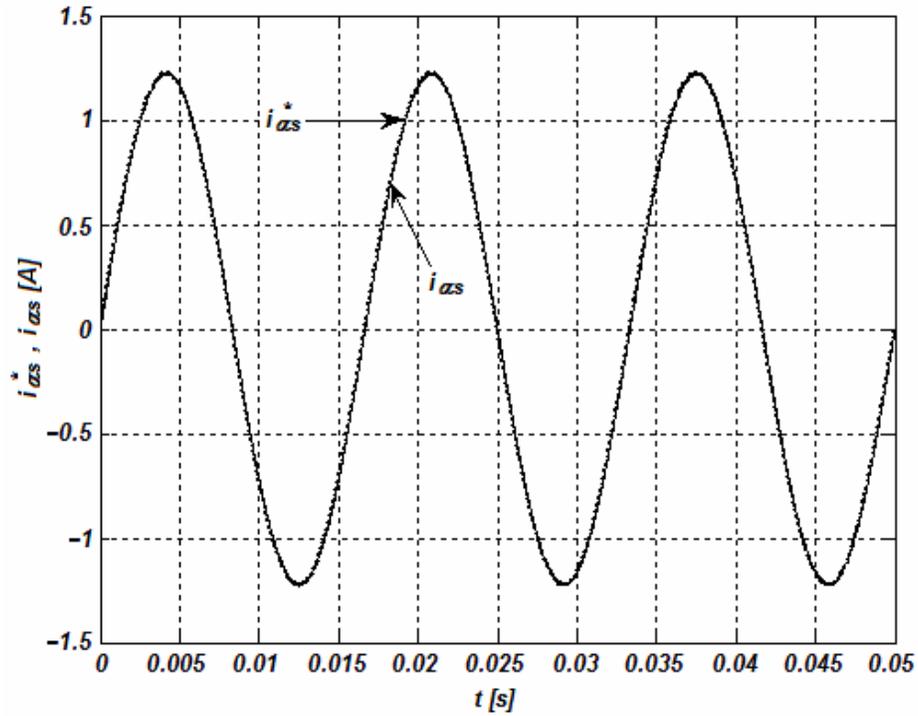
**Figura 3.20.** Trayectoria del vector de voltaje de referencia del estator utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor



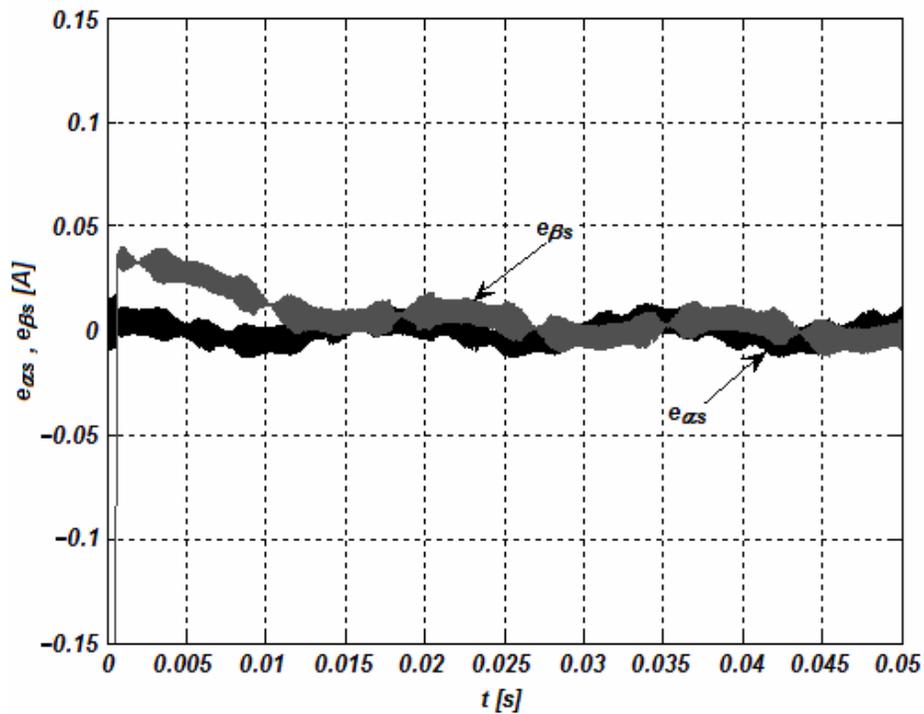
**Figura 3.21.** Desempeño ante variaciones de frecuencia en las corrientes de referencia del estator. Corriente en el eje- $\alpha$  utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor



**Figura 3.22.** Desempeño ante variaciones de amplitud en las corrientes de referencia del estator. Corriente en el eje- $\alpha$  utilizando un SV-PWM VSI con controlador ICD con un ancho de banda: (a) menor; (b) mayor



(a)



(b)

Figura 3.23. Desempeño del controlador ICD de mayor ancho de banda ante variaciones paramétricas: (a) corriente de referencia y corriente del estator en el eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator

**Tabla 3.3.** Distorsión total armónica y error cuadrático medio en las corrientes del estator utilizando controladores ICD con diferentes anchos de banda

Controlador	ICD con menor BW		ICD con mayor BW	
	$i_{\alpha s}$	$i_{\beta s}$	$i_{\alpha s}$	$i_{\beta s}$
THD [%]	0.31	0.315	0.358	0.335
MSE [ $A_{rms}$ ]	0.067	0.067	0.0041	0.0042

La figura 3.20 ilustra la trayectoria del vector de voltaje del estator de referencia para el inversor SV–PWM. En ambos casos puede afirmarse que el voltaje de referencia proporcionado por los controladores ICD es el adecuado para cada instante de operación dado que los cambios son realizados de manera consecutiva. Lo anterior implica una utilización adecuada de los dispositivos semiconductores. Más información relacionada con la SV–PWM se encuentra en el Apéndice B.

Las figuras 3.21 y 3.22 ilustran el desempeño de ambos controladores ante variaciones en la frecuencia y en la amplitud de la señal de referencia. El desempeño con los dos controladores es aceptable, pero el de menor ancho de banda arroja señales de error con mayor amplitud (que por lo escala de tiempo no se aprecia a simple vista). Esto fue discutido previamente en figuras previas.

Finalmente, la figura 3.23 muestra el desempeño del controlador ICD de mayor ancho de banda ante variaciones drásticas en los parámetros. Se considera un valor constante de las resistencias del rotor y del estator de  $R_r = 2.5 \cdot R_{r,nom}$  y  $R_s = 2.5 \cdot R_{s,nom}$  durante toda la simulación. La figura 3.23(a) muestra el seguimiento conseguido con el controlador ICD en el eje  $\alpha$  con respecto a una referencia senoidal de 60 Hz. En la figura 3.23(b) se muestra el error de corriente de estator. Si uno compara las gráficas de la figura 3.23 con las de las figuras 3.16(b) y 3.17(b) es posible concluir que el desempeño del controlador del subsistema eléctrico es exactamente el mismo con y sin variaciones paramétricas. Con estos resultados es posible concluir que el subsistema eléctrico utilizando el controlador ICD es sumamente robusto a variaciones paramétricas en las resistencias del rotor y del estator. Lo anterior confirma los resultados obtenidos en el dominio de la frecuencia (ver figura 3.6).

En base a los resultados obtenidos con las simulaciones, se puede concluir que el controlador ICD con mayor ancho de banda muestra un mejor desempeño que el controlador ICD con menor ancho de banda. Ambos arrojan un THD prácticamente despreciable en las señales de corriente del estator, pero el MSE es mucho mayor al utilizar un controlador con menor ancho de banda. Como pudo observarse, si se aumentan los anchos de banda (resumidos en la Tabla 3.1) es posible mejorar el desempeño dinámico de los controladores ICD del subsistema eléctrico al minimizar el error de las señales de corriente. El incremento de  $BW$  implica el utilizar una frecuencia de conmutación mayor. Sin embargo, el valor diseñado para el controlador dado por (3.1) y (3.2) es factible dado que existen dispositivos semiconductores (como IGBTs para mediana potencia) en el mercado capaces de trabajar a frecuencias de

conmutación mayores de 25 kHz [76], por lo que el diseño puede ser implementado al sólo demandar una conmutación a 20 kHz. Por las razones anteriores se escoge al controlador (3.1) sobre el (3.5) para el control del subsistema eléctrico del motor de inducción.

Nótese que con el esquema propuesto, al hacer uso de una modulación SV–PWM, se consigue fijar una frecuencia de conmutación constante en el VSI. Éste es uno de los objetivos planteados en la tesis. Lo anterior contrasta con los accionamientos DTC convencionales, en los que la frecuencia de conmutación es variable al hacer uso de controladores de banda de histéresis de corriente [30,33,85,88,90,94,107]. No obstante, el problema anterior puede solucionarse fácilmente al incluir la modulación por vectores espaciales al esquema [44], como se mencionó previamente.

Una conclusión de suma importancia a la que se llega con las simulaciones anteriores es que el controlador ICD es altamente robusto ante variaciones paramétricas. De hecho, el desempeño con y sin variaciones es prácticamente el mismo, lográndose un seguimiento adecuado de las referencias de corriente con un error prácticamente despreciable en ambos casos. Ésta es una de las características más relevantes del esquema propuesto que lo hace distinto de los esquemas FOC y DTC convencionales.

Debe enfatizarse que el uso de un control robusto para el subsistema eléctrico que brinde las referencias adecuadas al SV–PWM VSI (tal y como lo hace ICD) es el primer paso para conseguir un control adecuado del motor de inducción. El hecho de que el subsistema eléctrico en lazo cerrado sea robusto y que proporcione un seguimiento adecuado a referencias de corriente es de vital importancia. Tales características son las responsables de garantizar un adecuado desempeño del observador de orden reducido para la estimación de los flujos magnéticos del rotor y por lo tanto de la posición del campo del rotor, como se explicará en la siguiente sección.

### **3.2.3. Observador de Orden Reducido**

Como puede observarse en la figura 3.1, el esquema propuesto emplea una transformación inversa de Park para fijar las referencias de voltaje apropiadas al VSI. La salida del controlador de velocidad junto con la referencia de corriente del eje  $d$ , las cuales son cantidades de CD, son convertidas a señales senoidales que a su vez son comparadas con las corrientes medidas en el estator (después de realizar una transformación de Clarke). Para llevar a cabo la transformación de Park de una forma exitosa es necesario conocer la posición exacta del vector unitario (o ángulo del campo del rotor). Dicha posición es calculada a partir de los flujos magnéticos del rotor del vector de estado de la ecuación (2.22). Sin embargo, en la práctica sólo las corrientes de estator y la velocidad mecánica del rotor son disponibles para medición directa. Por lo tanto, los flujos del rotor deben ser estimados [100].

A diferencia de los muy bien conocidos y documentados observadores propuestos en [100,109] y en las referencias contenidas en tales documentos, una estrategia

diferente es llevada a cabo en este trabajo. En esta propuesta, las características del subsistema eléctrico en lazo cerrado son completamente explotadas. En lugar de estimar los flujos a partir de (2.55)–(2.57) éstos son observados de la representación en espacio de estado del lazo cerrado (3.4). Esto se hace pues de antemano se sabe que el lazo cerrado es una estructura **altamente robusta**, con valores de ancho de banda bien definidos y adecuados que permiten despreciar las dinámicas no modeladas de alta frecuencia y que proporciona un seguimiento adecuado a las corrientes de referencia. Más aun, sus dinámicas son prácticamente lineales, como puede mostrarse en los diagramas de Bode de la figura 3.8. El ancho de banda del sistema de lazo cerrado asegura que las dinámicas de alta frecuencia no influyan en la estimación.

El observador de orden reducido es obtenido al expresar (3.4) como una realización observable. Considérense las ecuaciones del observador de orden reducido [81]:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} &= (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \hat{\boldsymbol{\eta}} + [(\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa}] \mathbf{x}_a + (\mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a) \mathbf{r} \\ \hat{\mathbf{x}}_b &= \hat{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_e \mathbf{x}_a\end{aligned}\quad (3.6)$$

donde  $\mathbf{x}_a$  representa los estados medibles (las corrientes de estator y los estados del controlador),  $\hat{\mathbf{x}}_b$  los estados estimados (los flujos magnéticos del rotor) y  $\mathbf{r}$  el vector de referencias (corrientes de referencia de estator) del subsistema eléctrico. Tales vectores son los siguientes:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_a &= [v_{\alpha s} \quad x_{\alpha 1} \quad x_{\alpha 2} \quad v_{\beta s} \quad x_{\beta 1} \quad x_{\beta 2} \quad i_{\alpha s} \quad i_{\beta s}]^T \\ \mathbf{r} &= [i_{\alpha s}^* \quad i_{\beta s}^*]^T \\ \hat{\mathbf{x}}_b &= [\hat{\psi}_{\alpha r} \quad \hat{\psi}_{\beta r}]^T\end{aligned}\quad (3.7)$$

En  $\mathbf{x}_a$ , definido en (3.7), los estados  $v_{\alpha s}$ ,  $x_{\alpha 1}$ ,  $x_{\alpha 2}$ ,  $v_{\beta s}$ ,  $x_{\beta 1}$  y  $x_{\beta 2}$  son los estados del controlador diagonal obtenidos de una realización en espacio de estado observable del lazo cerrado (3.4). En (3.6),  $\mathbf{K}_e \in \mathfrak{R}^{2 \times 8}$  y representa la matriz de ganancias del observador de estado tal que  $\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}$  posea valores propios deseados arbitrarios y la dinámica del error sea asintóticamente estable con una velocidad de respuesta lo suficientemente rápida.

Las matrices  $\mathbf{A}_{aa}$ ,  $\mathbf{A}_{ab}$ ,  $\mathbf{A}_{ba}$ ,  $\mathbf{A}_{bb}$ ,  $\mathbf{B}_a$ , y  $\mathbf{B}_b$  se obtienen de la ecuación de estado en lazo cerrado de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_a \\ \dot{\mathbf{x}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{aa} & \mathbf{A}_{ab} \\ \mathbf{A}_{ba} & \mathbf{A}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ \mathbf{B}_b \end{bmatrix} \mathbf{r}\quad (3.8)$$

donde

$$\mathbf{x}_b = [\psi_{\alpha r} \quad \psi_{\beta r}]^T\quad (3.9)$$

Los vectores  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{x}_a$  son definidos en la ecuación (3.7). Debido a que los controladores son de 3<sup>er</sup> orden, las matrices son de las siguientes dimensiones:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_a &\in \mathfrak{R}^{8 \times 1} & \mathbf{A}_{aa} &\in \mathfrak{R}^{8 \times 8} & \mathbf{A}_{ba} &\in \mathfrak{R}^{2 \times 8} & \mathbf{B}_a &\in \mathfrak{R}^{8 \times 2} \\ \mathbf{x}_b &\in \mathfrak{R}^{2 \times 1} & \mathbf{A}_{ab} &\in \mathfrak{R}^{8 \times 2} & \mathbf{A}_{bb} &\in \mathfrak{R}^{2 \times 2} & \mathbf{B}_b &\in \mathfrak{R}^{2 \times 2}\end{aligned}$$

Las ecuaciones del observador de orden reducido pueden ser representadas en espacio de estado como

$$\dot{\hat{\eta}} = \hat{A}\hat{\eta} + \begin{bmatrix} \hat{b} & \hat{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ r \end{bmatrix}; \quad \hat{y}_\psi = \hat{x}_b = \hat{C}\hat{\eta} + \hat{D} \begin{bmatrix} x_a \\ r \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{A} &= A_{bb} - K_e A_{ab} \\ \hat{b} &= (A_{bb} - K_e A_{ab}) K_e + A_{ba} - K_e A_{aa} \\ \hat{N} &= A_{ba} - K_e A_{aa} \\ \hat{F} &= B_b - K_e B_a \\ \hat{C} &= I_{2 \times 2} \\ \hat{D} &= [K_e \quad 0_{2 \times 2}] \end{aligned} \quad (3.11)$$

y los valores propios escogidos para la matriz  $\hat{A}$  escogidos son

$$p_1 = -110$$

$$p_2 = -120$$

Nótese que la selección de los polos o de la ecuación característica del observador involucra un compromiso entre la rapidez de respuesta del error y el ruido en las mediciones [81]. Esto significa que si los polos son demasiado grandes es posible introducir ruido en las señales estimadas (por ejemplo, dinámicas de alta frecuencia no modeladas del inversor). Es por eso que los polos anteriores fueron escogidos: el error converge lo suficientemente rápido pero no afecta la integridad de las señales, como se observará posteriormente en las simulaciones digitales del Capítulo 4.

La matriz  $K_e$  se encuentra a partir de la ecuación característica deseada del observador y el resto de las matrices se hallan a partir de la representación en lazo cerrado (3.4) y de la ecuación de estado (3.8).

El observador (3.10) estima los flujos magnéticos del rotor. El ángulo del campo del rotor es entonces dado por [8]

$$\hat{\theta}_e = \tan^{-1} \left( \frac{\hat{\psi}_{\beta r}}{\hat{\psi}_{\alpha r}} \right) \quad (3.12)$$

El observador de orden reducido (3.10) proporciona una estimación aceptable de los flujos para todo el rango de velocidades del rotor y consecuentemente proporciona una correcta generación del vector unitario (3.12).

La estructura del observador se resume en la figura 3.24. Ahí, los vectores  $V_K$  y  $K_{St}$  son definidos como

$$V_K = [v_{\alpha s} \quad v_{\beta s}]^T \quad (3.13)$$

$$K_{St} = [v_{\alpha s} \quad x_{\alpha 1} \quad x_{\alpha 2} \quad v_{\beta s} \quad x_{\beta 1} \quad x_{\beta 2}]^T \quad (3.14)$$

que representan las señales de control del lazo cerrado del subsistema eléctrico y los estados del controlador, respectivamente.

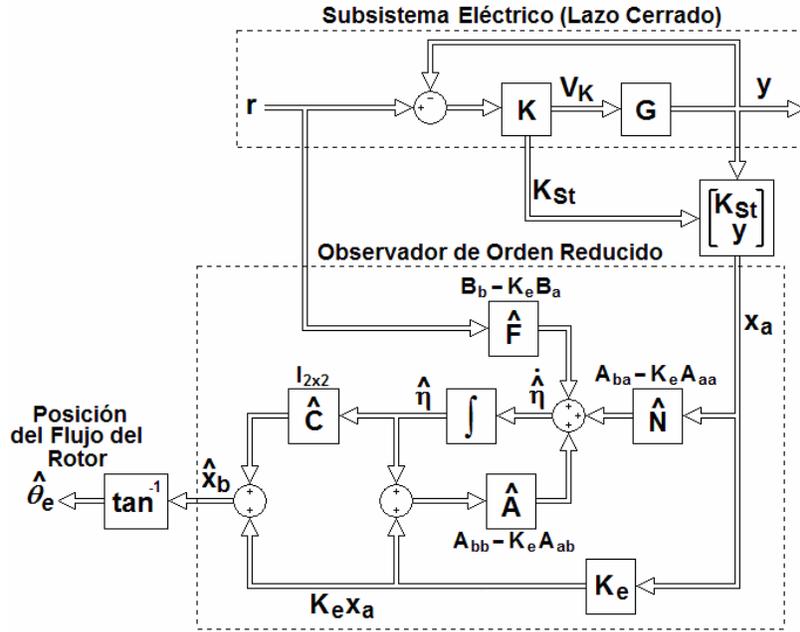


Figura 3.24. Diagrama a bloques del observador de orden reducido para la estimación de la posición del flujo del rotor

### 3.2.4. Subsistema Mecánico

Del Apéndice A y del Capítulo 2, la ecuación que relaciona al par electromagnético con la velocidad del rotor es

$$\dot{\omega}_r = k_\omega (\psi_{\alpha r} i_{\beta s} - \psi_{\beta r} i_{\alpha s}) - k_L T_L \quad (3.15)$$

donde

$$k_\omega = \left( \frac{p}{2J} \right) \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{p}{2} \right) \left( \frac{L_m}{L_r} \right) \text{ y } k_L = \frac{p}{2J} \quad (3.16)$$

El control de velocidad es logrado al controlar el subsistema mecánico definido por (3.15). Éste corresponde a un lazo de control externo dado que depende directamente de los estados del subsistema eléctrico, como se observa en la figura 2.4. Esta configuración en cascada es la típica utilizada en la literatura para el control de motores de inducción [8,9,44,74,75,101,107,108]. El lazo de control interno dado por el subsistema eléctrico en lazo cerrado puede ser considerado como una ganancia unitaria. Esto es justificado por los diagramas de Bode de la figura 3.8. La condición necesaria para que lo anterior sea correcto es que el ancho de banda del controlador de velocidad sea menor a aquéllos utilizados en el subsistema eléctrico (ver Tabla 3.1).

La figura 3.25 muestra el diagrama a bloques del subsistema mecánico (3.15).

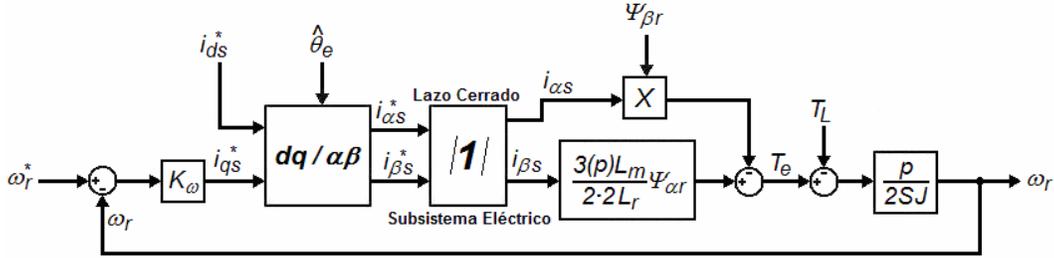


Figura 3.25. Diagrama a bloques del subsistema mecánico

Es importante recordar que el controlador ICD del subsistema eléctrico logra un total desacoplamiento entre los canales  $\alpha$  y  $\beta$  (figura 3.8). Al existir tal desacoplamiento es posible emular el comportamiento de la máquina de CD tal y como se realiza en los accionamientos tipo FOC. De esta forma es posible considerar que el canal  $\alpha$  controla el flujo magnético y el  $\beta$  controla el par. Ya que la variación en el flujo tiende a ser lenta, especialmente con el control de corriente, un flujo constante produce una respuesta rápida en el par y por lo tanto una respuesta rápida en la velocidad [9].

Siguiendo la premisa anterior, si se supone que la corriente  $i_{\alpha s}$  es constante y ésta es la encargada de controlar el flujo, entonces el flujo será constante. De esta manera es posible considerar que la componente del canal  $\alpha$  de corriente,  $i_{\alpha s} \Psi_{\beta r}$ , es una perturbación constante al subsistema mecánico. También es posible suponer que el par externo de carga,  $T_L$ , es una perturbación externa al motor de inducción. Tomando en cuenta lo anterior, el diseño del controlador de velocidad es inmediato y corresponde a la planta SISO

$$G_{\omega}(s) = \frac{\omega_r(s)}{i_{\beta s}(s)} = \frac{k_{\omega} \Psi_{\alpha r}}{s} \quad (3.17)$$

donde  $S$  es el operador de Laplace, el flujo  $\Psi_{\alpha r}$  es constante y  $k_{\omega}$  es una constante de valor (3.16). De esta manera, el lazo cerrado del subsistema mecánico puede representarse como

$$T_{\omega}(s) = \frac{L_{\omega}(s)}{1 + L_{\omega}(s)}, \quad (3.18)$$

donde

$$L_{\omega}(s) = K_{\omega}(s) G_{\omega}(s) \quad (3.19)$$

representa la transmitancia directa (lazo abierto) y

$$K_{\omega}(s) = \frac{20105(s+2500)(s+0.4)}{s(s+5500)(s+4800)} \quad (3.20)$$

es un controlador que asegura un correcto seguimiento de la referencia de velocidad del rotor. El lazo cerrado del subsistema mecánico dado por (3.17)–(3.29) puede ser representado en el diagrama de bloques de la figura 3.26. Considerando las especificaciones y parámetros dados en (2.54) se obtiene el diagrama de Bode del subsistema mecánico en lazo abierto mostrado en la figura 3.27.

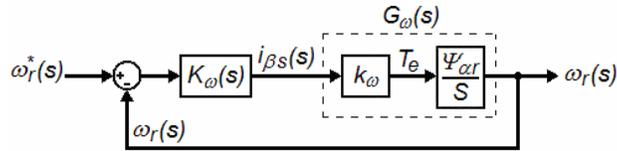


Figura 3.26. Representación del subsistema mecánico en lazo cerrado

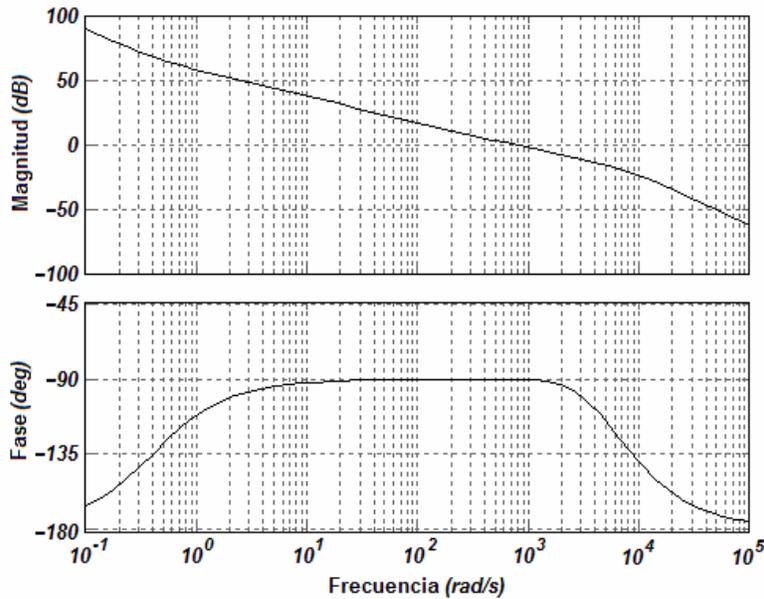


Figura 3.27. Evaluación del lazo abierto del subsistema mecánico. Diagrama de Bode

Tabla 3.4. Evaluación de la robustez del subsistema mecánico

Medida	BW [rad/s]	$G_M$ [dB]	$P_M$ [deg]
Valor	730	$\infty$	90

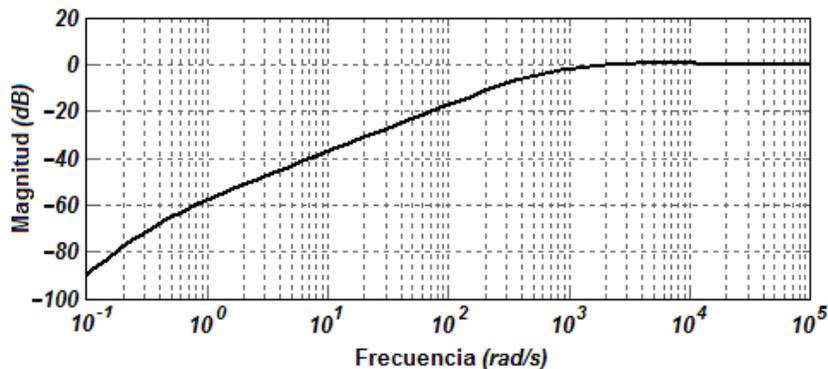
Es importante notar que tanto la planta definida en (3.16) como el controlador (3.19) tienen grado relativo 1. Por lo tanto, la fase del diagrama de Bode de la figura 3.27 acaba en  $180^\circ$  y el lazo abierto tiene un margen de ganancia infinito. De ahí mismo puede observarse que el controlador proporciona un margen de fase adecuado de acuerdo a lo establecido en la literatura [32,74,81,97]. Esta información se resume en la Tabla 3.4.

Cabe destacar que los márgenes de fase y de ganancia dados en la Tabla 3.4 son lo suficientemente altos para que las simplificaciones asumidas en (3.16) y (3.18) sean válidas. También es importante notar que el ancho de banda para el subsistema mecánico es inferior a los del subsistema eléctrico (Tabla 3.1) pero tiene un valor tal que el seguimiento de velocidad sea razonablemente rápido.

Por último, se hace un estudio sobre el rechazo que presenta el lazo de control a las perturbaciones externas. Similarmente al análisis desarrollado para los canales del subsistema eléctrico, se define la función de sensibilidad

$$S_{\omega}(s) = \frac{1}{1 + L_{\omega}(s)} \quad (3.20)$$

La función (3.20) sirve como indicador para evaluar el rango frecuencial en el que las perturbaciones externas pueden afectar el desempeño del sistema en lazo cerrado definido por (3.17). Como se mencionó previamente en el presente capítulo, para que el diseño de control rechace satisfactoriamente perturbaciones externas es necesario mantener la función de sensibilidad (3.20) pequeña sobre un rango amplio de frecuencias [81,97,112]. En la figura 3.28 se muestra el diagrama de Bode (magnitud) de la función de sensibilidad del lazo de velocidad.



**Figura 3.28.** Rechazo a perturbaciones del subsistema mecánico. Diagrama de Bode de la función de sensibilidad

Como se puede observar en la figura 3.28, todas las perturbaciones a una frecuencia menor a aproximadamente  $700 \text{ rad/s}$  son rechazadas por el lazo de control dado que la función de sensibilidad tiene magnitud pequeña a esos valores frecuenciales.

Hasta esta parte del trabajo ya se han considerado las bases teóricas, la arquitectura y el diseño del esquema de control propuesto. Por un lado, las características del esquema de control propuesto que lo hacen novedoso y diferente en comparación a estrategias convencionales halladas en la literatura fueron claramente especificadas. Asimismo, se realizaron análisis en el dominio de la frecuencia para evaluar la robustez, el desempeño y el rechazo a perturbaciones de la estrategia sugerida. De hecho, en base a simulaciones en el dominio del tiempo pudo constarse que el subsistema eléctrico bajo la estrategia de control propuesta es altamente robusto a variaciones paramétricas y tiene un desempeño adecuado. Debido al desacoplamiento proporcionado por este subsistema, el diseño del controlador del componente mecánico es inmediato. Debido a la robustez a variaciones paramétricas, el correcto desempeño del observador de orden reducido puede ser garantizado. Por todo lo anterior es altamente factible esperar resultados satisfactorios al aplicar el esquema de control al motor de inducción tipo jaula de ardilla bajo distintas condiciones de operación y ante variaciones paramétricas. El capítulo siguiente considera este apartado.

# Capítulo 4

## RESULTADOS

### 4.1. Introducción

En los capítulos previos se expusieron los elementos teóricos más importantes que conforman este proyecto de tesis. Primeramente, en el Capítulo 2 se explican los fundamentos teóricos de ICD y de la MSF pues constituyen la parte medular del sistema de control. De hecho, se hace un análisis riguroso de la MSF asociada a la configuración elegida de canales entrada–salida. Adicionalmente se demuestra que es posible extraer la misma información de la MSF que de un análisis con teoría de control no lineal. Posteriormente, en el Capítulo 3 se propone un esquema de control para el motor de inducción. Ahí se explican cada una de las partes que forman parte de la estrategia de control y se revisa el desempeño y robustez de los controladores diseñados en términos del dominio de la frecuencia. También se llevan a cabo simulaciones digitales en el dominio del tiempo en las que se evalúa el desempeño del subsistema eléctrico con la presencia del VSI SV–PWM. Como material de soporte, en los Apéndices se proporciona la información detallada sobre el modelo matemático del motor de inducción, la simulación del motor de inducción en lazo abierto, el modelado y la simulación del convertidor y la técnica de modulación, algunas demostraciones matemáticas asociadas a ICD y la MSF, así como los modelos y programas realizados en MATLAB® y SIMULINK®.

En este capítulo se realizan simulaciones digitales con la finalidad de validar el desempeño del sistema de control del motor de inducción en el dominio del tiempo. En estas simulaciones se trata de lograr un seguimiento adecuado en las señales de referencia de velocidad y corrientes ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor, en el par de carga externo y paramétricas. Asimismo, se evalúa el comportamiento en el arranque, a bajas velocidades, cambios de giro de la flecha, en estado estacionario y en la zona de campo debilitado. Adicionalmente, se realizan simulaciones considerando el efecto del ruido en las mediciones y de cortos circuitos en las terminales del estator. El éxito de la estrategia de control propuesta surge de la premisa de que el lazo de control interno (el del subsistema eléctrico) es robusto a variaciones paramétricas en todo el rango de velocidad.

## 4.2. Pruebas bajo distintas Condiciones de Operación

Para llevar a cabo la simulación del esquema de control propuesto para el motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla fue necesaria la elaboración de algunos programas de cómputo en el software computacional MATLAB® y de un modelo de simulación en la aplicación SIMULINK® del mismo software. El modelo de simulación de SIMULINK® carga los datos y estructuras de control del motor a partir de archivos tipo *m* programados en MATLAB®. El modelo en sí se compone de: las ecuaciones diferenciales que definen el modelo matemático del motor de inducción en un marco de referencia estacionario (descrito en el Apéndice A); de ecuaciones en espacio de estado (*i.e.* ecuaciones diferenciales) que representan a los controladores y al observador de orden reducido; y de otros bloques que permiten la adición de ruido a las señales, la simulación de fallas, y el cálculo de operaciones matemáticas para simular las transformaciones de coordenadas y la modulación SV-PWM. En la figura 4.1 se muestra el modelo de SIMULINK® creado para realizar las simulaciones.

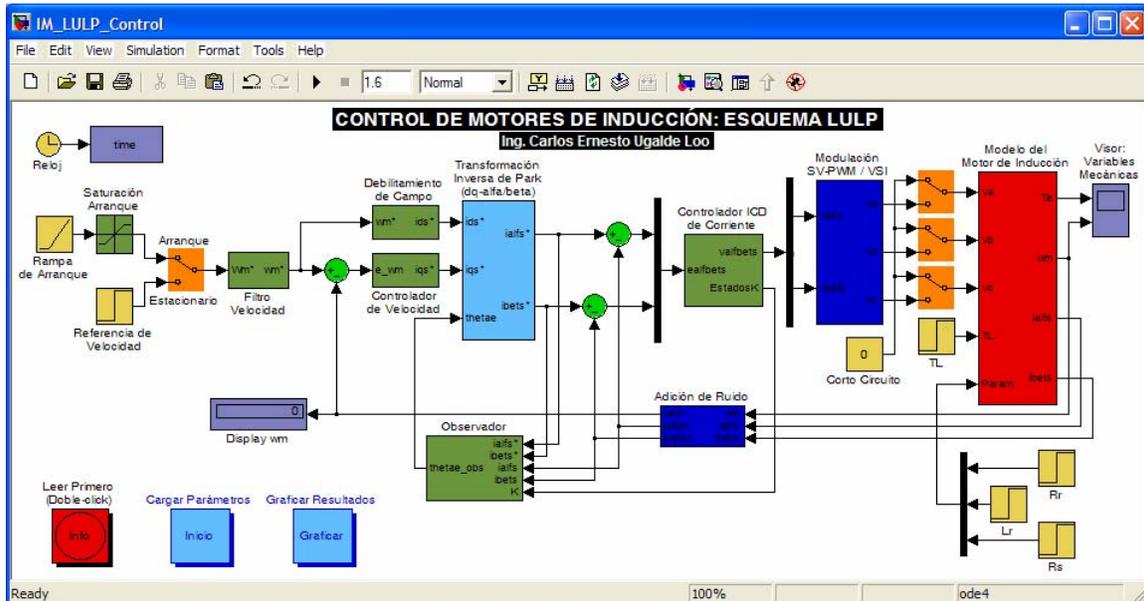


Figura 4.1. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto

Una descripción detallada del modelo mostrado en la figura 4.1 junto con el listado de los programas asociados a él pueden encontrarse en el Apéndice D. Como puede observarse en la figura 4.1, es posible hacer pruebas variando los valores de referencia de velocidad, del par externo de carga y de algunos parámetros del motor de inducción. Con el modelo anterior es posible evaluar el desempeño del motor en el arranque, en estado transitorio y en estado estacionario. También se pueden simular fallas (cortos circuitos monofásicos, bifásicos o trifásicos) en las terminales del estator y añadir ruido a las señales de medición. Es posible que el motor trabaje en la zona de par constante o en la zona de operación de campo debilitado. Las variables de interés son almacenadas en arreglos para obtener gráficas de los resultados en el dominio del tiempo una vez concluida la simulación. Nótese que la referencia de velocidad es

filtrada a través de un filtro de segundo orden para evitar respuestas demasiado bruscas del controlador de velocidad.

Es importante mencionar que para todas las simulaciones se tomó una frecuencia de conmutación de  $20\text{ kHz}$  para el VSI SV-PWM y el método de integración utilizado fue un Runge Kutta de  $4^{\text{to}}$  orden. Asimismo, el paso de integración empleado fue de  $T_s = 0.5\ \mu\text{s}$ . Los parámetros del motor de inducción son los mismos que los utilizados para el análisis del modelo del motor y las simulaciones del Capítulo 3.

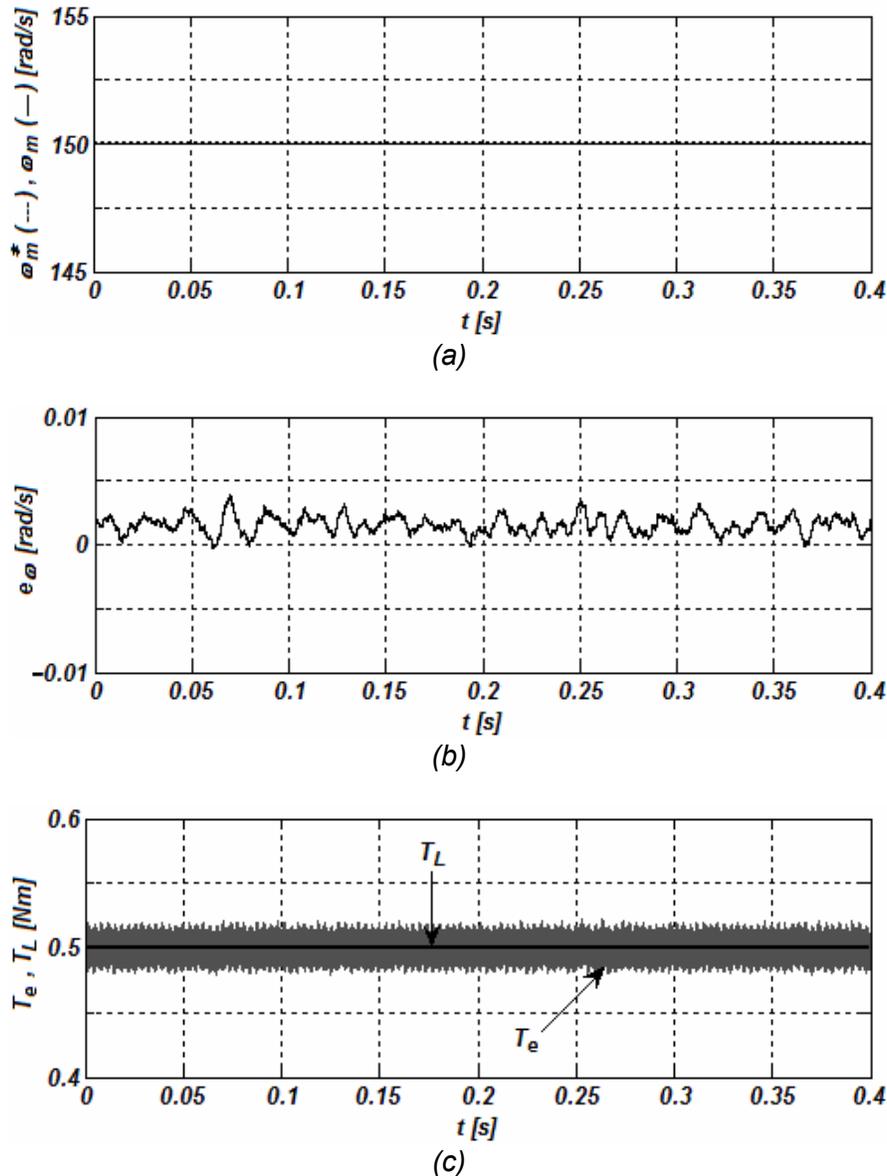
### 4.2.1. Desempeño en Estado Estacionario

El desempeño del sistema de control en estado estacionario se muestra en las figuras 4.2 a 4.6. El tiempo de simulación corresponde a  $0.4\text{ s}$ . La simulación se realiza considerando que el motor tiene una carga de  $T_L = 0.5\text{ Nm}$  y que el rotor gira a una velocidad  $\omega_m = 150\text{ rad/s}$ .

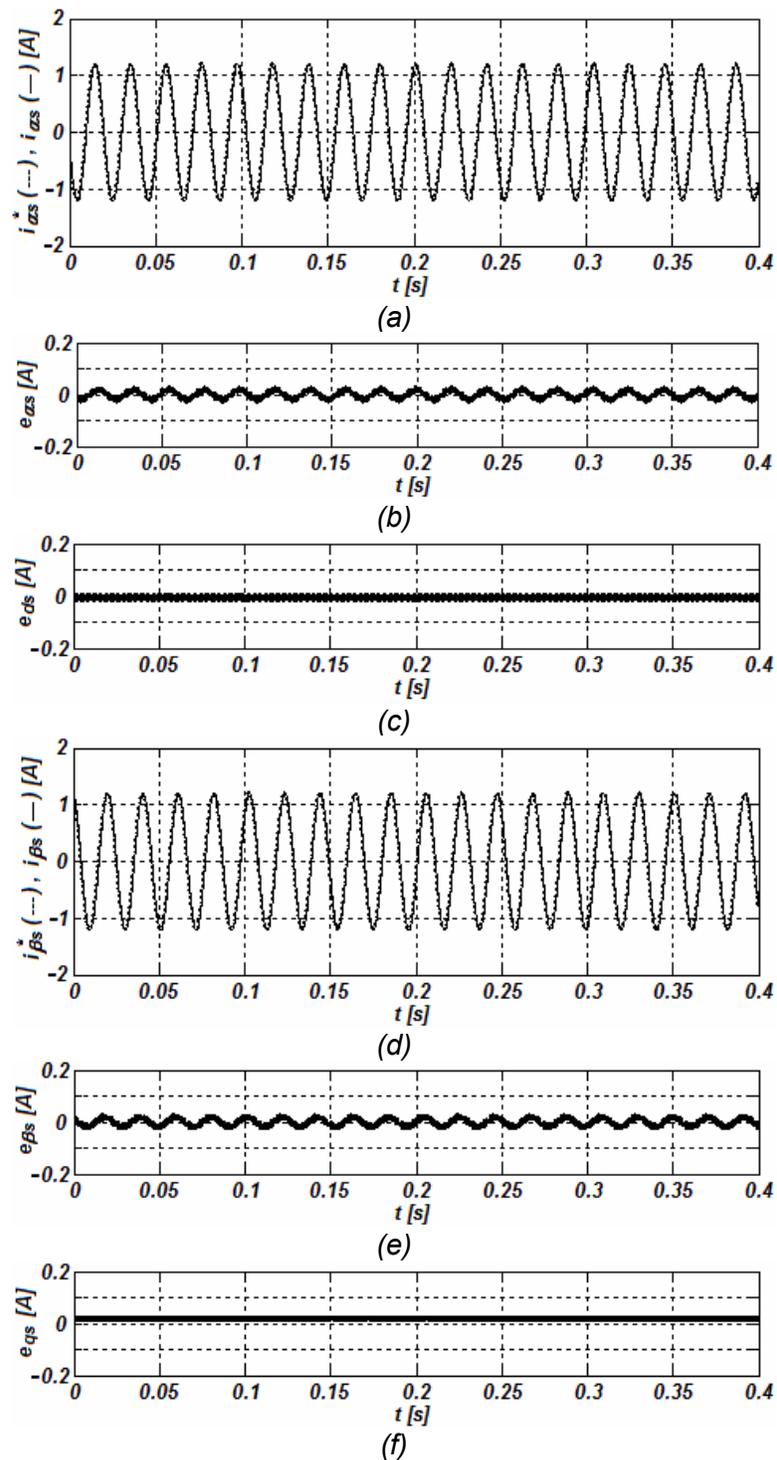
En la figura 4.2 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado. Como puede observarse en la figura 4.2(a), el desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues el controlador es capaz de seguir fielmente la referencia de velocidad del rotor. Asimismo, es importante recalcar la uniformidad de las señales. Más aun, el error de la velocidad del rotor es muy pequeño y oscila alrededor de cero, como lo muestra la figura 4.2(b). Al existir una condición de estado estacionario, el par desarrollado y el de carga es el mismo, como se observa en la figura 4.2(c). Con respecto al par desarrollado, debe notarse que no se presentan caídas en la respuesta debidas a los cambios de sectores presentes en la modulación (este es un problema inherente al DTC convencional [30]). Sin embargo, el par desarrollado presenta un poco de rizado (lo cual es característico de hacer una modulación PWM [8]).

En la figura 4.3 se muestra el desempeño del controlador del subsistema eléctrico. Por un lado, las figuras 4.3(a) y 4.3(d) muestran las señales de corriente eléctrica que fluyen en los devanados del estator del motor, aunque en un marco de referencia bifásico estacionario  $\alpha\text{-}\beta$ , contra las referencias de corriente. Como se aprecia, las corrientes del estator son senoidales y siguen fielmente a las referencias. Adicionalmente, la señal del eje  $\alpha$ , figura 4.3(a), está desfasada  $90^\circ$  de la del eje  $\beta$ , figura 4.3(d), como era de esperarse. Por otro lado, las figuras 4.3(b) y 4.3(e) ilustran las señales de error de corriente en el estator. Éstas tienen un comportamiento senoidal con una amplitud pequeña. De la misma manera, las figuras 4.3(c) y 4.3(f) ilustran las señales de error anteriores pero ahora en un marco de referencia síncrono  $d^e\text{-}q^e$  (para poderlas analizar como cantidades de CD, ya que al trabajar en un marco de referencia estacionario donde las señales aparecen como cantidades de CA puede resultar un poco difícil estudiar el error). Como se muestra, el error es prácticamente despreciable: en el eje  $d$  es de  $0\text{ A}$ , figura 4.3(c), y en el eje  $q$  tiene una magnitud muy pequeña, figura 4.3(f). Finalmente, debido a las características inherentes al controlador, el ruido causado por el efecto de conmutación del inversor es filtrado satisfactoriamente, como fue mencionado en el Capítulo 3. En otras palabras, el controlador permite que las acciones de control sean lo más adecuadas posibles.

La figura 4.4 ilustra el desempeño del observador de orden reducido que permite la estimación de los flujos magnéticos del rotor para lograr el cálculo del ángulo del campo del rotor. Se observa que los flujos estimados son senoidales (figura 4.4(a) y 4.4(b)) y como consecuencia, la trayectoria del vector espacial de flujo es prácticamente una circunferencia perfecta (figura 4.4(c)). El cálculo del ángulo del campo del rotor se muestra en la figura 4.4(d), que es prácticamente una función “diente de sierra” perfecta. El correcto desempeño del observador de orden reducido se justifica del hecho de que el lazo cerrado del subsistema eléctrico es altamente robusto.



**Figura 4.2.** Desempeño del controlador de velocidad en estado estacionario: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



**Figura 4.3.** Desempeño del controlador ICD en estado estacionario: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $d$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .

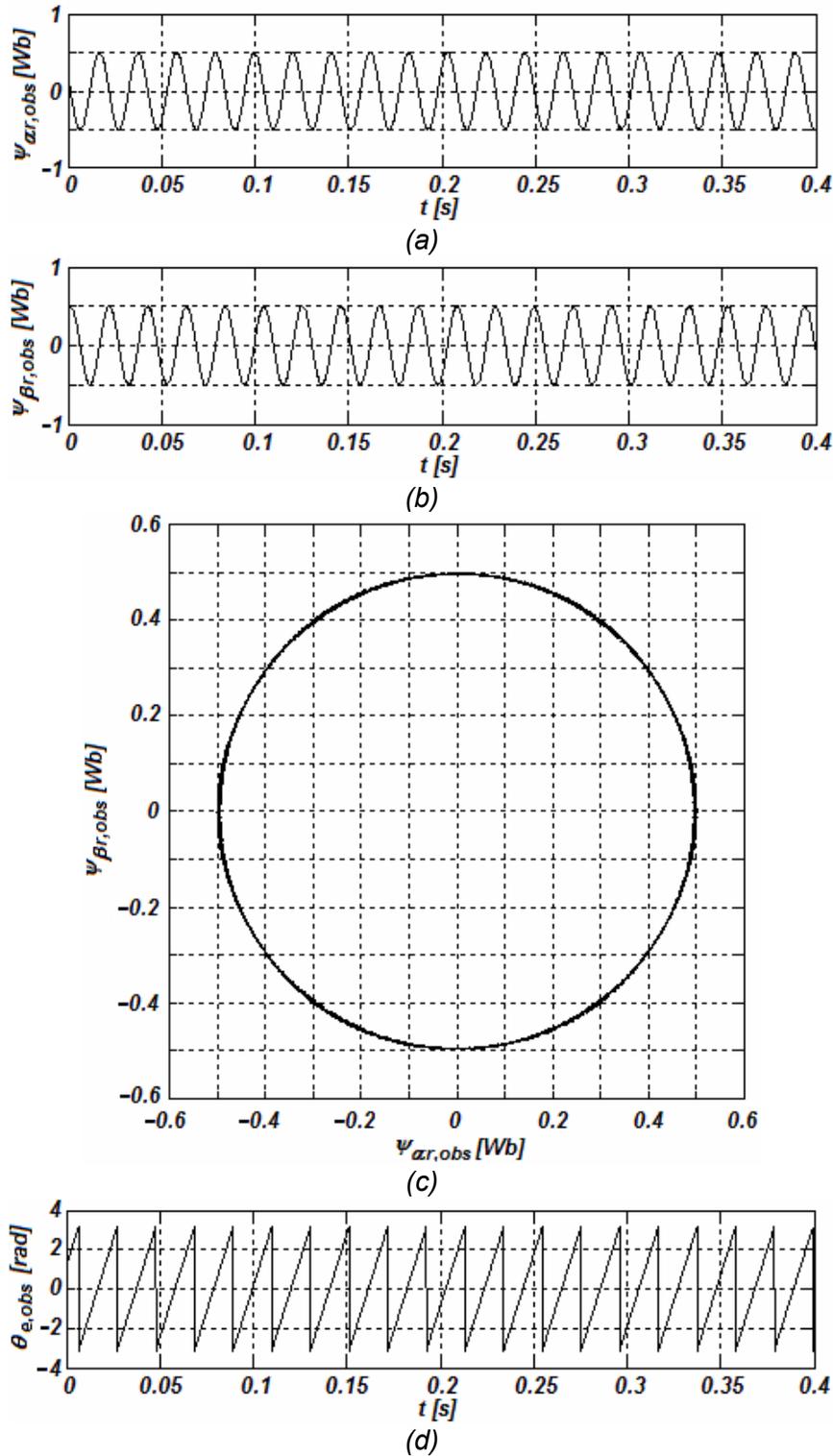


Figura 4.4. Desempeño del observador de orden reducido en estado estacionario: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado

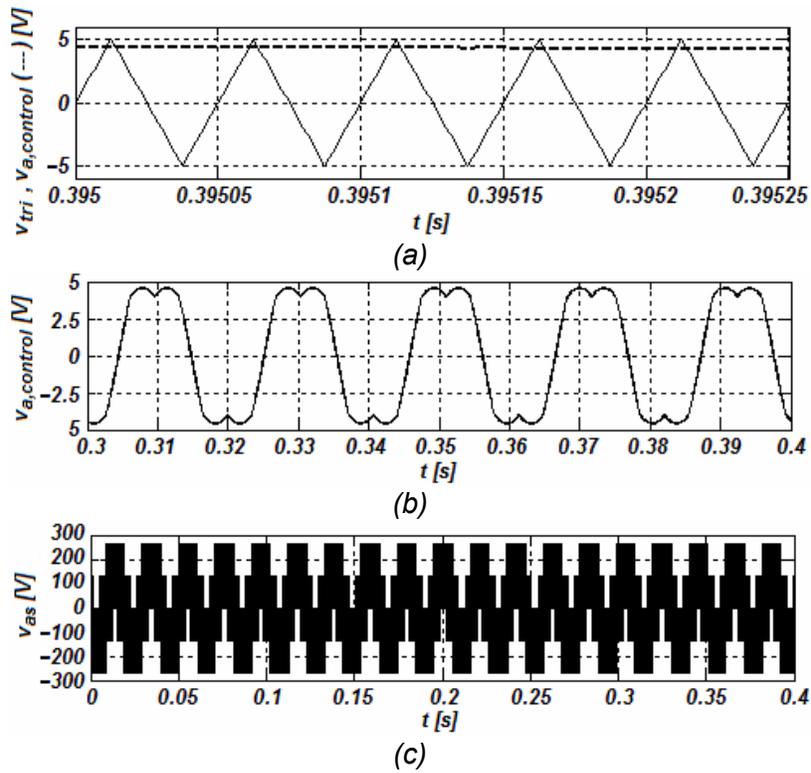


Figura 4.5. Desempeño del VSI SV-PWM en estado estacionario: (a) señal de control y primer componente del voltaje de control trifásico; (b) primer componente del voltaje de control trifásico; (c) primer componente modulado del voltaje del estator trifásico

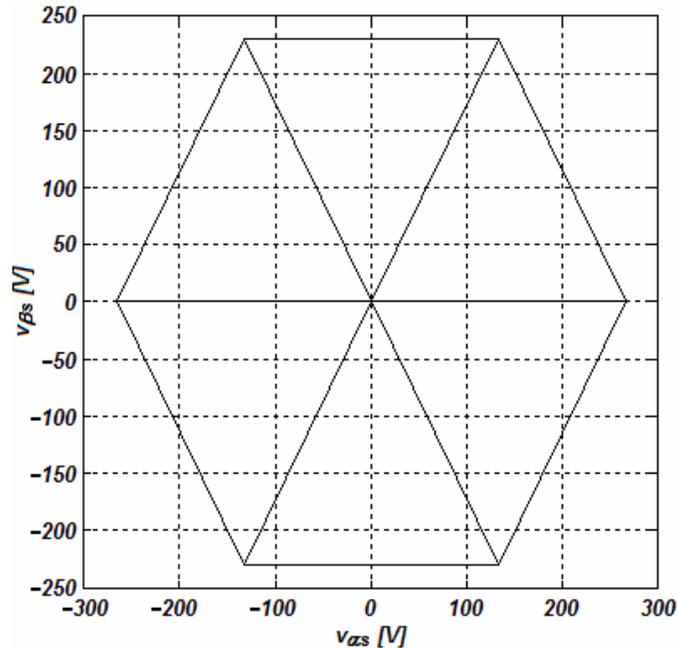


Figura 4.6. Trayectoria del vector de voltaje del estator en estado estacionario

Las figuras 4.5 y 4.6 muestran el desempeño del inversor con su etapa de modulación. Por un lado, en la figura 4.5(a) pueden observarse la señal de control de una de las fases del motor asociada a la modulación SV-PWM junto con la señal portadora triangular. La figura 4.5(b) muestra un acercamiento a la señal de control de la fase *a*. La frecuencia constante de la señal triangular dicta el valor de la frecuencia de conmutación del inversor, como se menciona en el Apéndice B. Ciertamente, el hecho de haber escogido un paso de integración relativamente pequeño para las simulaciones ( $0.5 \mu s$ ) se justifica por la uniformidad de la señal portadora triangular. Como puede observarse, la señal triangular es perfecta (a  $20 \text{ kHz}$ ), garantizando la correcta operación del algoritmo SV-PWM. En la figura 4.5(c) se muestra el voltaje de la fase *a* del estator ya modulado que viene a la salida del VSI. Por otro lado, en la figura 4.6 se muestra la trayectoria del vector de voltaje del estator. De esta figura puede deducirse que el control de los estados de conmutación del inversor es apropiado debido a la utilización del SV-PWM. También es posible afirmar que el voltaje de referencia proporcionado por el esquema de control es el adecuado para cada instante de la operación en estado estacionario: los cambios en la aplicación de los vectores de voltaje se realizan de manera consecutiva. Lo anterior es de suma importancia, dado los dispositivos semiconductores del inversor realizan conmutaciones de forma apropiada, aumentando la vida útil del convertidor mismo.

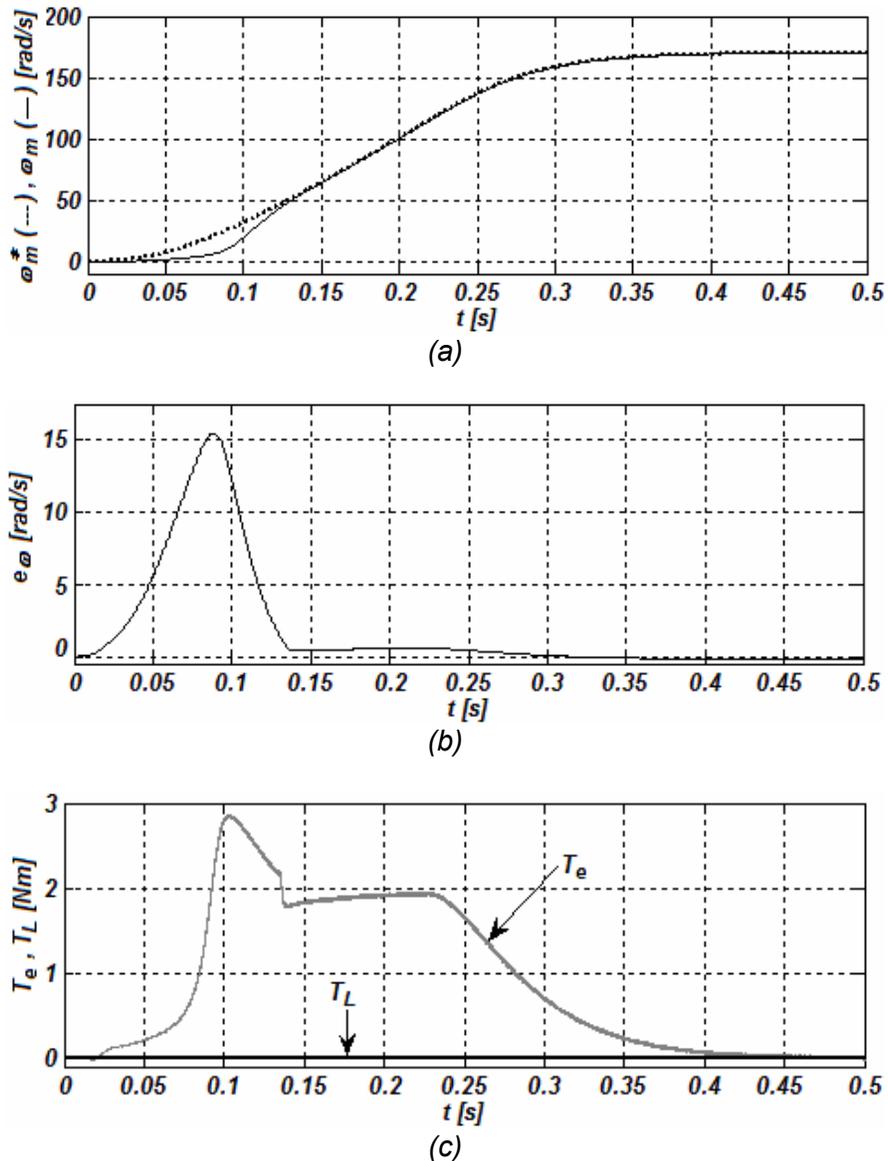
El buen desempeño del esquema propuesto se debe principalmente al control del subsistema eléctrico y a la presencia del SV-PWM. Es posible proporcionar una infinidad de vectores para cada sector del plano  $\alpha\text{-}\beta$ , los cuales son aproximados por el SV-PWM y después transmitidos al inversor. Si por ejemplo, se utilizara un controlador de histéresis, para obtener la trayectoria circular es necesario un valor muy pequeño en el ancho de la banda del controlador de histéresis. Sin embargo, entre menor sea el ancho de la banda, más alta será la frecuencia de conmutación del inversor [8].

#### 4.2.2. Desempeño en el Arranque

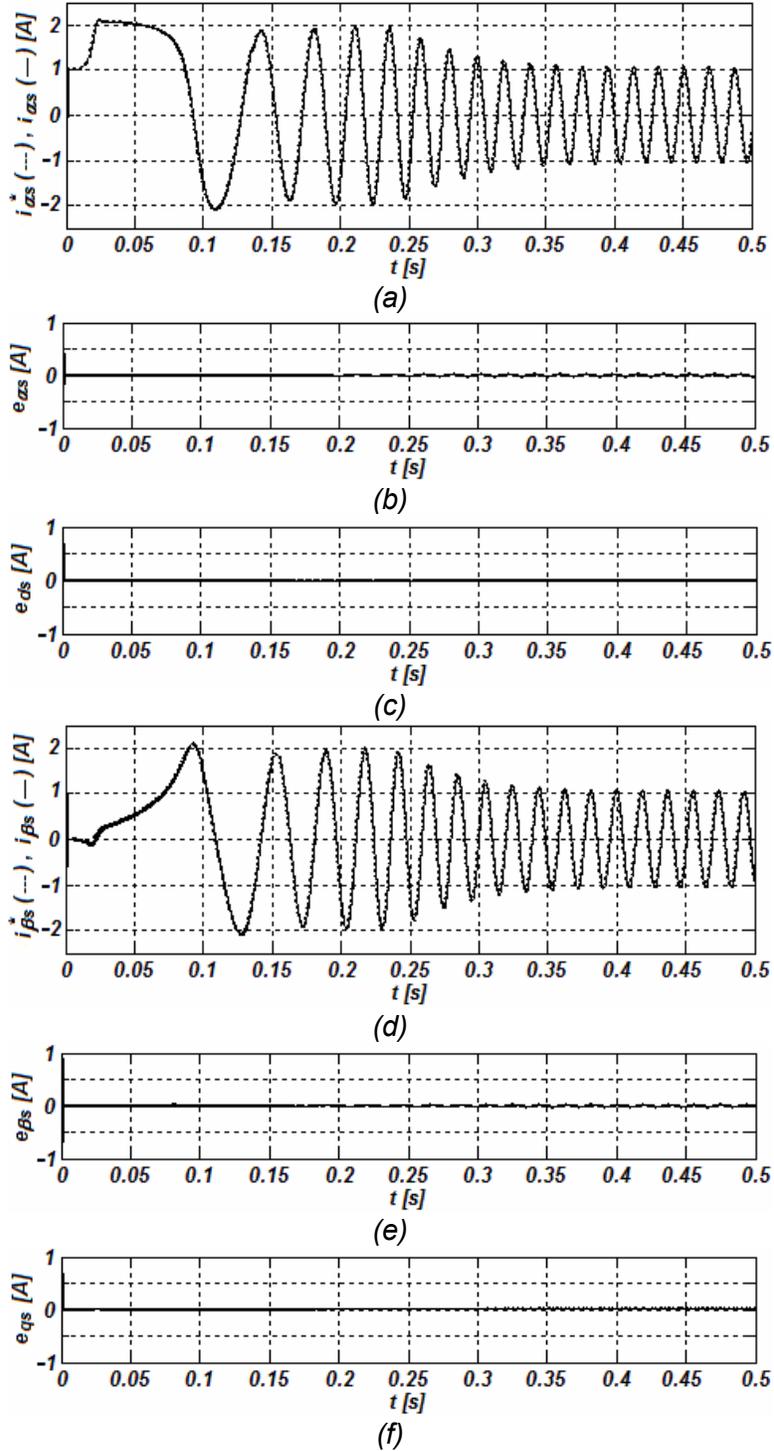
El desempeño del sistema de control en un arranque sin carga se muestra en las figuras 4.7 a 4.11. El arranque se logra mediante una función tipo rampa con una pendiente de  $750 \text{ rad/s}^2$  que se filtra a través de un filtro de segundo orden para suavizarla. El tiempo de simulación corresponde a  $0.5 \text{ s}$  desde que el motor está parado y sin energizar hasta que llega una referencia de velocidad de  $\omega_m = 170 \text{ rad/s}$ , valor en donde la rampa se satura y permanece.

En la figura 4.7 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado en un arranque del motor de inducción sin carga. El desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues la velocidad del rotor llega a la referencia establecida, como lo muestra la figura 4.7(a). Sin embargo, en un inicio el seguimiento de la referencia no es perfecto. La referencia es una rampa y en un principio la velocidad del rotor tarda en empezar a incrementarse. Esto se constata con la señal de error de velocidad de la figura 4.7(b), que comienza a aumentar en un inicio, pero al final tiende a disminuir. Como el arranque es sin carga, la señal del par de carga permanece en cero en todo momento, como se muestra en la figura 4.7(c). Puede notarse la presencia de un par electromagnético de aceleración que ocasiona que el motor empiece a incrementar su velocidad. Al ser la diferencia del par electromagnético

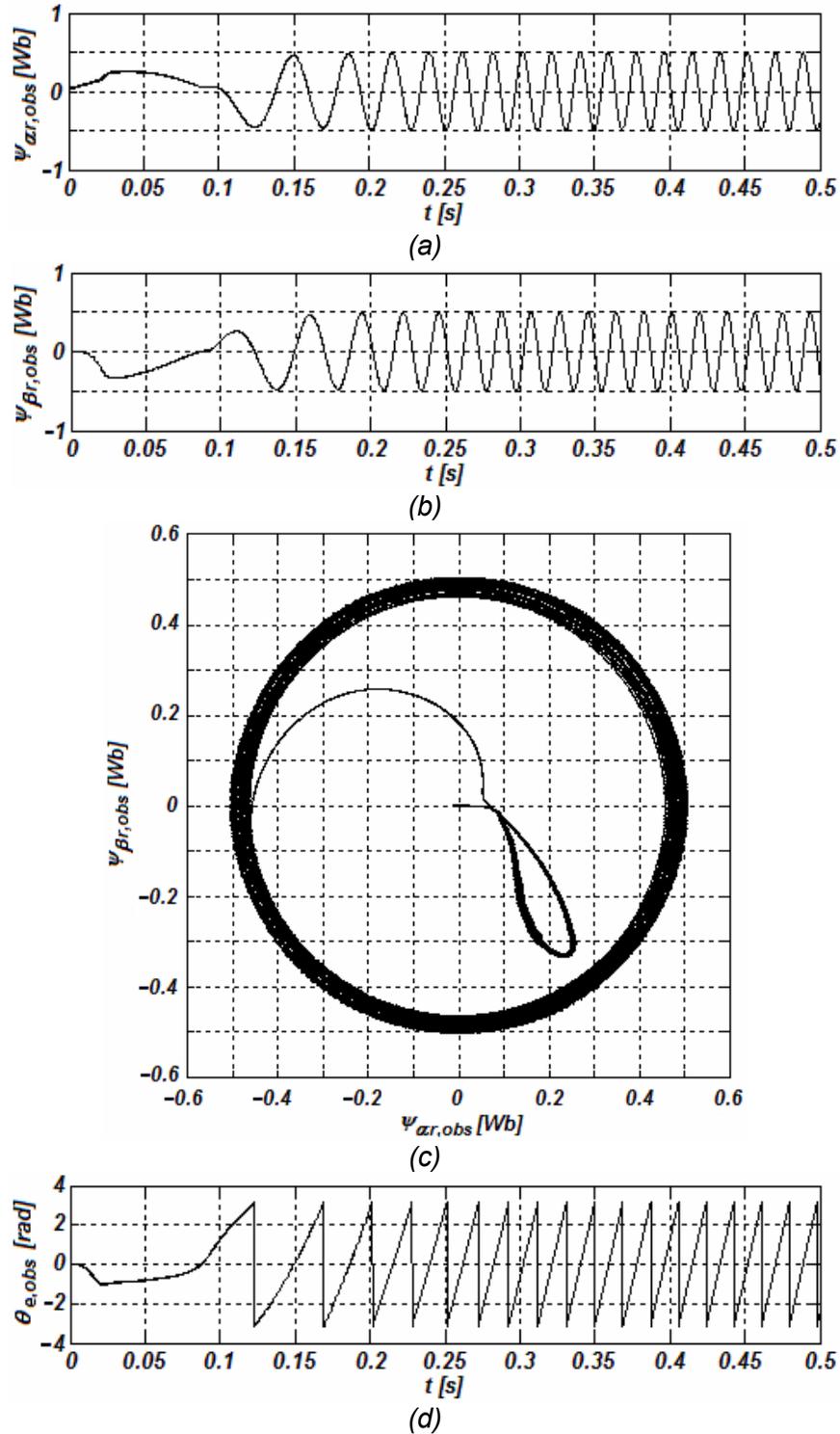
con el par de carga positiva, el motor gira en un sentido “positivo”. En un principio el par desarrollado se incrementa en una forma un poco indeseable. Esto se debe a que la señal de error de velocidad es ligeramente grande en ese momento. Después de cierto tiempo el par de aceleración tiende a ser constante, por lo que la velocidad del rotor crece con una pendiente constante. Una vez que el motor llega a su referencia de velocidad, el par electromagnético desarrollado cae a cero, como es de esperarse. Asimismo, el error de velocidad disminuye hasta tener una magnitud muy pequeña (si se deja más tiempo la simulación el error tiende a cero, como fue mostrado en la simulación de estado estacionario).



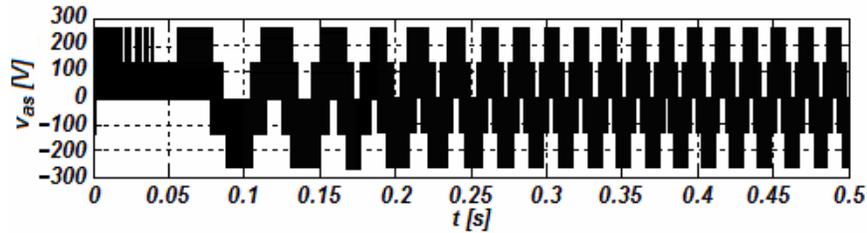
**Figura 4.7.** Desempeño del controlador de velocidad en un arranque sin carga: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



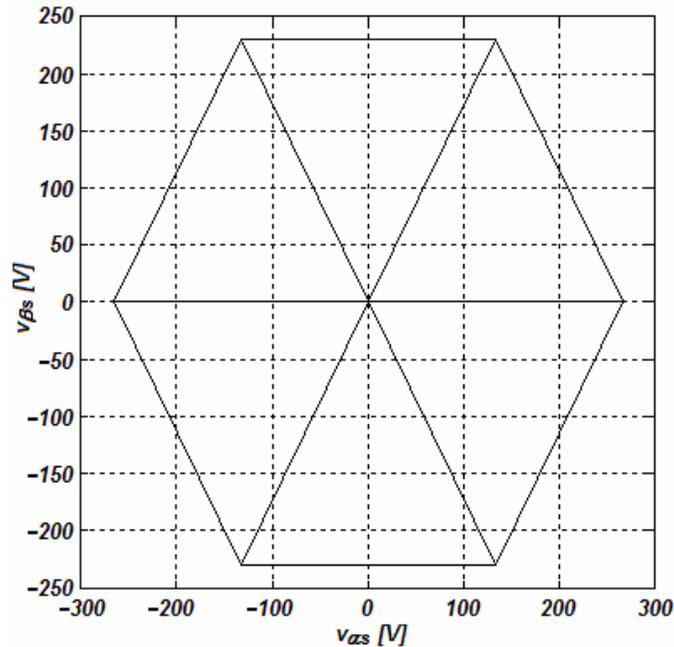
**Figura 4.8.** Desempeño del controlador ICD en un arranque sin carga: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $d$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.9.** Desempeño del observador de orden reducido en un arranque sin carga: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.10.** Desempeño del VSI SV-PWM en un arranque sin carga: primer componente modulado del voltaje del estator trifásico



**Figura 4.11.** Trayectoria del vector de voltaje del estator en un arranque sin carga

En la figura 4.8 es posible observar el desempeño del controlador ICD. Independientemente de que hay un rango de tiempo en el que las corrientes de referencia no son senoidales, el controlador es capaz de seguirlas fielmente, como lo muestran las corrientes de referencia y del estator de las figuras 4.8(a) y 4.8(d). Después de aproximadamente  $0.1$  s las corrientes presentan un comportamiento senoidal. Adicionalmente, las señales de error son pequeñas independientemente del marco de referencia en el que se estudien, como lo muestran las figuras 4.8(b), 4.8(c), 4.8(e) y 4.8(f). En pocas palabras, el controlador del subsistema eléctrico actúa satisfactoriamente.

La figura 4.9 ilustra el desempeño del observador de orden reducido. Como puede notarse en las figuras 4.9(a) y 4.9(b), existe un transitorio de aproximadamente  $0.1$  s en el que la estimación no es la mejor. Esto se ve claramente en la trayectoria del vector del flujo del rotor de la figura 4.9(c). En un principio no es una circunferencia perfecta, pero empieza a tender a ella. Es precisamente por esta razón que el ángulo del campo del rotor mostrado en la figura 4.9(d) no tiene la forma de “diente de sierra” desde un inicio. Como la observación del ángulo no es la mejor en esa fracción de tiempo, el

cálculo de las corrientes de referencia al subsistema eléctrico no es el mejor y esto explica por qué al principio del arranque las corrientes no sean senoidales. Lo anterior a su vez se refleja en que el seguimiento de la referencia de velocidad por parte del controlador del subsistema mecánico no sea ideal en ese periodo de tiempo. Una vez que el observador empieza a actuar adecuadamente el comportamiento del motor es satisfactorio en todas las variables estudiadas.

En la figuras 4.10 y 4.11 se muestra el desempeño del VSI. En la figura 4.10 es posible observar el voltaje ya modulado de la fase a del estator que viene a la salida del VSI. De la figura 4.11, que ilustra la trayectoria del vector de referencia de voltaje del estator, se puede decir que el control de los estados de conmutación del inversor es apropiado: los cambios en la aplicación de los vectores de voltaje se realizan de manera consecutiva. Lo anterior era de esperarse, ya que se utiliza un inversor ideal [76].

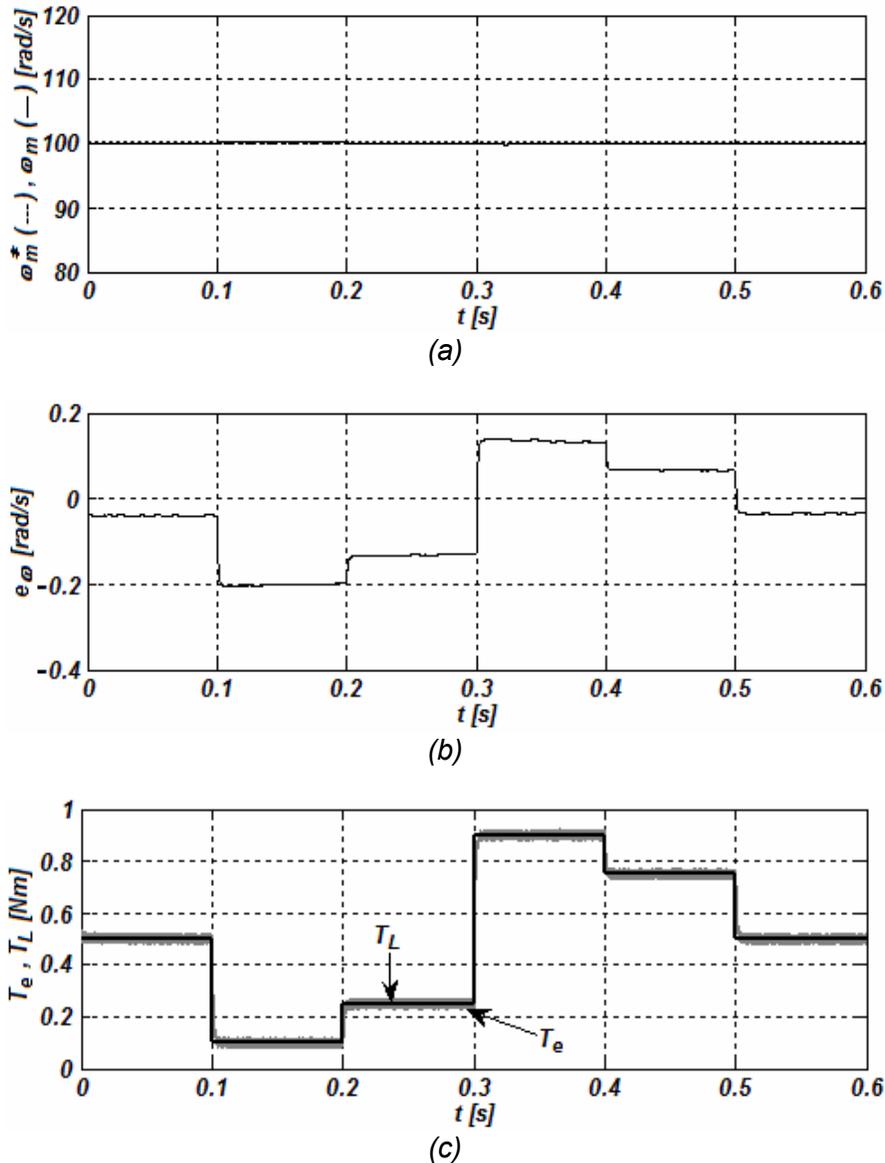
En base a los resultados anteriores, puede concluirse que el desempeño del esquema de control en el arranque es adecuado, aunque con una limitante: el motor presenta un transitorio pequeño en el que la estimación del flujo no es la más apropiada. Por lo tanto, el comportamiento es satisfactorio una vez que el observador de orden reducido comienza a realizar correctamente las estimaciones de los flujos magnéticos del rotor.

### 4.2.3. Desempeño ante Variaciones en la Carga

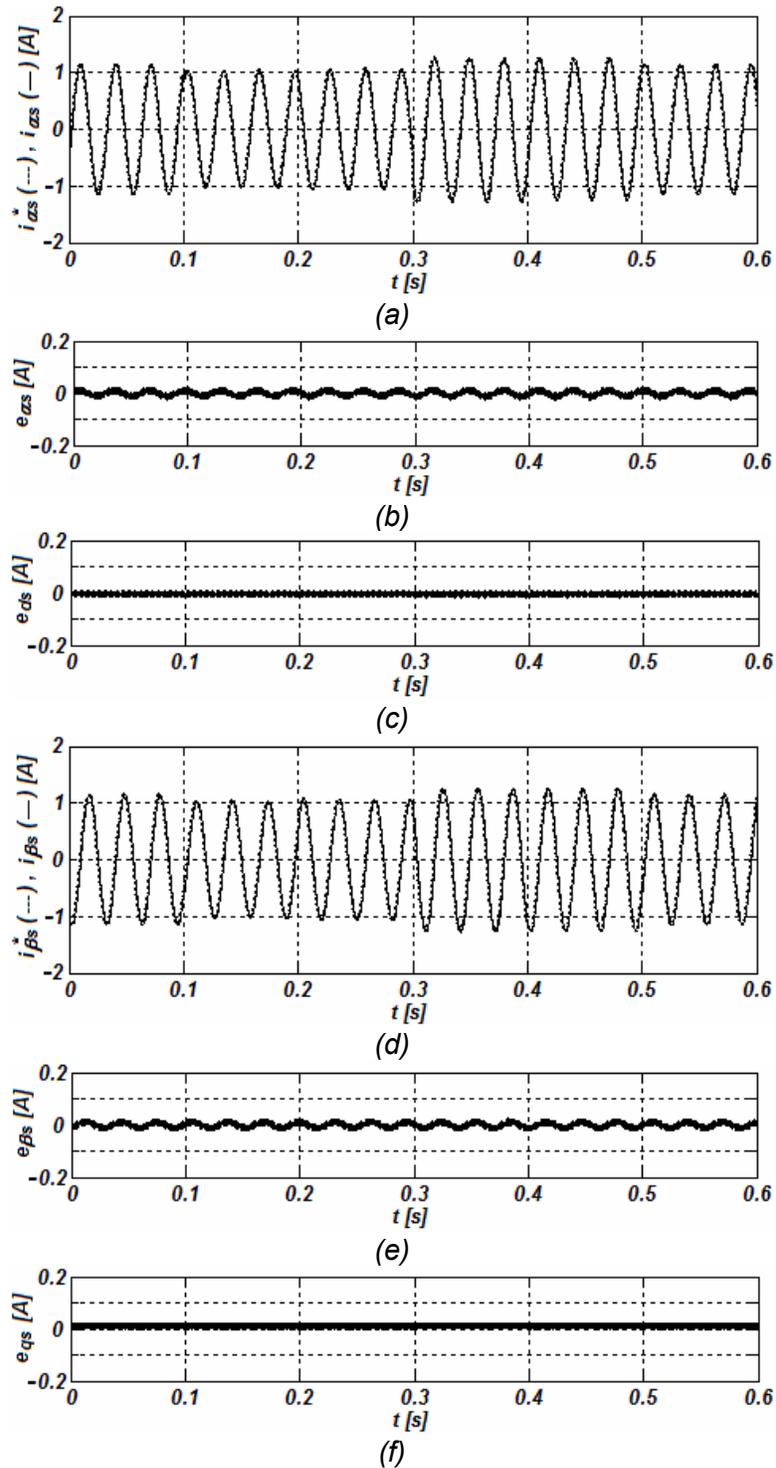
El desempeño del sistema de control ante variaciones en la carga se muestra en las figuras 4.12 a 4.16. La simulación parte de una condición de par de carga  $T_L = 0.5 Nm$  a una velocidad en el rotor de  $\omega_m = 100 rad/s$  posteriormente a que el motor fue arrancado. Las gráficas solamente ilustran la operación ante la variación en la carga y no presentan el arranque dado que ya fue revisado previamente. El tiempo de duración de la simulación es de 0.6 s.

En la figura 4.12 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad en el rotor, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado. A todo momento la velocidad de referencia es constante a  $\omega_m = 100 rad/s$ . En la figura 4.12(a) puede observarse que el desempeño del controlador de velocidad es adecuado, ya que independientemente de que ocurran variaciones en el par externo de carga la velocidad desarrollada en el rotor tiende hacia el valor de referencia. En otras palabras, el transitorio al modificar el par de carga ocasiona variaciones casi imperceptibles en el seguimiento de velocidad. Lo anterior se refleja en la señal de error de la velocidad de la figura 4.12(b). Ante cada variación en el par de carga la señal de error cambia en magnitud, pero ésta es pequeña y comienza a disminuir. Si se dejara correr más tiempo en la simulación el error tendería a ser cero, como sucedía en la operación en estado estacionario. Esto contrasta con el desempeño en el FOC. Ahí, las variaciones en el par ocasionan un transitorio notable en el seguimiento de la velocidad [74]. También puede notarse que ante variaciones en el par externo de carga el par electromagnético desarrollado inmediatamente tiende a ser el mismo que el de carga, contrarrestando el efecto. Debido a la rapidez de la respuesta del controlador de velocidad es posible evitar que el motor aumente o disminuya la velocidad en el rotor de una manera significativa ante variaciones en la carga. Este desempeño es similar al proporcionado por accionamientos con DTC [107].

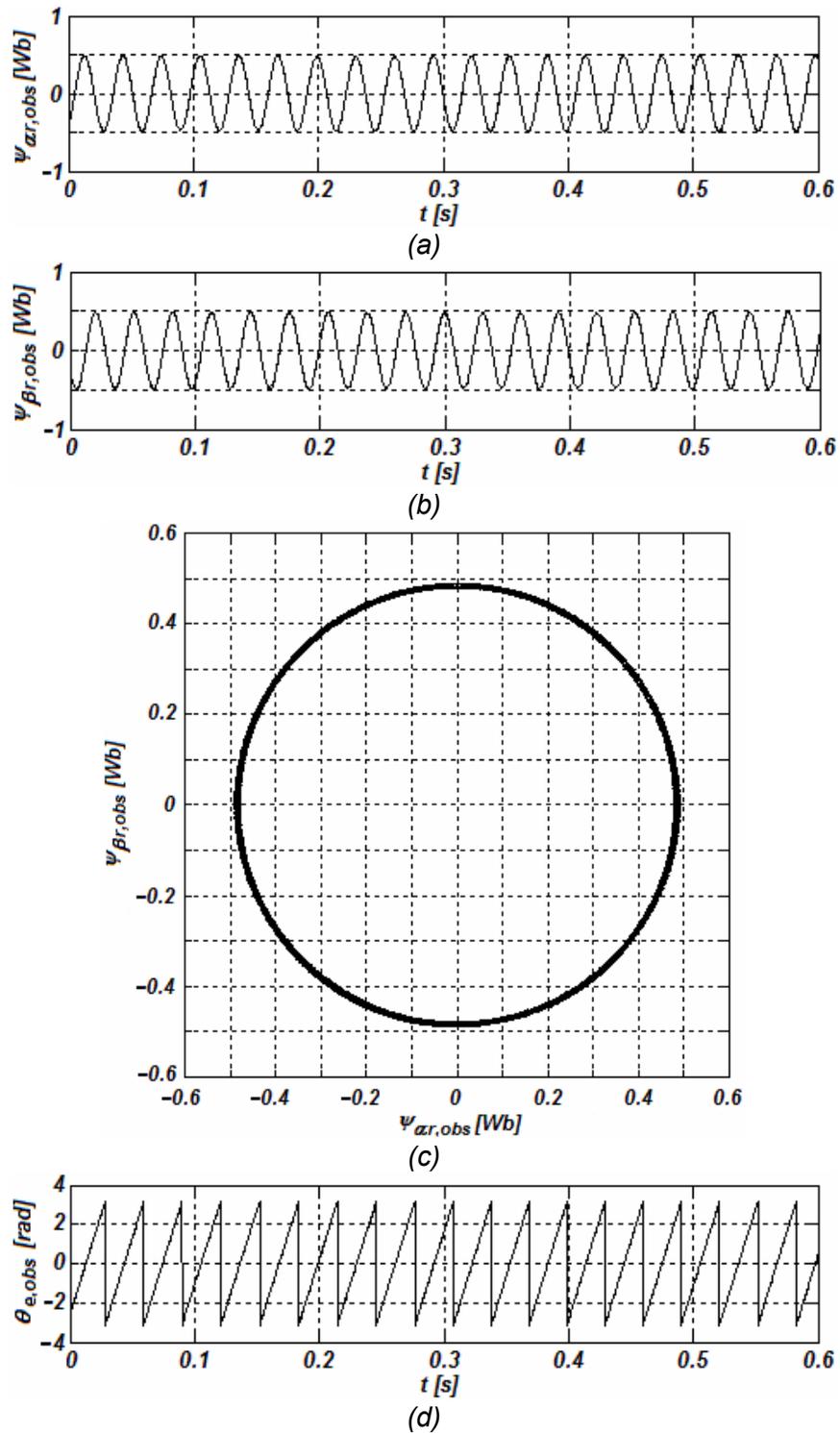
En la figura 4.13 es posible observar el desempeño del controlador ICD. Las señales de corriente del estator siguen perfectamente a la referencia a la entrada del controlador multivariable del subsistema eléctrico como lo muestran las figuras 4.13(a) y 4.13(d). Lo anterior se refleja en las señales de error de corriente de las figuras 4.13(b), 4.13(c), 4.13(e) y 4.13(f), donde se aprecia que la magnitud del error es muy pequeña en todos los casos. Nótese que el rizado presente en las señales de corriente de estator debido a las conmutaciones en el inversor es prácticamente despreciable.



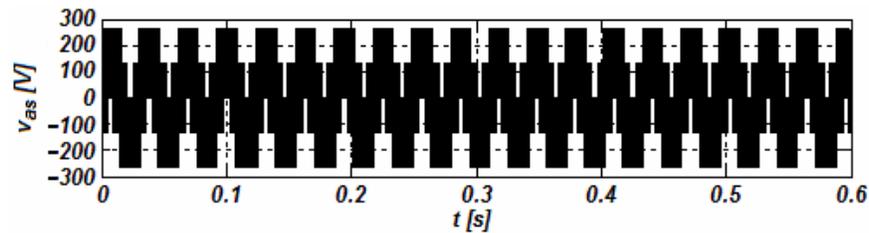
**Figura 4.12.** Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en el par de carga: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



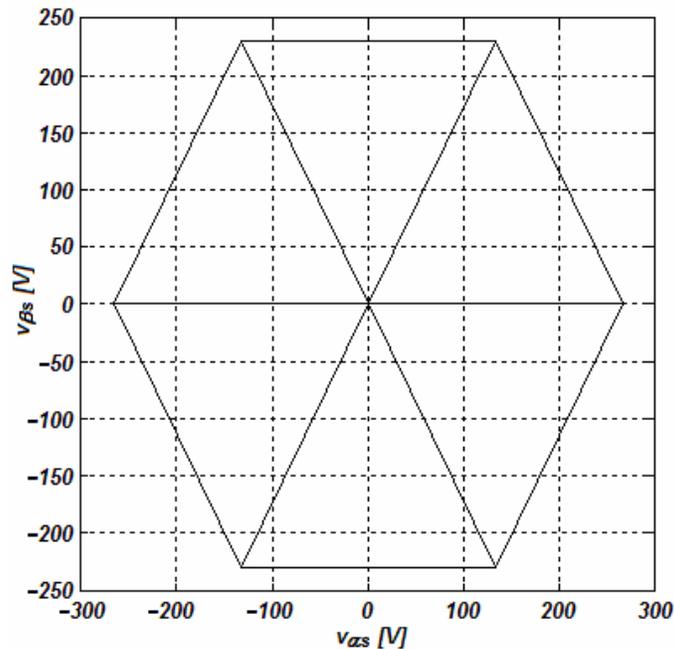
**Figura 4.13.** Desempeño del controlador ICD ante variaciones en el par de carga: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $d$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.14.** Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en el par de carga: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.15.** Desempeño del VSI SV-PWM ante variaciones en el par de carga: primer componente modulado del voltaje del estator trifásico



**Figura 4.16.** Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en el par de carga

La figura 4.14 ilustra el desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en el par externo de carga. La estimación de los flujos es la adecuada, resultando en señales senoidales como se muestra en las figuras 4.14(a) y 4.14(b). Esto lo refleja claramente la trayectoria del vector de flujo del rotor en la figura 4.14(c), la cual es una circunferencia perfecta. Consecuentemente, el ángulo del campo del rotor tiene una forma “diente de sierra” a todo momento, como se muestra en la figura 4.14(d). Lo anterior se traduce en una adecuada operación del observador de orden reducido ante variaciones en la carga.

Las figuras 4.15 y 4.16 muestran el desempeño del VSI ante variaciones en el par externo de carga. A partir de la figura 4.15 se puede observar el voltaje modulado de una de las fases del estator a la salida del VSI. La figura 4.16 permite afirmar que el control de los estados de conmutación del inversor ante variaciones en la carga es el

adecuado (y esto es normal, dado que la generación de los vectores de voltaje en un inversor ideal no depende de la carga del inversor [76]).

Evaluando el comportamiento de los componentes que forman parte del esquema de control, puede concluirse que el desempeño del motor ante variaciones en la carga es satisfactorio: los controladores hacen que el motor “vea” las variaciones del par externo de carga como perturbaciones prácticamente imperceptibles.

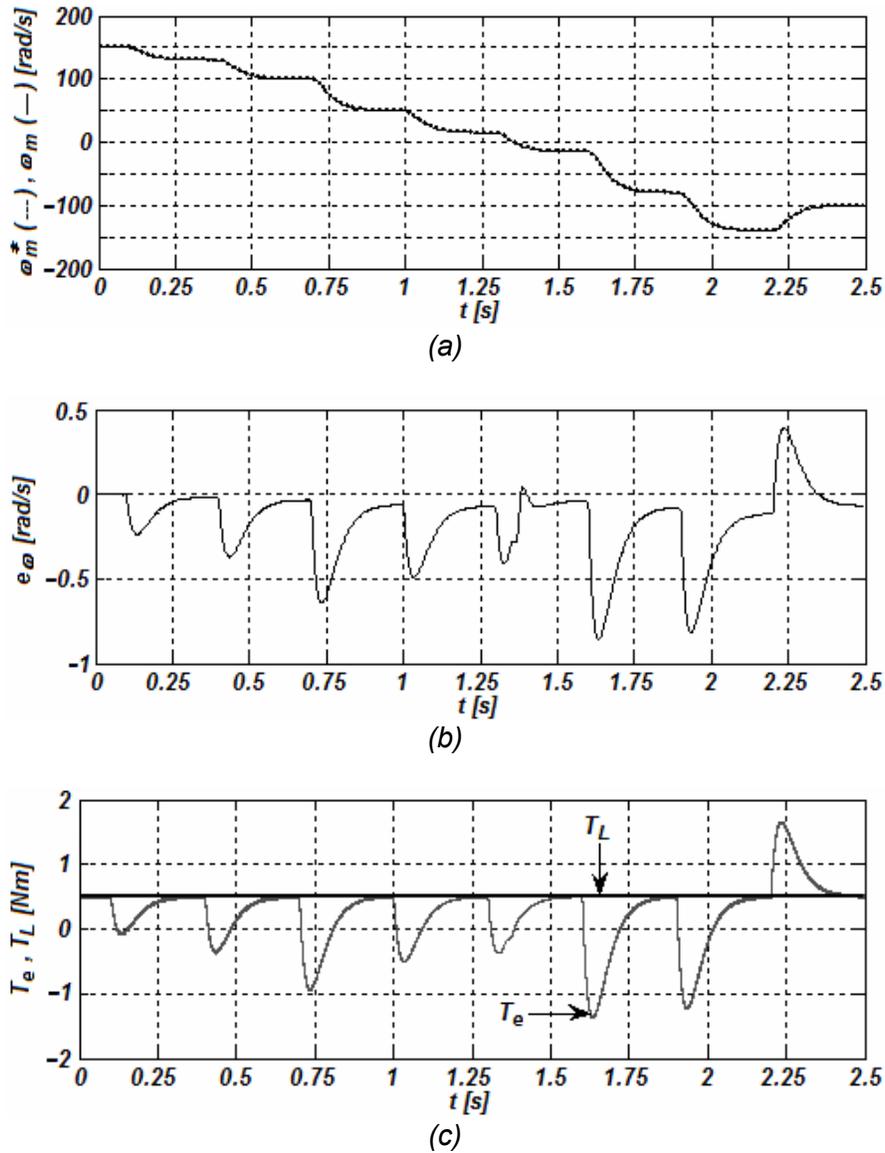
#### 4.2.4. Desempeño ante Variaciones en la Velocidad de Referencia del Rotor

La siguiente simulación tiene la finalidad de evaluar el desempeño del sistema de control ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor. Es importante mencionar que el esquema propuesto funciona en la zona de operación en la cual el motor de inducción requiere de una acción de reversa o cambio de giro. Los resultados se muestran en las figuras 4.17 a 4.21. La simulación parte de una condición a una carga constante de  $T_L = 0.5 \text{ Nm}$  a una velocidad en el rotor de  $\omega_m = 150 \text{ rad/s}$ . El tiempo de duración de la simulación es de 2.5 s.

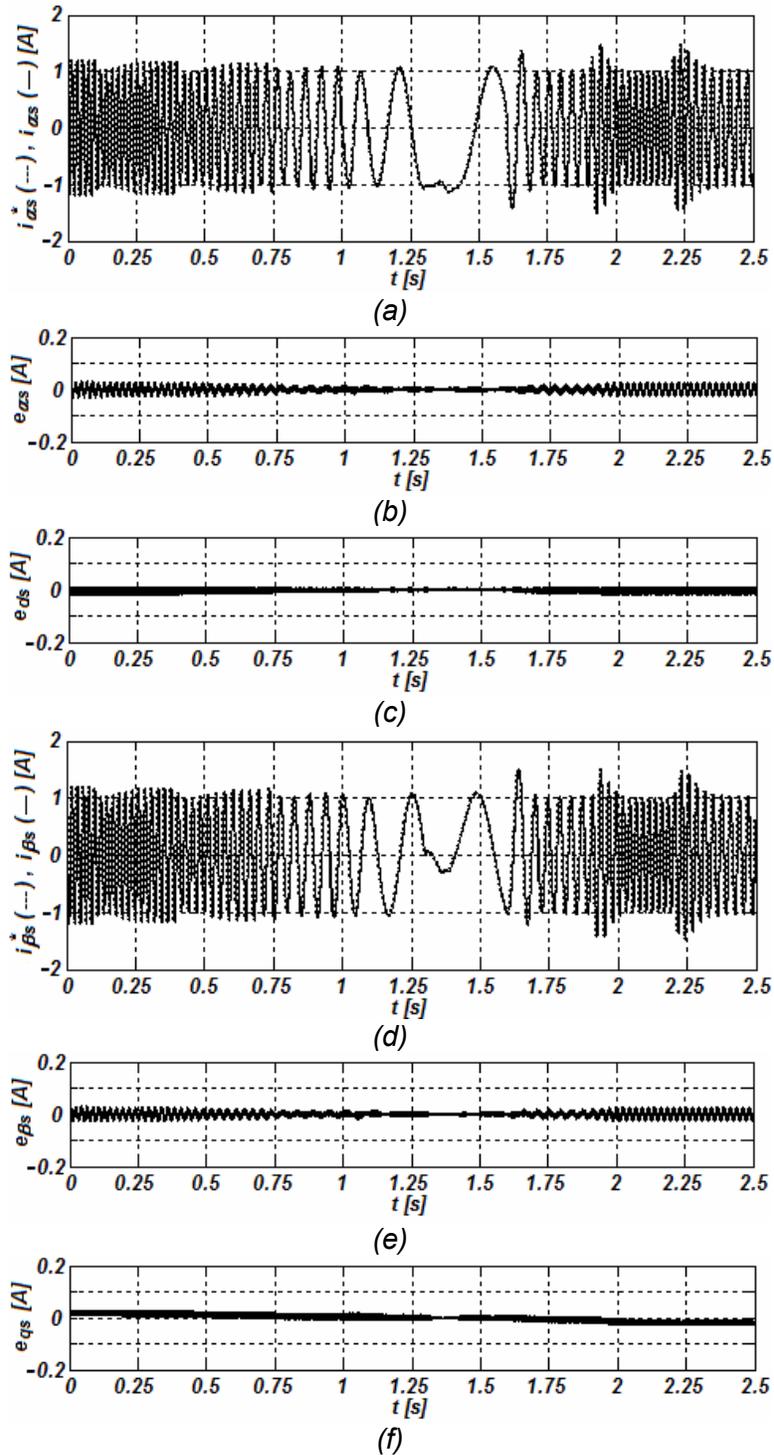
En la figura 4.17 es posible observar el comportamiento del subsistema mecánico ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor. La figura 4.17(a) muestra la velocidad de referencia del rotor y la velocidad desarrollada en el rotor; la señal de error de velocidad en el rotor se observan en la figura 4.17(b); finalmente, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado se ilustran en la figura 4.17(c). A todo momento el par de carga es constante. La referencia es reducida gradualmente desde  $\omega_m = 150 \text{ rad/s}$  a los siguientes valores:  $130 \text{ rad/s}$ ,  $100 \text{ rad/s}$ ,  $50 \text{ rad/s}$  y  $15 \text{ rad/s}$ . Posteriormente se realiza un cambio de giro, pasando a un valor de referencia de  $-15 \text{ rad/s}$ . Después la referencia se disminuye hasta  $-80 \text{ rad/s}$  y  $-140 \text{ rad/s}$ . Finalmente la referencia se incrementa a  $-100 \text{ rad/s}$ . Nótese que cada cambio de referencia en la velocidad se hace una vez que la velocidad desarrollada por el rotor está llegando a estado estacionario (en el que el error de velocidad empieza a acercarse a cero). Como puede apreciarse, el controlador de velocidad funciona satisfactoriamente dado que es capaz de lograr un seguimiento adecuado de la velocidad de referencia. La señal de par electromagnético desarrollado es coherente con la acción de control requerida: si se demanda una disminución en la velocidad, el par electromagnético tiende a tomar valores menores al de carga para generar un par de aceleración negativo hasta que el error de velocidad tiende a ser cero (momento en el cual  $T_e = T_L$ ) y viceversa. El momento de más *estrés* para el sistema puede notarse justo en el momento del cambio de giro en la flecha: si bien la transición de la señal de velocidad es suave, el par electromagnético desarrollado presenta un ligero salto que se refleja en la señal de error de velocidad. Sin embargo, tal transitorio es sumamente corto.

En la figura 4.18 se observa el desempeño del controlador ICD. Las señales de corriente en el estator siguen perfectamente a la referencia a la entrada del controlador del subsistema eléctrico independientemente de la velocidad de referencia del rotor como lo muestran las figuras 4.18(a) y 4.18(d). Similarmente a las simulaciones anteriores, las señales de error son pequeñas, como se observa en las figuras 4.18(b), 4.18(c), 4.18(e) y 4.18(f). Esto comprueba algunas afirmaciones realizadas previamente:

las dinámicas del subsistema eléctrico en lazo cerrado al utilizar el controlador ICD son prácticamente lineales ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor (Capítulo 3); y que la estructura dinámica del sistema es preservada a cualquier velocidad del rotor (Capítulo 2). En las señales puede notarse claramente el momento en el que se demanda el cambio de giro del rotor.



**Figura 4.17.** Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



**Figura 4.18.** Desempeño del controlador ICD ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $d$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente de estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .

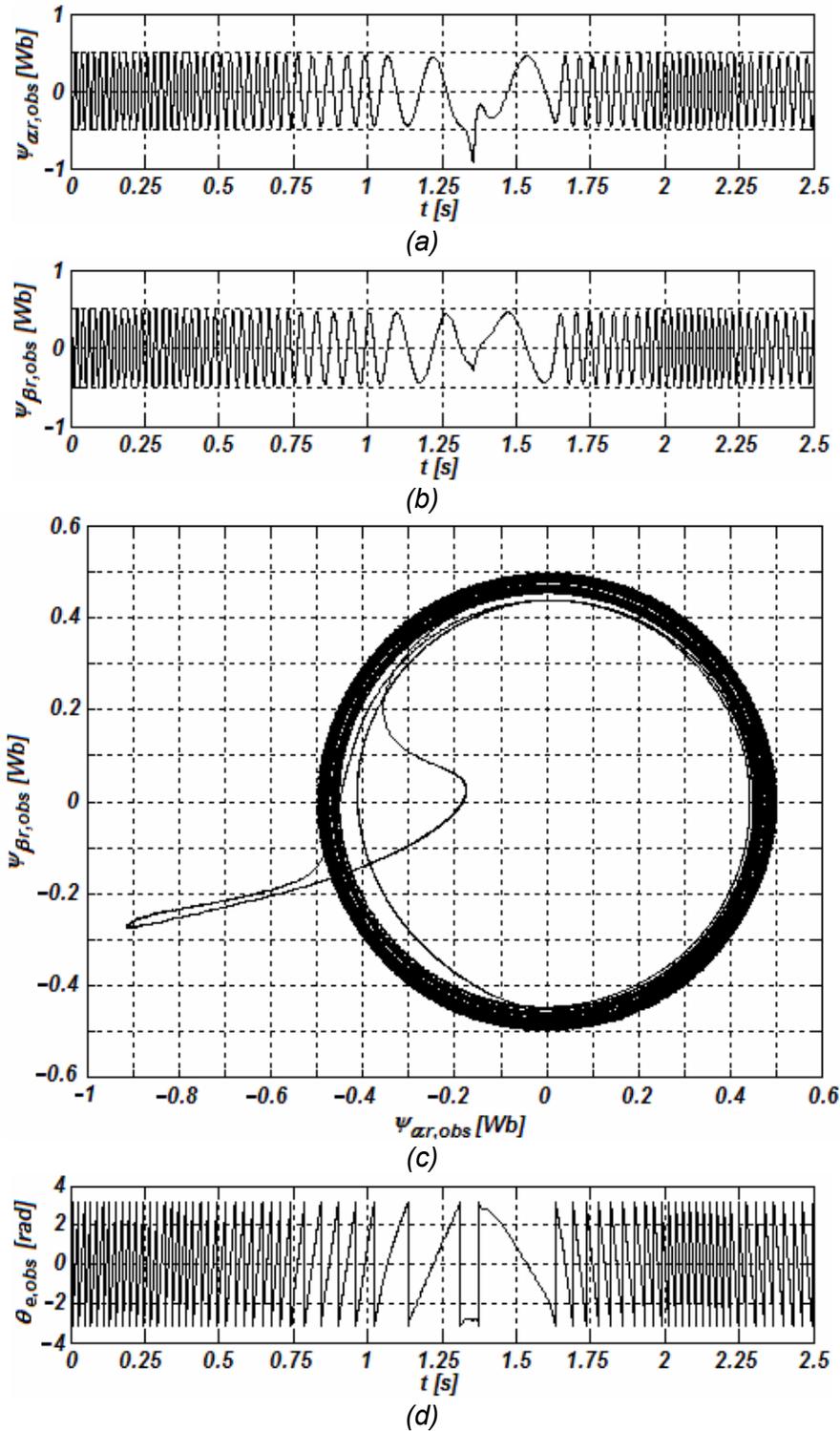
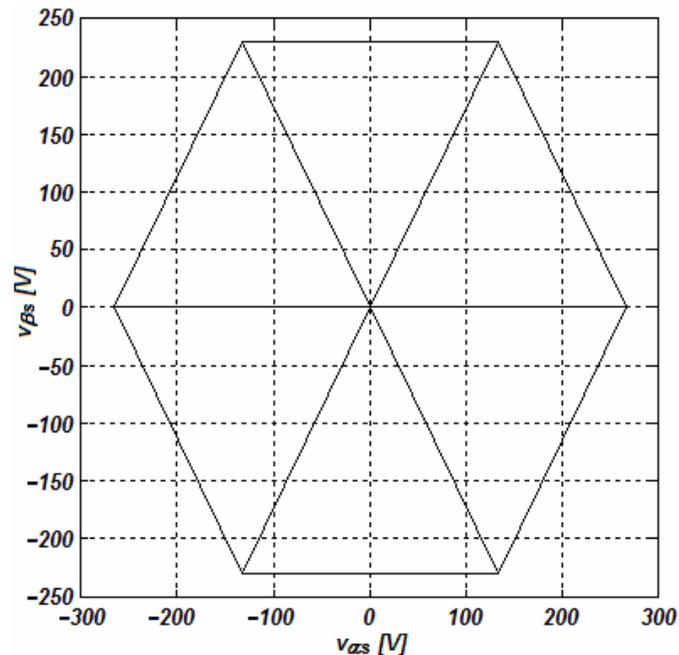


Figura 4.19. Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.20.** Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor

La figura 4.19 ilustra el desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor. En realidad, el único momento en el que existe un problema en la estimación de los flujos magnéticos del rotor es justamente en el cambio de giro del motor, como se muestra en las señales de flujo de las figuras 4.19(a) y 4.19(b). Lo anterior afecta directamente a la trayectoria del vector de flujo del rotor, que deja de ser describir una circunferencia perfecta, como se observa en la figura 4.19(c). Esto a su vez tiene consecuencias en el ángulo del campo del rotor de la figura 4.19(d), que presenta un ligero borde. Sin embargo, el transitorio es muy rápido y el observador comienza a estimar de forma adecuada casi inmediatamente y la trayectoria del vector vuelve a ser circular. El problema en el cambio de giro se refleja en el comportamiento de las señales de corriente (puede observarse un borde tanto en las corrientes de referencia de estator como en las de salida de la figura 4.18(a) y 4.18(b)). Esto a su vez se tiene consecuencias en la señal del par electromagnético y de error de velocidad, tal y como se describió previamente. Fuera del problema en el momento del cambio de giro la estimación de los flujos es satisfactoria, arrojando señales senoidales que se traducen en una adecuada generación del ángulo del campo del rotor.

La figura 4.20 muestra el desempeño del VSI ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor. Nuevamente, el control de los estados de conmutación del inversor ante variaciones en la velocidad es el adecuado. Por cuestiones de espacio, los voltajes modulados de las fases del estator a la salida del VSI no se incluyen en esta y/o en las próximas simulaciones. El comportamiento del inversor será similar, pues en las simulaciones se hace uso de un dispositivo idealizado.

A partir del comportamiento de los diferentes componentes del esquema de control propuesto, es posible concluir que el desempeño del motor ante variaciones en la velocidad de referencia es satisfactorio. De hecho, el sistema de control es capaz de garantizar un seguimiento adecuado de las referencias de velocidad tanto positivas como negativas. El único problema que se observa es precisamente en el momento del cambio de giro, en el cual el estimador de los flujos magnéticos del rotor presenta un error pequeño. Lo anterior se ve traducido en un transitorio muy breve antes de que el esquema funcione de nuevo en una forma adecuada.

El hecho de haber realizado el cambio de giro en la simulación radica en que existen ocasiones en las que se demanda que el giro del rotor sea en sentido reversible, como en los sistemas de tracción. Otro caso puede darse cuando por alguna razón se atasca la flecha del rotor y es necesario lograr su recuperación a través de la acción de giro inverso [107].

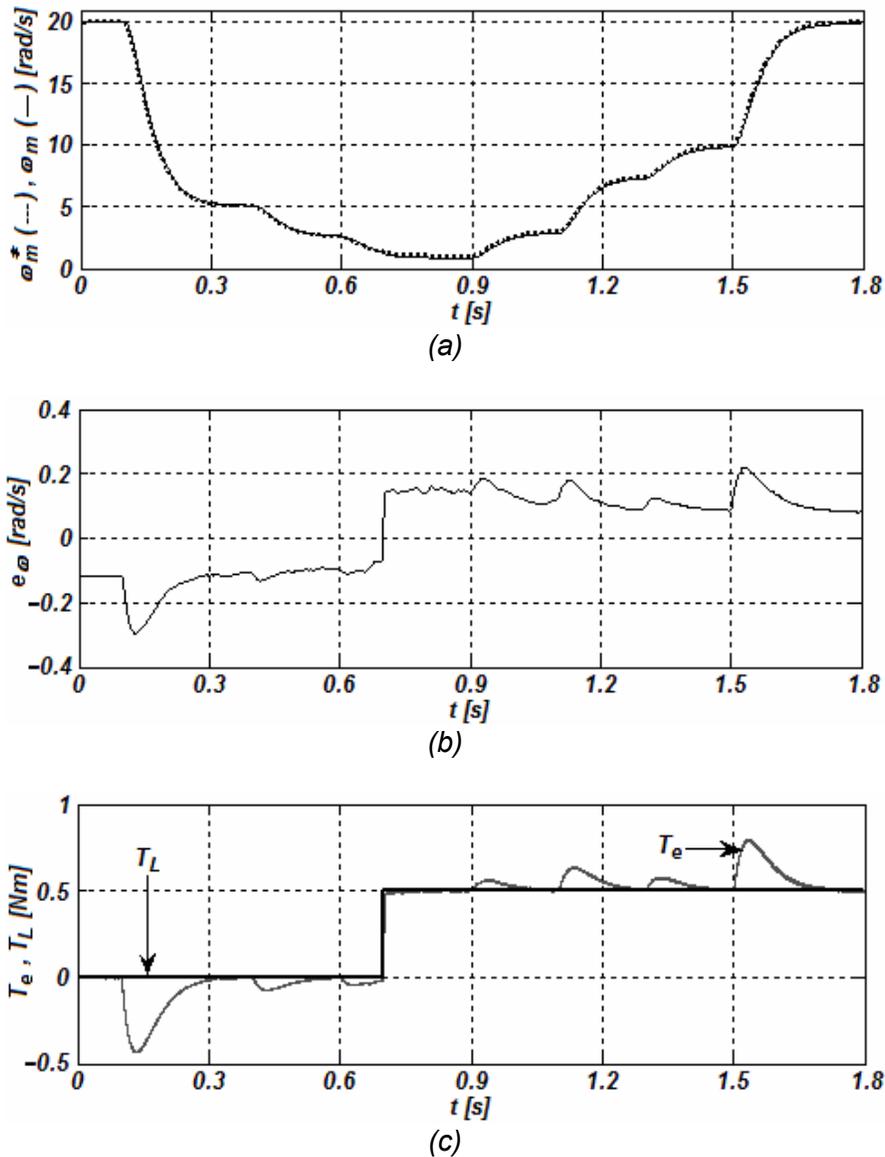
#### 4.2.5. Desempeño a Bajas Velocidades

Como complemento de la simulación anterior, en esta prueba se evalúa el desempeño de la estrategia de control a bajas velocidades. En la literatura se han reportado numerosos problemas en la operación del motor en estas condiciones de operación tanto en accionamientos eléctricos tipo FOC [38] como DTC [30,107]. Por tal motivo resulta necesario analizar el desempeño del esquema de control propuesto a bajas velocidades. La operación es llevada a velocidades reducidas y se introduce un par de carga para estudiar el comportamiento de los lazos de control y del observador.

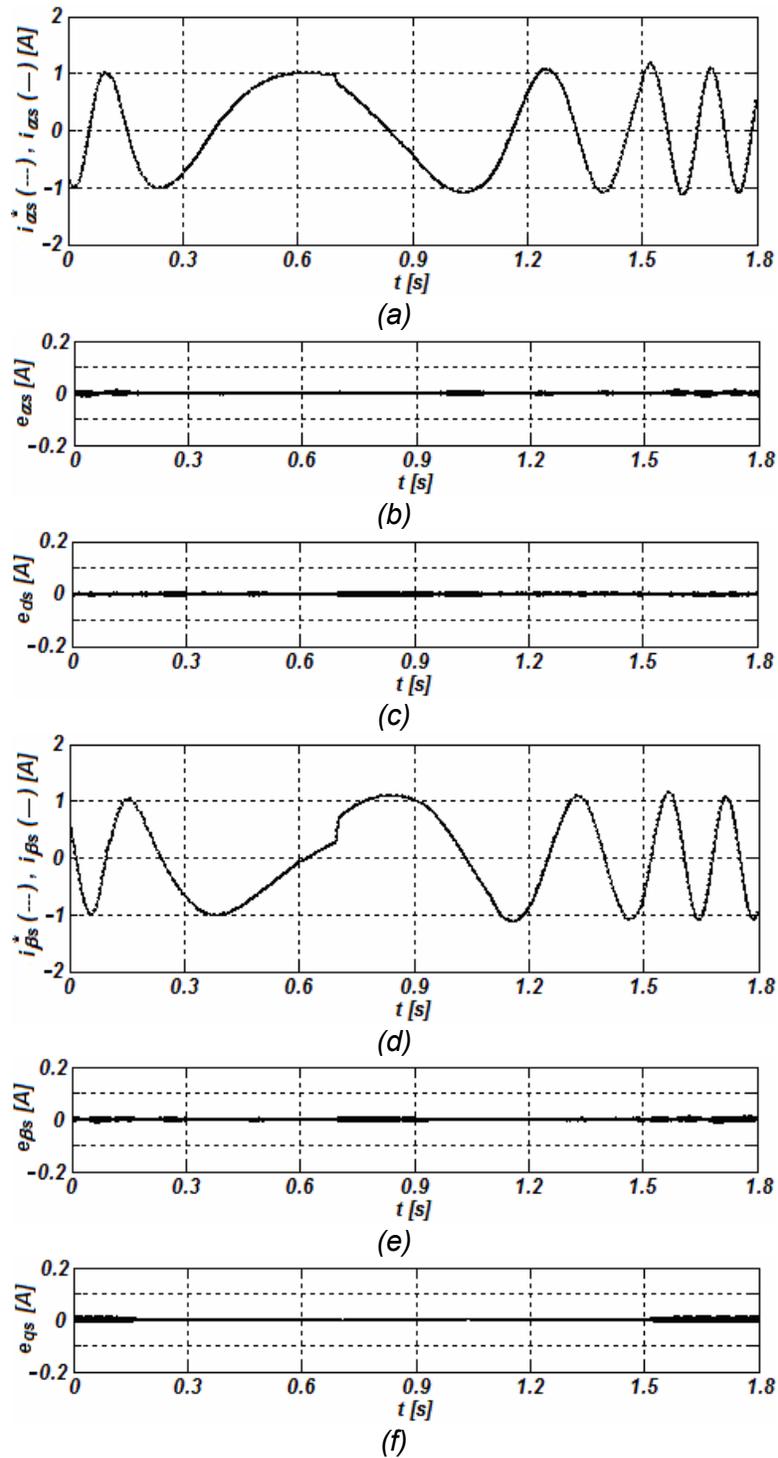
Los resultados obtenidos de la simulación se muestran en las figuras 4.21 a 4.24. Se parte de una condición sin carga,  $T_L = 0 \text{ Nm}$ , a una velocidad en el rotor de  $\omega_m = 20 \text{ rad/s}$ . Posteriormente, la señal de referencia de velocidad disminuye en pequeños pasos a  $5 \text{ rad/s}$ ,  $2.5 \text{ rad/s}$ ,  $1 \text{ rad/s}$  y finalmente se vuelve a incrementar a  $3 \text{ rad/s}$ ,  $7.5 \text{ rad/s}$ ,  $10 \text{ rad/s}$  y  $20 \text{ rad/s}$ . Cuando la referencia de velocidad se encuentra a  $\omega_m = 1 \text{ rad/s}$  se introduce un par de carga de  $T_L = 0.5 \text{ Nm}$ , justo cuando el tiempo de simulación es de  $0.7 \text{ s}$ . La duración total de la prueba es de  $1.8 \text{ s}$ .

En la figura 4.21 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado a condiciones de bajas velocidades. Como se mencionó previamente, se parte de una condición en vacío a  $\omega_m = 20 \text{ rad/s}$ . Durante el transcurso de la simulación el controlador proporciona un seguimiento adecuado de la velocidad de referencia, como se muestra en la figura 4.21(a), excepto al momento en que la velocidad es de  $\omega_m = 1 \text{ rad/s}$  y entra la carga externa. En ese momento el error se vuelve un tanto oscilatorio y aparentemente no disminuye en magnitud, como se observa en la figura 4.21(b). Como puede notarse, al incrementar el valor de la referencia la respuesta arrojada por el controlador de velocidad vuelve a mejorar. Toda la discusión anterior se refleja en la señal de par electromagnético de la figura 4.21(c): a pesar de que el par desarrollado es capaz de igualar al de carga, el comportamiento presenta pequeñas oscilaciones cuando la velocidad es muy pequeña y existe la presencia de un par de carga.

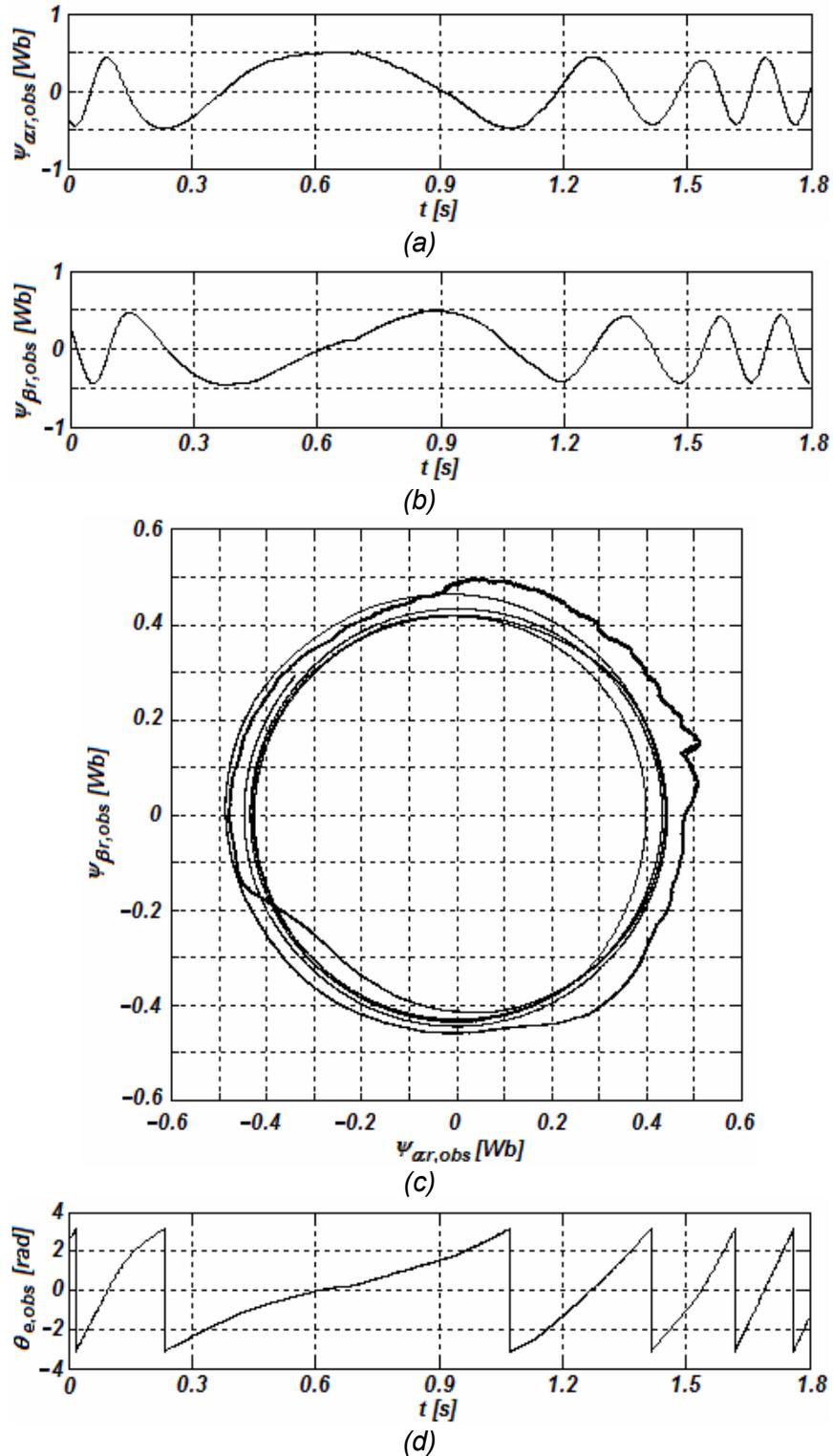
En la figura 4.22 se observa el desempeño del controlador ICD. Como lo muestran las figuras 4.22(a) y 4.22(d), el comportamiento del controlador es satisfactorio, pues reproduce las señales de referencia con todas sus características. Esto se refleja en las señales de error: independientemente de que se encuentren en coordenadas estacionarias o síncronas, el error de corriente es pequeño, como lo muestran las figuras 4.22(b), 4.22(c), 4.22(e) y 4.22(f).



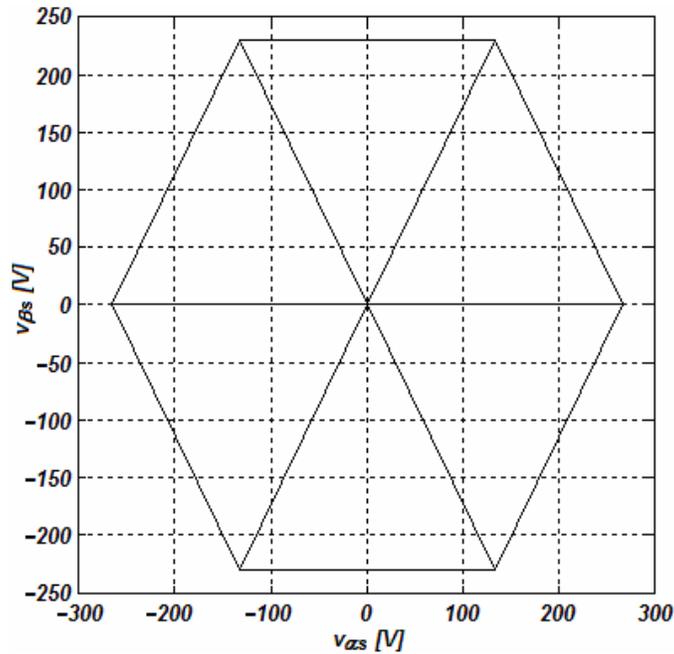
**Figura 4.21.** Desempeño del controlador de velocidad a bajas velocidades del rotor: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



**Figura 4.22.** Desempeño del controlador ICD a bajas velocidades del rotor: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $d$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.23.** Desempeño del observador de orden reducido a bajas velocidades del rotor: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.24.** Trayectoria del vector de voltaje del estator a bajas velocidades del rotor

En la figura 4.23 se ilustra el desempeño del observador de orden reducido a muy bajas velocidades en la referencia del rotor. En realidad las señales son senoidales, pero a diferencia de otras condiciones de operación, éstas no son perfectas, como se ve en las figuras 4.23(a) y 4.23(b). Puede notarse que presentan pequeñas oscilaciones montadas sobre la señal, sobre todo cuando la velocidad es de  $1 \text{ rad/s}$ . Lo anterior se refleja en la trayectoria del vector de flujo del rotor de la figura 4.24(c). Las pequeñas variaciones ocasionan que la trayectoria del vector estimado no describa una circunferencia perfecta, aunque ésta oscila alrededor de un círculo con radio constante. Asimismo, esto ocasiona que la generación del ángulo del campo del rotor también presente pequeñas variaciones, que aunque son minúsculas, ocasionan las características indeseables en el par electromagnético y la velocidad del rotor cuando la velocidad es demasiado pequeña. Sin embargo, la estimación mejora cuando la velocidad de referencia del rotor es aproximadamente  $\omega_m = 2 \text{ rad/s}$ .

La figura 4.24 muestra el desempeño del VSI a bajas velocidades. Esta etapa del esquema funciona adecuadamente: el control de los estados de conmutación del inversor es el apropiado.

Evaluando el comportamiento de los componentes que forman parte del esquema de control, podría decirse que el desempeño del motor a bajas velocidades es adecuado a partir de referencias de  $\omega_m = 2 \text{ rad/s}$  y superiores. Cuando son menores, el estimador de los flujos del rotor no tiene el mejor funcionamiento posible. Esto se traduce en pequeñas oscilaciones en las señales de flujo estimado y en las corrientes de referencia. El controlador de velocidad tampoco es capaz de proporcionar la ganancia adecuada en estas condiciones por lo que la señal de error no disminuye en magnitud. Sin embargo, el funcionamiento del controlador ICD del subsistema eléctrico

sigue siendo satisfactorio: prácticamente es capaz de seguir cualquier tipo de referencia independientemente de que ésta sea la más apropiada o no.

No obstante, a pesar de que lo anterior puede ser en apariencia aceptable, la simulación previa contiene elementos idealizados, por lo que no es posible garantizar un perfecto desempeño a bajas velocidades. En principio, se tiene un inversor ideal que no incorpora no linealidades como “*tiempos muertos*” o caídas de voltajes en los dispositivos semiconductores. Dicho de otra forma, el inversor utilizado realiza conmutaciones idealmente. La presencia del tiempo muerto ocasiona distorsión en el voltaje de salida y reduce su magnitud. Esto se hace crítico a una frecuencia fundamental pequeña [8]. Otro problema es la presencia de desplazamientos (*offsets*) y de ganancias no balanceadas en los sensores de corriente. El *offset* ocasiona rizado en las señales, mientras que las ganancias no balanceadas causan trayectorias de corriente elípticas en lugar de circulares. La influencia de estos efectos se hace crítica a bajas velocidades [38]. Por todo lo anterior resulta necesario hacer una investigación más exhaustiva que considere los problemas anteriores.

Hasta el momento, en todas las simulaciones previas se ha realizado un tratamiento idealizado de las señales; es decir, todas las mediciones han sido libres de ruido. La siguiente simulación considera este apartado.

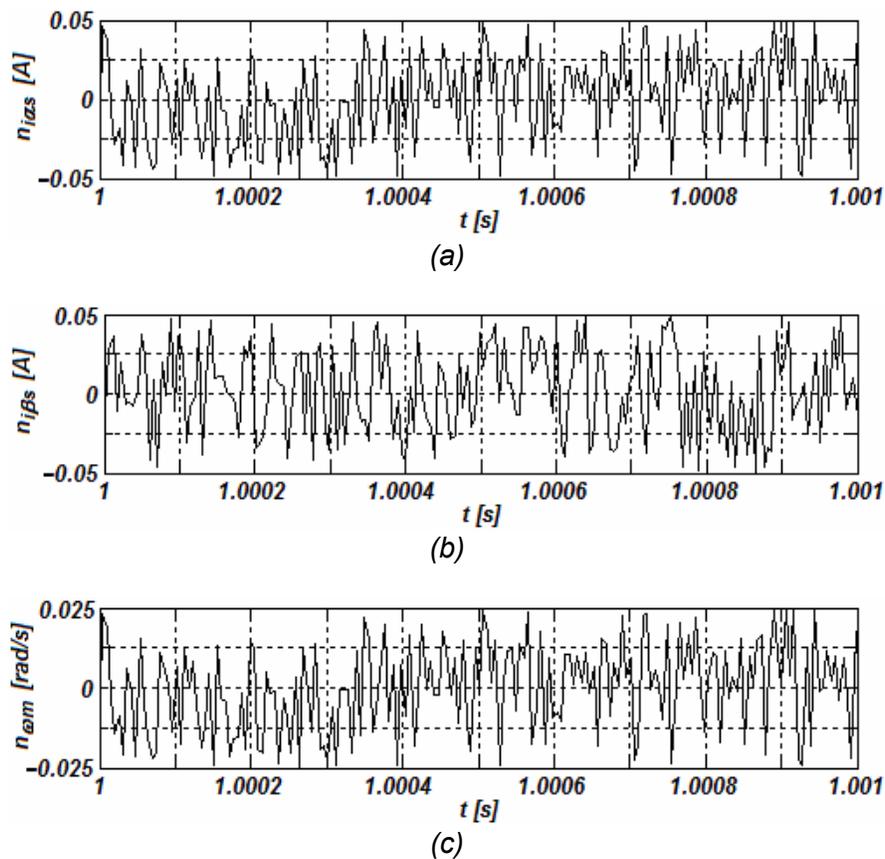
#### 4.2.6. Desempeño considerando Ruido en las Mediciones

Las simulaciones previas han permitido evaluar diferentes aspectos en la operación del motor de inducción. Resulta interesante investigar el desempeño del sistema de control considerando el efecto del ruido presente en las mediciones y contrastar los resultados contra los hallados en las simulaciones anteriores. En la práctica, el esquema requiere la medición de las corrientes del estator y de la velocidad del rotor. Por lo tanto, es necesario incorporar sensores de corriente y un sensor de velocidad, los cuales pueden añadir ruido a las señales. La presente simulación considera esto.

El desempeño del sistema de control bajo diferentes condiciones de operación ante la presencia de ruido en las mediciones se muestra en las figuras 4.25 a 4.29. La simulación considera un arranque sin carga como el realizado previamente. Sin embargo, la referencia de velocidad demandada es de  $\omega_m = 100 \text{ rad/s}$ . Posteriormente se realizan cambios en el par externo de carga y en la referencia de velocidad del rotor, llevando la operación hasta regiones de baja velocidad. La simulación dura 2 s.

La figura 4.25 muestra las señales de ruido en las mediciones. Primeramente, la figura 4.25(a) muestra el ruido en la medición de la señal de velocidad. De forma similar, las figuras 4.25(b) y 4.25(c) ilustran el ruido en las mediciones de las señales de corriente del estator. Las señales de ruido son elaboradas utilizando un generador de números aleatorios acotados de acuerdo a un límite superior y uno inferior. Éstos son  $0.05 \text{ A}$  y  $-0.05 \text{ A}$  (ruido en las corrientes) y  $0.025 \text{ rad/s}$  y  $-0.025 \text{ rad/s}$  (ruido en la velocidad). Tales señales son sumadas a las obtenidas de las terminales del estator y de la flecha del rotor para simular el efecto del ruido de medición por los sensores. En el Apéndice D se muestran con mayor detalle las estructuras que permiten simular la acción del ruido.

En la figura 4.26 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado ante la presencia de ruido en las mediciones de las señales retroalimentadas. El desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues la velocidad del rotor llega a la referencia establecida tanto en el arranque como ante cambios demandados en la operación, como lo muestra la figura 4.26(a). El arranque con la presencia de ruido presenta el mismo problema que sin ruido: el par electromagnético tiene un transitorio un poco indeseable en un inicio. El error de velocidad es pequeño pero con rizado, como lo muestra la figura 4.26(b). El desempeño cuando se demanda una velocidad baja es adecuado (la referencia fue llevada a 2  $rad/s$ ). El desempeño brindado por el controlador de velocidad es el adecuado ante las variaciones en el par de carga mostradas en la figura 4.26(c). En realidad, la diferencia más clara en comparación con las simulaciones previas que no presentan ruido en las mediciones es que las señales poseen un mayor rizado.



**Figura 4.25.** Ruido de medición en la (a) corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) corriente del estator, eje- $\beta$ ; (c) velocidad del rotor

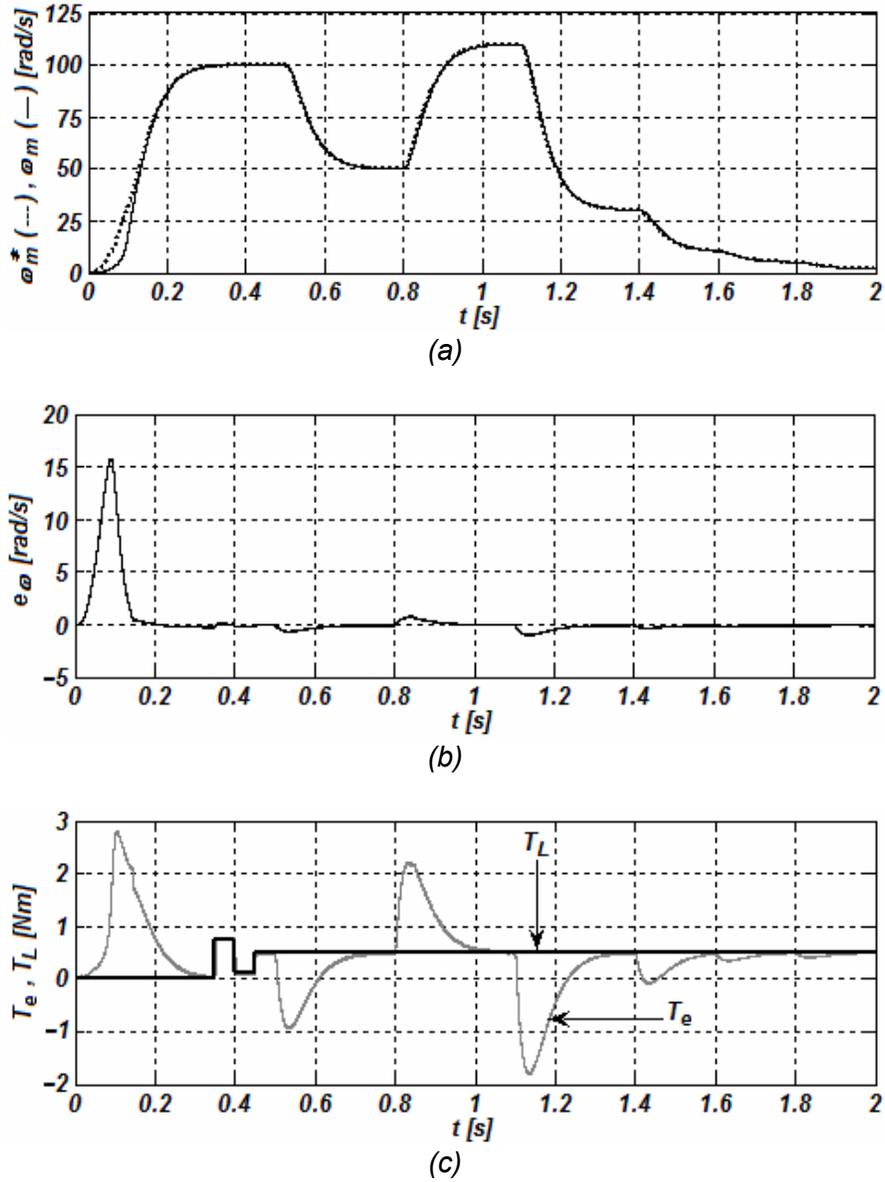


Figura 4.26. Desempeño del controlador de velocidad considerando ruido en las mediciones: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga

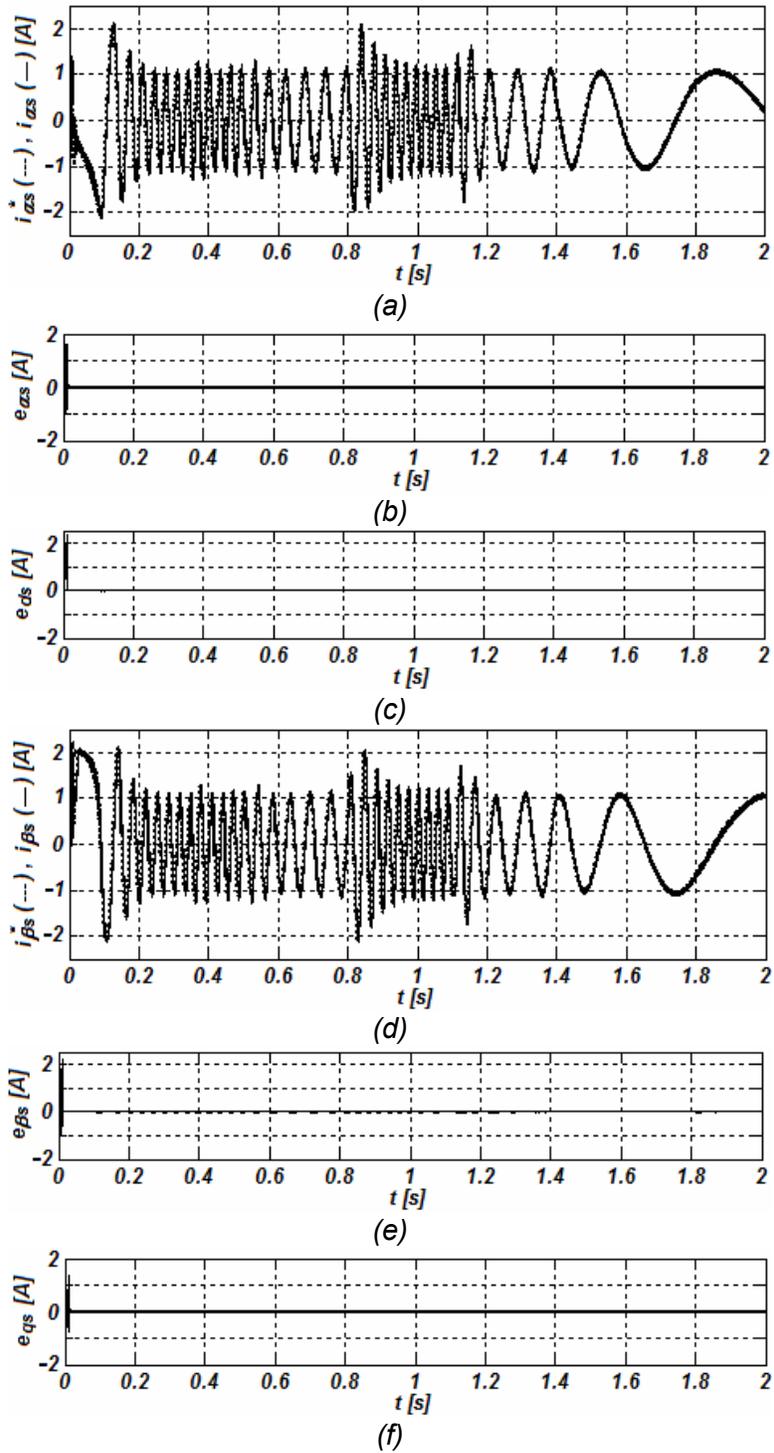
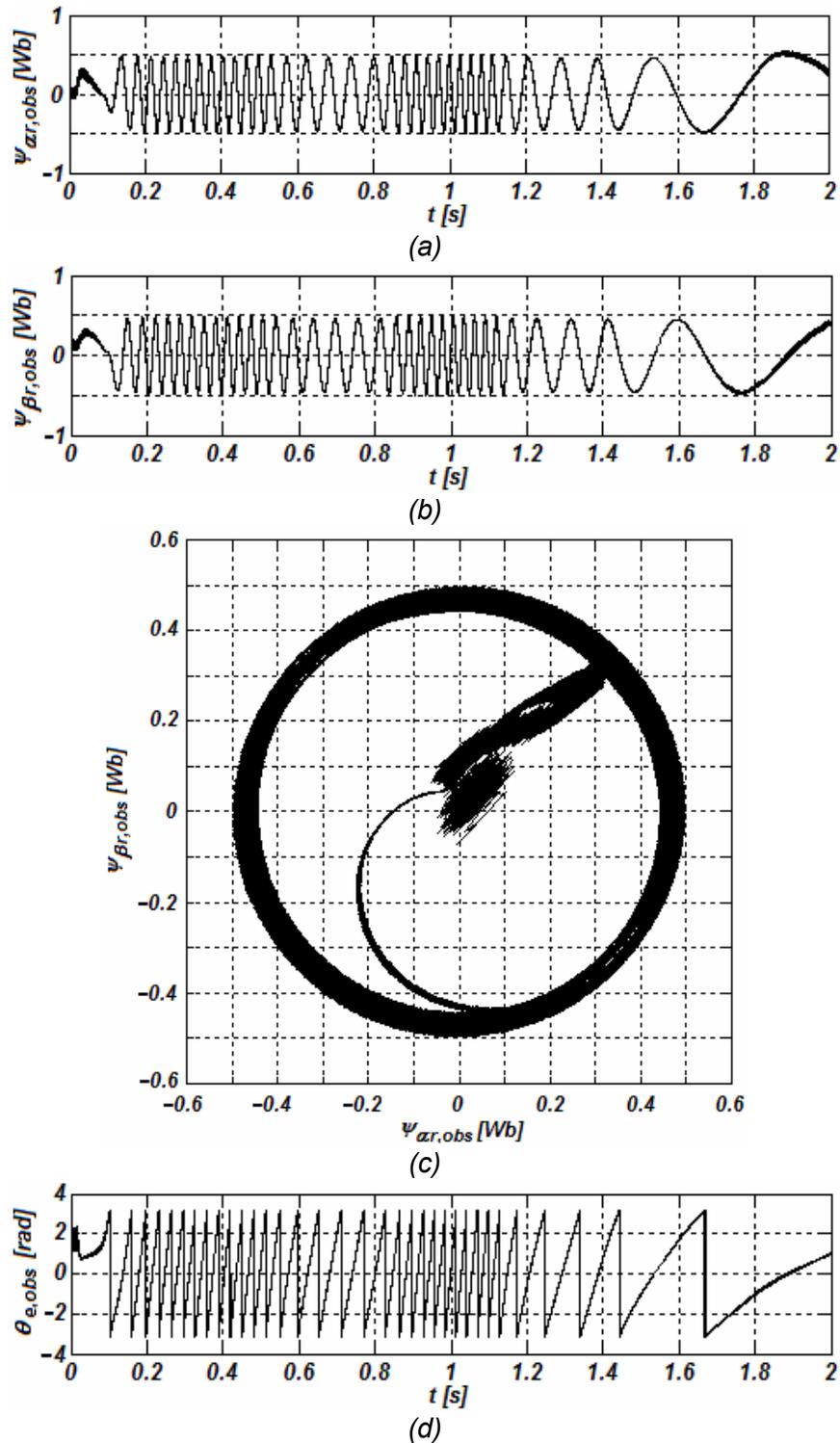
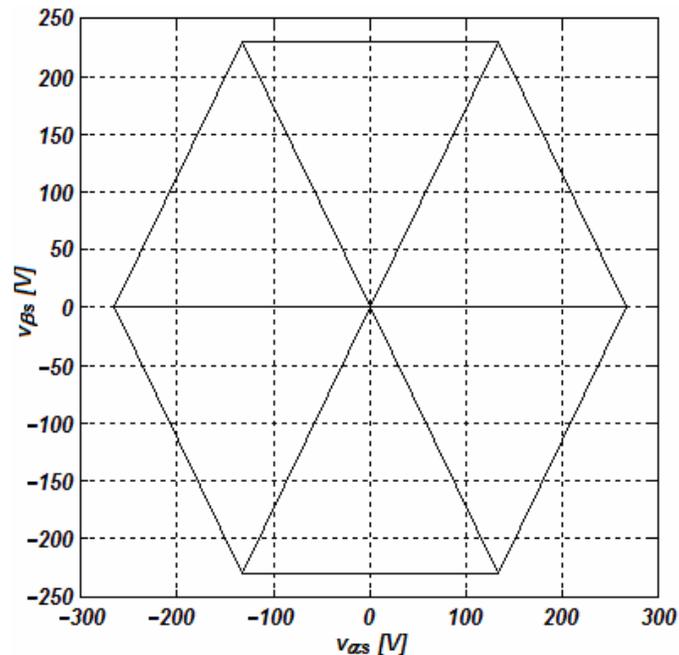


Figura 4.27. Desempeño del controlador ICD considerando ruido en las mediciones: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $d$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.28.** Desempeño del observador de orden reducido considerando ruido en las mediciones: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.29.** Trayectoria del vector de voltaje del estator considerando ruido en las mediciones

En la figura 4.27 es posible observar el desempeño del controlador ICD. Independientemente de la presencia de ruido en las mediciones, el controlador es capaz de proporcionar un seguimiento adecuado de las referencias, como lo muestran las corrientes de referencia y del estator de las figuras 4.27(a) y 4.27(d). La diferencia más significativa es el rizado presente en las señales por la adición del ruido. De la misma manera que en simulaciones previas, las señales de error son pequeñas independientemente del marco de referencia en el que se estudien, como lo muestran las figuras 4.27(b), 4.27(c), 4.27(e) y 4.27(f). De esta forma, es posible concluir que el controlador del subsistema eléctrico actúa satisfactoriamente ante la adición de ruido aleatorio en las mediciones. Esto resulta consistente con la explicación realizada previamente en el Capítulo 3. Debido a las características de los canales en lazo cerrado y de las funciones  $h_i(s)$ , en particular por su pendiente de caída, el ruido y otras dinámicas de alta frecuencia no modeladas son filtradas adecuadamente, como era de esperarse.

La figura 4.28 ilustra el desempeño del observador de orden reducido bajo diferentes condiciones de operación y ante la presencia de ruido en las mediciones de las corrientes del estator y de la velocidad del rotor. Como puede notarse en las figuras 4.28(a) y 4.28(b), el desempeño es muy similar al obtenido en los resultados de las simulaciones anteriores que no consideraban el ruido. Los flujos estimados son senoidales, aunque presentan un rizado que no era encontrado en las simulaciones previas. Esto se refleja en la trayectoria del vector del flujo del rotor de la figura 4.28(c). El arranque muestra un comportamiento similar al arranque sin ruido y la trayectoria tiende a ser circular y de radio constante, aunque la circunferencia es más "gruesa". De hecho, ante variaciones en la carga y de la velocidad de referencia se sigue teniendo

una circunferencia con radio constante. De la misma manera, el ángulo del campo del rotor, mostrado en la figura 4.28(d) presenta un comportamiento similar al de las simulaciones previas, aunque la señal es un poco más gruesa por el efecto del rizado presente en los flujos estimados. Nótese que cuando la velocidad es muy baja, las señales estimadas de flujo magnético presentan mayor cantidad de rizado que durante otras condiciones de operación.

En la figura 4.29 se muestra el desempeño del VSI. Al observar la trayectoria del vector de referencia de voltaje del estator se puede decir que el control de los estados de conmutación del inversor es apropiado: los cambios en la aplicación de los vectores de voltaje se realizan de manera consecutiva.

De acuerdo con los resultados anteriores, puede concluirse que el desempeño del esquema de control ante la presencia de ruido en las mediciones es el adecuado. Los resultados presentan las mismas características que sin la adición de ruido, aunque existe un mayor rizado a las señales. Sin embargo, los componentes del sistema de control siguen actuando de manera adecuada. El que el ruido presente en las señales no afecte demasiado el funcionamiento del esquema se explica a partir de las características de las estructuras de control de los subsistemas mecánico y eléctrico. Por las pendientes de caída de los lazos de control se asegura que el ruido a alta frecuencia sea filtrado satisfactoriamente. Adicionalmente, el haber asignado una ecuación característica al observador con polos relativamente pequeños evita distorsionar las señales de los flujos magnéticos del rotor estimado sin que el error tarde mucho en converger a cero.

#### 4.2.7. Desempeño en la Zona de Campo Debilitado

El debilitamiento de campo permite llevar la operación del motor a velocidades mayores a la síncrona al disminuir la magnitud del flujo en la máquina [8,9,44]. En la zona de par constante el flujo es constante. Como el lazo cerrado del subsistema eléctrico ha sido desacoplado con la acción de los controladores ICD, al disminuir la corriente  $i_{ds}^*$  se logra la disminución del valor del campo.

La figura 4.30 ilustra las diferentes zonas de operación del motor de inducción incluyendo la región de campo debilitado [8]. Las líneas continuas indican un modo de modulación PWM, mientras que las punteadas se refieren a un modo de operación en forma de onda cuadrada [8]. Para velocidades subsíncronas el valor del par y del flujo es constante y la potencia se incrementa con el aumento de velocidad [8,107]. Esta región es la de par constante. Una vez que la velocidad sobrepasa el valor de sincronismo se entra a la zona de potencia constante o de campo debilitado. En esta región, el flujo magnético disminuye conforme la velocidad aumenta. Es decir, el debilitamiento de campo produce potencia constante en la máquina sobre velocidades superiores a la síncrona [83]. Asimismo, el par disminuye para mantener la relación de potencia constante [8,107]. La característica para valores de velocidad negativos es exactamente la misma: una vez de que se llega a la velocidad síncrona (negativa), el flujo y el par empiezan a disminuir.

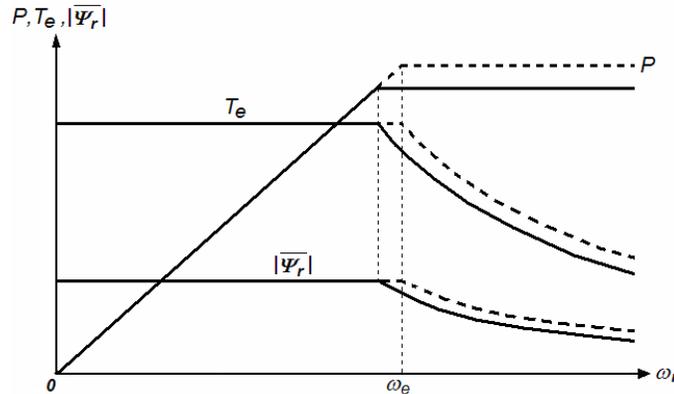


Figura 4.30. Zona de operación de campo debilitado

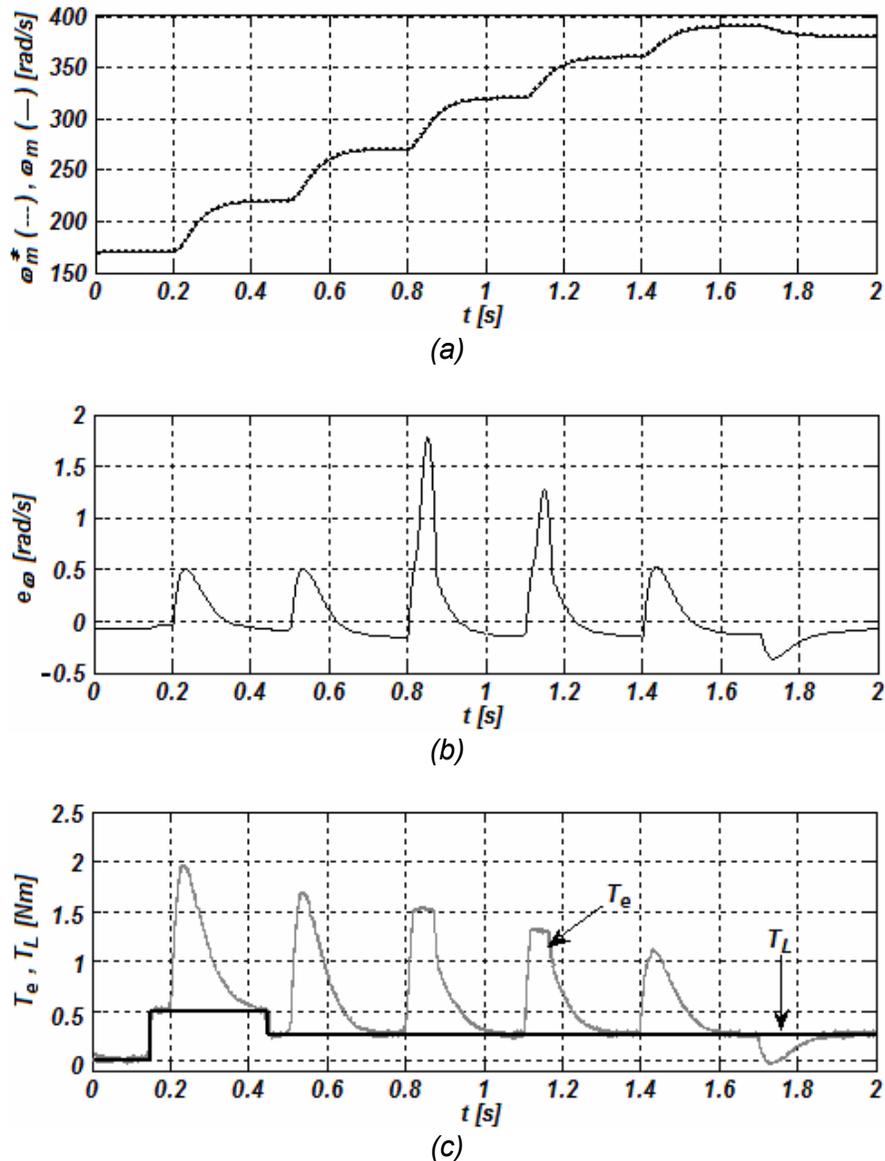
Para llevar a cabo la operación en la zona de campo debilitado se utiliza un procedimiento similar al descrito en [83]. Mediante una tabla programada en MATLAB®, a partir de la referencia de velocidad se calcula el valor requerido de corriente en el eje  $d$  (considerando que este canal controla el flujo magnético y está totalmente desacoplado mediante la acción de los controladores del subsistema eléctrico). Si la operación es a velocidades inferiores a la sincrónica este valor será el nominal (zona de operación de par constante) e irá disminuyendo para valores superiores a la velocidad sincrónica (zona de operación de campo debilitado). En el Apéndice D se encuentran más detalles de lo anterior, así como el listado del programa que permite el cálculo de la corriente requerida ante una referencia de velocidad dada.

El desempeño del sistema de control en la zona de campo debilitado se muestra en las figuras 4.31 a 4.35. Se parte de una condición en estado estacionario a  $\omega_m = 170 \text{ rad/s}$  y sin par de carga. Posteriormente se realizan cambios en el par externo de carga y en la referencia de velocidad del rotor, llevando la operación hasta velocidades mecánicas elevadas (hasta  $390 \text{ rad/s}$ ). El tiempo de simulación es de 2 s.

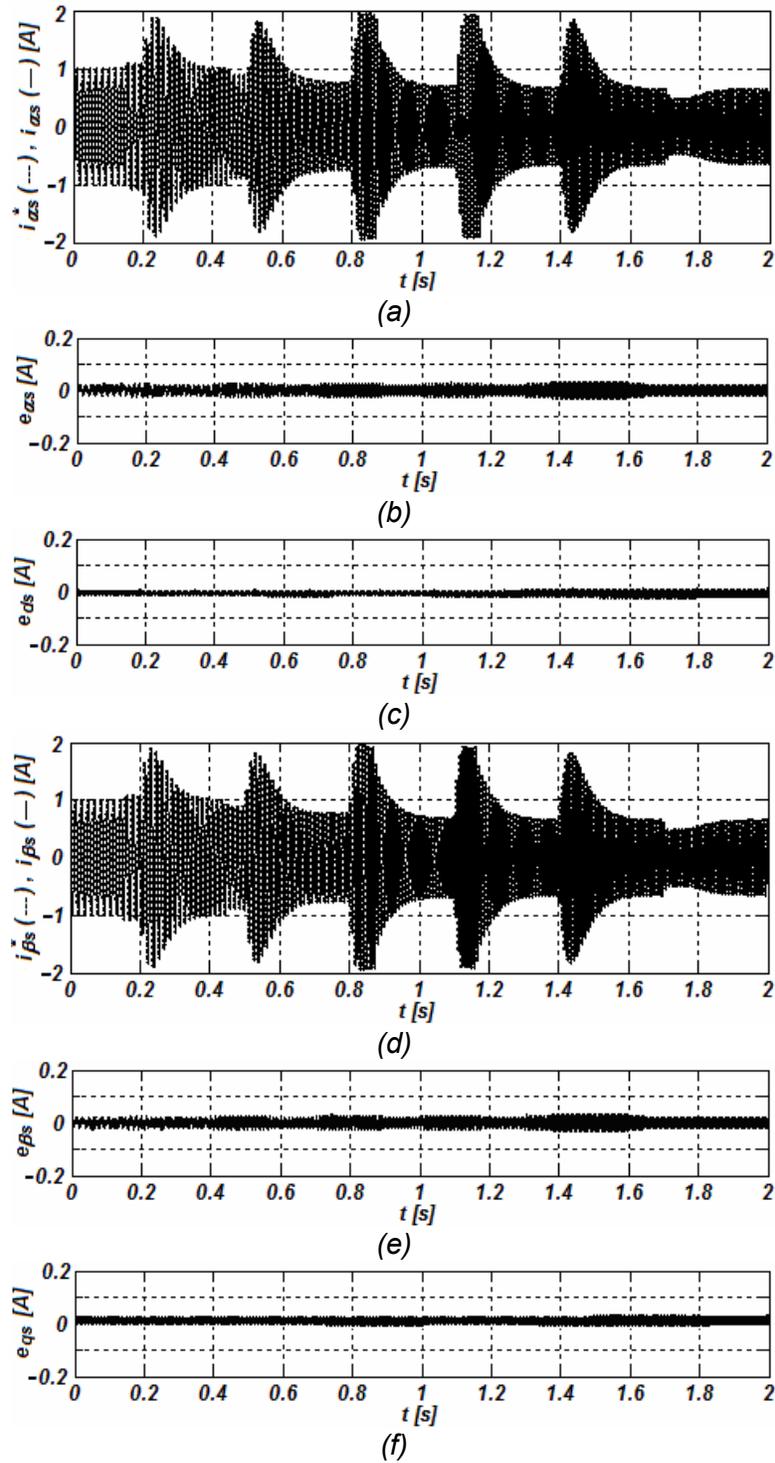
En la figura 4.31 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado en la zona de operación de campo debilitado. La referencia de velocidad en un inicio es de  $170 \text{ rad/s}$  y empieza a incrementarse poco a poco a los siguientes valores:  $220 \text{ rad/s}$ ,  $270 \text{ rad/s}$ ,  $320 \text{ rad/s}$ ,  $360 \text{ rad/s}$  y  $390 \text{ rad/s}$ . Al final la referencia es disminuida a  $380 \text{ rad/s}$ . El desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues la velocidad del rotor llega a la referencia establecida a todo momento, como lo muestra la figura 4.31(a). El error de velocidad es similar a cuando se demandaban cambios de referencia en la velocidad del rotor en la zona de par constante. La diferencia es que para algunos cambios de referencia el controlador de velocidad se satura, como lo muestra la señal de par en la figura 4.31(c). Esto es normal, ya que al estar en la zona de operación de campo debilitado el par electromagnético desarrollado es menor (ver figura 4.30). Cuando el controlador se satura el error de velocidad comienza a aumentar, pero una vez que se llega al valor de referencia éste disminuye, como se muestra en la figura 4.31(b).

En la figura 4.32 es posible observar el desempeño del controlador ICD en la zona de operación de debilitamiento de campo. El controlador es capaz de proporcionar un seguimiento adecuado de las referencias, como lo muestran las corrientes de referencia

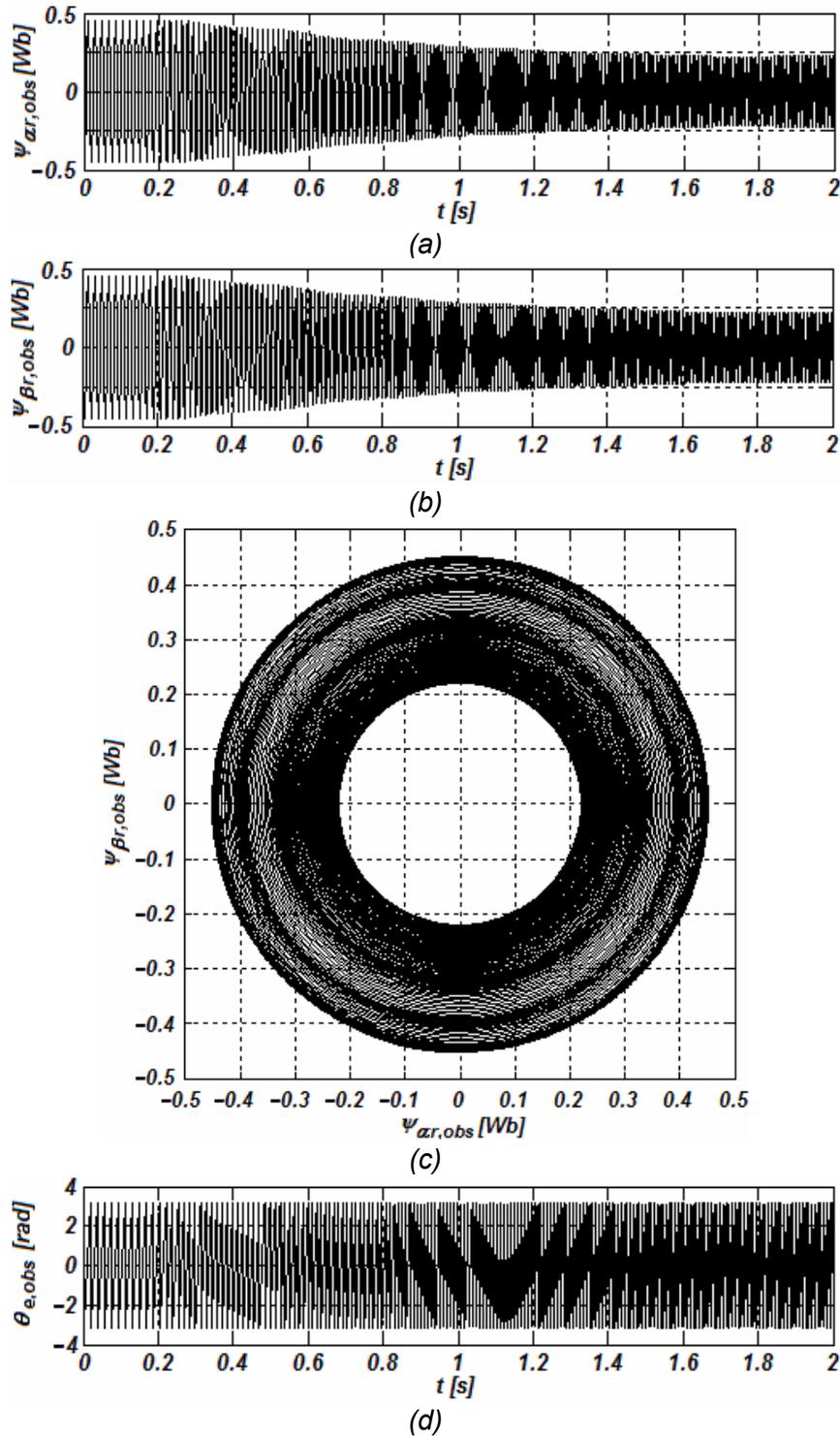
y del estator de las figuras 4.32(a) y 4.32(d). Las señales de error son pequeñas independientemente del marco de referencia en el que se estudien, como lo muestran las figuras 4.32(b), 4.32(c), 4.32(e) y 4.32(f). Nótese que una vez alcanzada una condición de estado estacionario la amplitud de las señales senoidales es menor que en simulaciones previas y que la frecuencia de las corrientes es mayor. Esto se debe a que se está controlando el flujo a partir de la amplitud de estas señales. De esta forma, es posible concluir que el controlador del subsistema eléctrico actúa satisfactoriamente en esta zona de operación. Esto era de suponerse al haberse realizado un diseño de control para el subsistema eléctrico capaz de proporcionar un seguimiento adecuado de señales de referencia senoidales mayores a  $\omega_r = 377 \text{ rad/s}$  ( $f = 100 \text{ Hz}$ ,  $\omega_r = 628.3 \text{ rad/s}$ ).



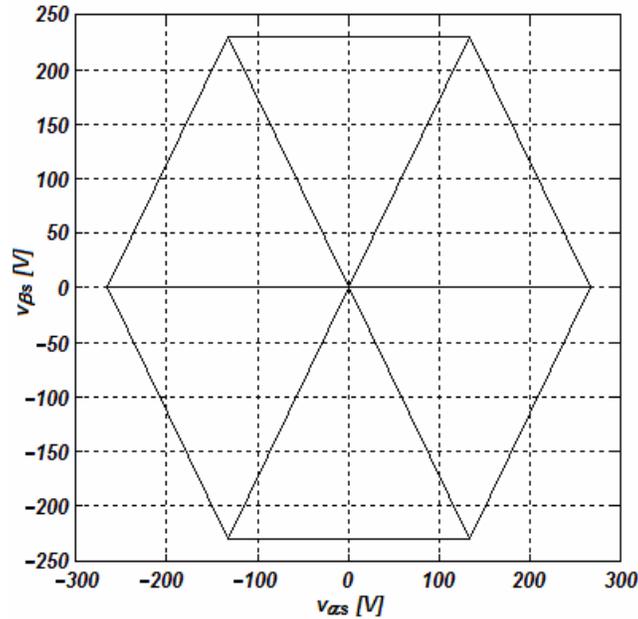
**Figura 4.31.** Desempeño del controlador de velocidad en la zona de campo debilitado: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



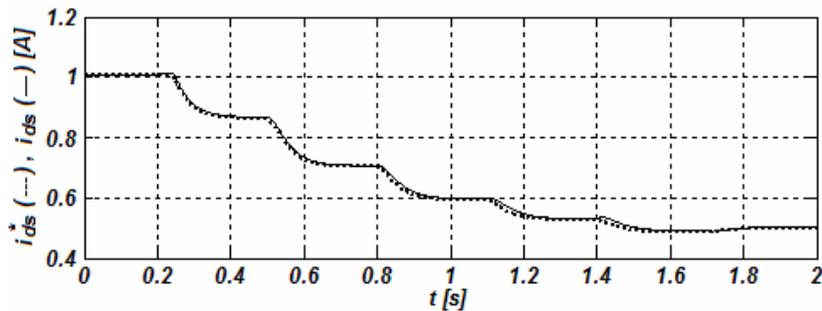
**Figura 4.32.** Desempeño del controlador ICD en la zona de campo debilitado: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $\delta$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.33.** Desempeño del observador de orden reducido en la zona de campo debilitado: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.34.** Trayectoria del vector de voltaje del estator en la zona de campo debilitado



**Figura 4.35.** Corriente de referencia del estator y corriente del estator en coordenadas síncronas, eje-d, en la zona de campo debilitado

La figura 4.33 ilustra el desempeño del observador de orden reducido para la zona de operación de campo debilitado. Como puede notarse en las figuras 4.33(a) y 4.33(b), el desempeño es aceptable. Los flujos estimados son senoidales y van disminuyendo en amplitud al incrementarse el valor de la velocidad del rotor. Esto se refleja en la trayectoria del vector del flujo del rotor de la figura 4.33(c). La trayectoria es circular con un radio constante en el principio. Al incrementarse la velocidad la circunferencia se empieza a volver más pequeña en diámetro. De la misma manera, el ángulo del campo del rotor, mostrado en la figura 4.33(d) presenta un comportamiento similar al de las simulaciones previas. Obviamente la frecuencia de la señal aumenta conforme aumenta la velocidad. Por las razones anteriores se puede concluir que el desempeño del observador es el adecuado.

En la figura 4.34 se muestra el desempeño del VSI. Es posible decir que el control de los estados de conmutación del inversor es apropiado (por las razones que fueron descritas previamente).

Finalmente, en la figura 4.35 se muestra la referencia de corriente y corriente del estator (eje- $d$ ) en coordenadas síncronas. El error fue mostrado previamente en la figura 4.32(c). Se observa que la referencia parte del valor nominal y una vez que el valor de velocidad alcanza el valor de sincronismo la magnitud de la corriente empieza a decaer al seguir aumentando la velocidad. Para el último cambio de referencia en el que la velocidad del rotor disminuye la amplitud de la corriente aumenta, como era de suponerse. Se observa que el seguimiento es el adecuado para toda la simulación.

De acuerdo con los resultados anteriores, puede concluirse que el desempeño del esquema de control en la zona de campo debilitado es el adecuado. Todos los componentes del sistema de control actúan de manera apropiada.

#### 4.2.8. Desempeño ante Fallas

En la siguiente simulación se evalúa la capacidad del sistema de control para recuperarse ante la presencia de cortos circuitos en las terminales del estator. Se estudia el efecto de fallas monofásicas, bifásicas y trifásicas. Se parte de una condición en estado estacionario con un par externo de carga  $T_L = 0.5 Nm$  a una velocidad en el rotor de  $\omega_m = 120 rad/s$ . Primeramente se simula una falla trifásica. Una vez que se libera la falla y se el sistema logra recuperarse se introduce una falla bifásica. De la misma manera se realiza una falla monofásica. La simulación tiene un tiempo de duración de 2 s y las figuras 4.36 a 4.39 muestran el desempeño del sistema de control.

La figura 4.36 muestra los voltajes modulados de las fases del estator. Cuando han transcurrido 0.1 s se introduce una falla trifásica, llevando a cero los voltajes de las tres fases, como se muestra en cada uno de los incisos de la figura 4.36. La falla anterior es liberada en el tiempo 0.2 s (el tiempo de duración de la falla es de 100 ms). Entre 0.2 s y 0.6 s el sistema de control es capaz de recuperarse y tiende nuevamente al estado estacionario que existía antes del disturbio. De la misma forma, en 0.6 s se introduce una falla bifásica en las fases  $b$  y  $c$  del estator, como lo muestran las figuras 4.36(b) y 4.36(c). En ese momento el voltaje se fija en cero durante 100 ms. Al transcurrir ese tiempo, en 0.7 s, la falla es liberada y los controladores del esquema son capaces de recuperar una condición de estado estacionario. Finalmente, en el tiempo 1.1 s se simula una falla monofásica en la fase  $a$ , como lo muestra la figura 4.36(a). El tiempo de duración de falla es 100 ms y después se libera. En esta condición de falla es cuando el sistema es capaz de recuperarse con mayor rapidez.

La figura 4.37 ilustra el comportamiento de la componente mecánica del sistema de control. Como puede observarse en la figura 4.37(a), la referencia de velocidad a todo momento es de  $\omega_m = 120 rad/s$ . Sin embargo, ante la presencia de cada una de las fallas el seguimiento de velocidad se pierde. El par electromagnético desarrollado comienza a oscilar, como se muestra en la figura 4.37(b). Sin embargo, una vez que las fallas son liberadas, el sistema presenta un transitorio antes de que se llegue a una condición en estado estacionario en el que el par electromagnético desarrollado vuelve a contrarrestar al par externo de carga. El error de velocidad en un principio es considerable, pero conforme va pasando el tiempo empieza a disminuir, como se observa en la figura 4.37(a). El resto del tiempo de simulación es para demostrar que el error de velocidad tiende a cero (como en la simulación de estado estacionario) una vez que el sistema se recupera del disturbio.

La figura 4.38 muestra el comportamiento del controlador ICD del subsistema eléctrico. Al introducirse cada una de las fallas, las señales de corriente de referencia y a la salida del estator presentan un comportamiento inadecuado. Las señales oscilan tomando valores elevados. Al liberarse las fallas se presenta un transitorio y después de cierto tiempo el comportamiento senoidal y de amplitud constante vuelve a aparecer.

Finalmente, la figura 4.39 muestra el desempeño del observador ante las fallas trifásicas, bifásicas y monofásicas. Al presentarse cada una de estos disturbios las señales estimadas de flujo magnético del rotor empiezan a tomar valores elevados y la generación del ángulo del campo del rotor es deficiente. Sin embargo, una vez que cada falla ha sido liberada el observador comienza a funcionar adecuadamente después de un pequeño transitorio. La generación del ángulo del campo del rotor es adecuada y los flujos estimados son señales perfectamente senoidales con amplitud constante.

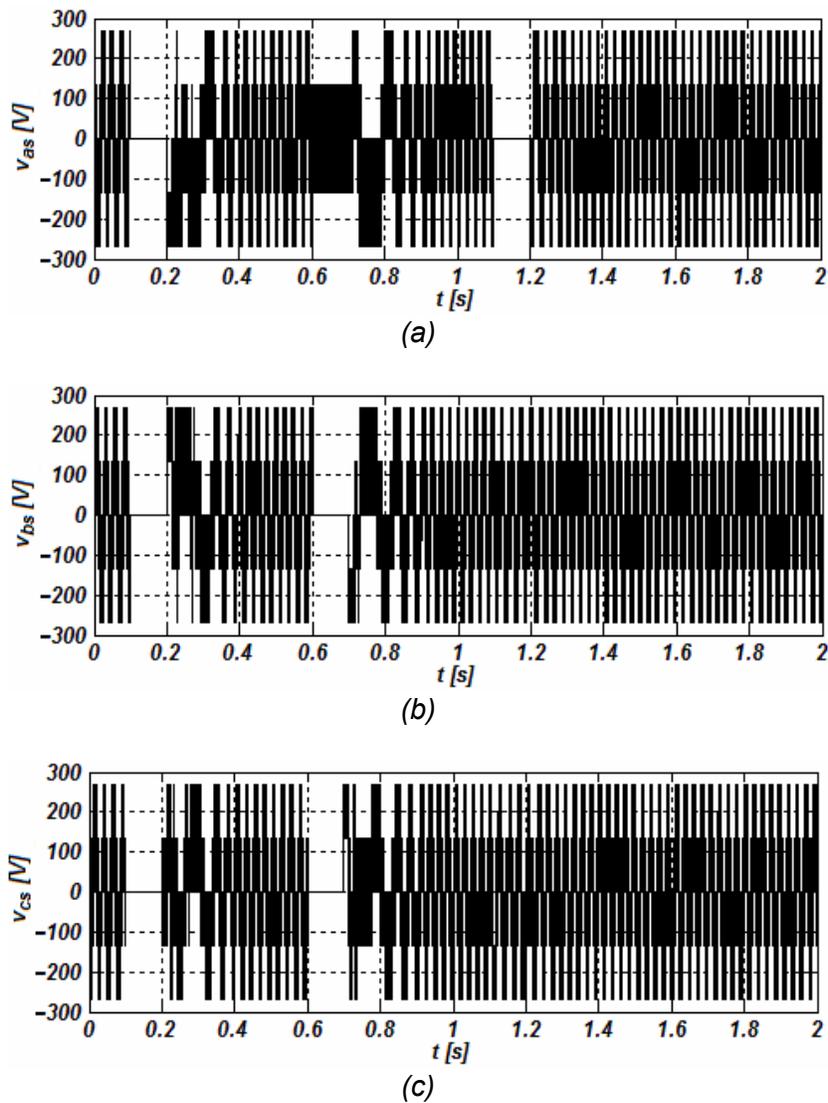


Figura 4.36. Desempeño del VSI SV-PWM ante fallas. Voltaje modulado del estator: (a) fase a; (b) fase b; (c) fase c.

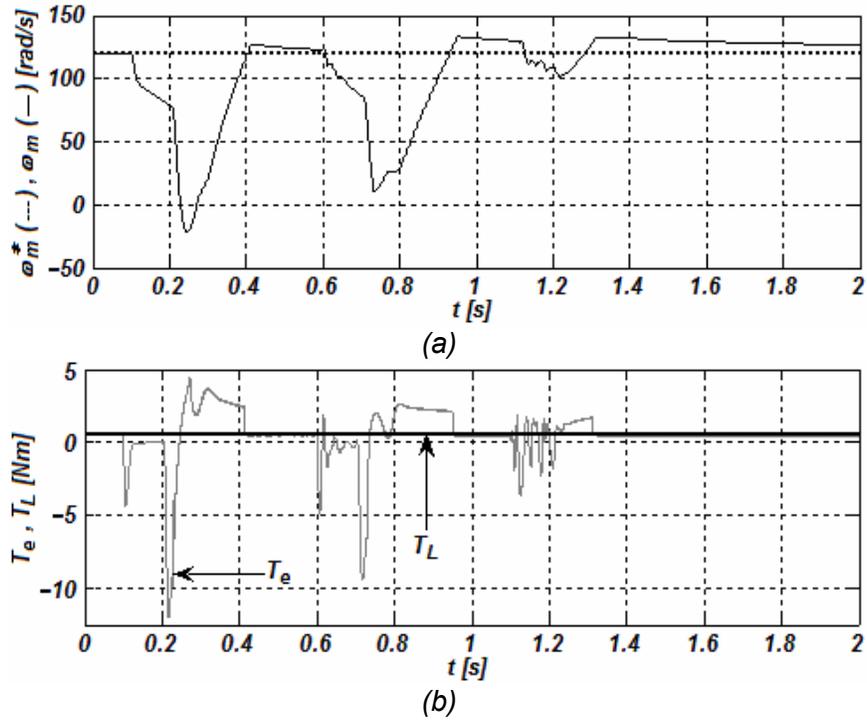


Figura 4.37. Desempeño del controlador de velocidad ante fallas: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) par electromagnético desarrollado y par de carga

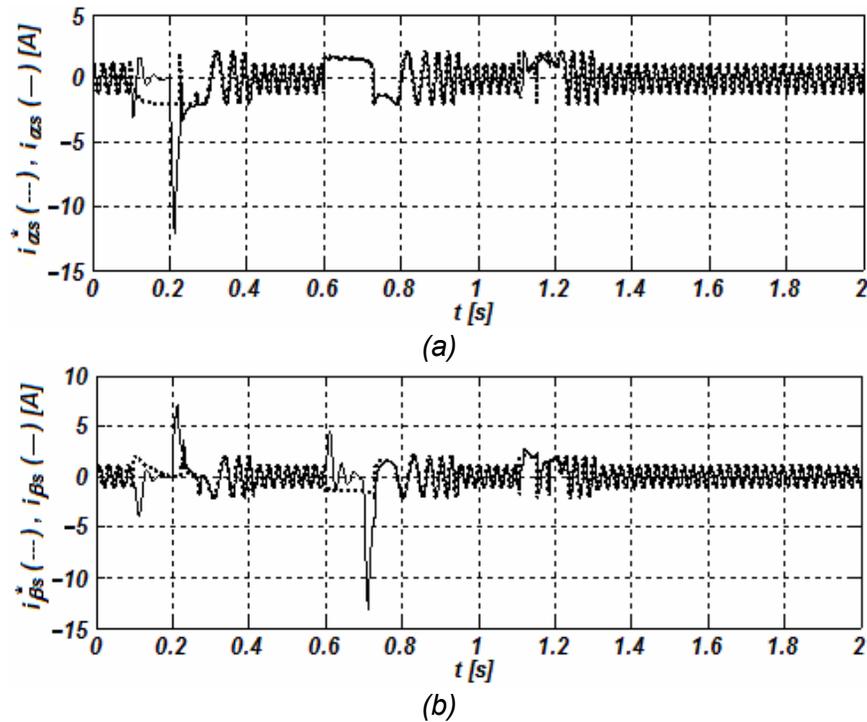
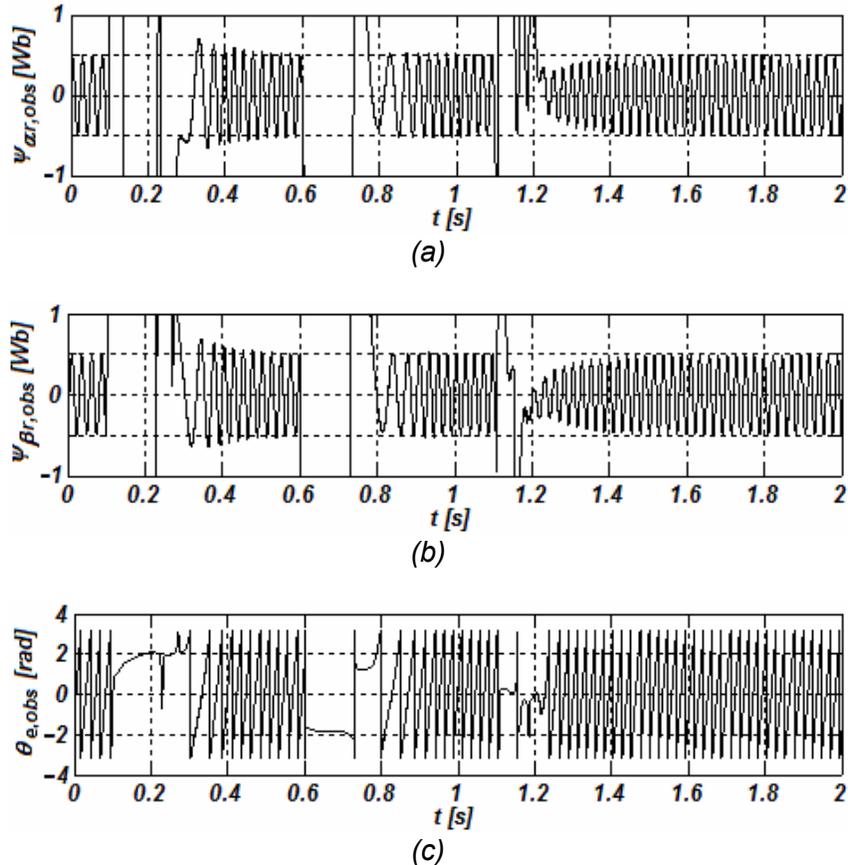


Figura 4.38. Desempeño del controlador ICD ante fallas. Corriente de referencia del estator y corriente del estator: (a) eje- $\alpha$ ; (b) eje- $\beta$ ;



**Figura 4.39.** Desempeño del observador de orden reducido ante fallas: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) ángulo del campo del rotor estimado

Finalmente, la figura 4.39 muestra el desempeño del observador ante las fallas trifásicas, bifásicas y monofásicas. Al presentarse cada una de estos disturbios las señales estimadas de flujo magnético del rotor empiezan a tomar valores elevados y la generación del ángulo del campo del rotor es deficiente. Sin embargo, una vez que cada falla ha sido liberada el observador comienza a funcionar adecuadamente después de un pequeño transitorio. La generación del ángulo del campo del rotor es adecuada y los flujos estimados son señales perfectamente senoidales con amplitud constante.

Cabe destacar que en esta simulación los vectores de las variables de salida fueron muestreados para evitar que los archivos de datos fueran demasiado grandes. Por tal motivo *aparentemente* las señales moduladas de la figura 4.36 tienen una frecuencia de conmutación diferente.

Como conclusión, es posible afirmar que ante la presencia de disturbios fuertes el sistema de control es capaz de recuperar la condición en estado estacionario previa a la falla. Independientemente de que el modelo del motor en coordenadas bifásicas estacionarias no sea el mejor para simular este tipo de disturbios, es posible observar que los controladores son capaces de realizar las acciones de control necesarias para

recuperar el sistema ante una falla de duración considerable (6 ciclos a 60 Hz o 100 ms) y evitar que se inestabilice.

#### 4.2.9. Desempeño ante Variaciones Paramétricas

En el Capítulo 3 se mencionó que las variaciones paramétricas dominantes en el motor de inducción son debidas a los cambios en la temperatura, al efecto “*skin*” y al efecto de saturación magnética [8,9,44]. Esto se ve presente en las resistencias  $R_s$ ,  $R_r$  y en las inductancias  $L_{lr}$ ,  $L_{ls}$ ,  $L_m$ , respectivamente. Sin embargo, el fenómeno de saturación no se presenta si el motor opera en la región de flujo constante o de campo debilitado. Por tal motivo se estudia el desempeño del controlador ante variaciones en las resistencias del rotor y de estator. Primero se hacen dos simulaciones por separado analizando el efecto que ocasiona la variación de cada uno de las resistencias por si sola. Posteriormente se realiza una simulación en la que los dos parámetros varían de forma conjunta.

##### 4.2.9.1. Variaciones en la Resistencia del Rotor

El desempeño del sistema de control en diferentes condiciones de operación ante variaciones en la resistencia del rotor se muestra en las figuras 4.40 a 4.44. La simulación parte de una condición de estado estacionario a una velocidad del rotor de  $\omega_m = 175 \text{ rad/s}$ , un par de carga de  $T_L = 0 \text{ Nm}$  y la resistencia del rotor a su valor nominal. El tiempo de duración de la simulación es de 1.5 s. Cabe destacar que se realizan variaciones en la velocidad de referencia del rotor y del par externo de carga independientemente del valor de la resistencia del rotor.

En la figura 4.40 se muestran los cambios en la resistencia del rotor. Nótese que éstos se hacen de forma abrupta, pasando desde la mitad del valor nominal hasta 3 veces el valor nominal. Es importante observar que la variación paramétrica está presente tanto en condiciones estacionarias como transitorias y ante variaciones en el par externo de carga.

En la figura 4.41 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad en el rotor, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado en diferentes condiciones de operación del motor ante variaciones de la resistencia del rotor. El desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues el seguimiento de la velocidad de referencia es adecuado, como se muestra en la figura 4.41(a). La señal de error crece durante los transitorios de cambio de referencia de velocidad, pero tiende a disminuir, como se observa en la figura 4.41(b). Adicionalmente, el controlador es capaz de contrarrestar satisfactoriamente las variaciones en la carga, como se muestra en la figura 4.41(c). Nótese que en el cambio de un valor de referencia de velocidad a otro la resistencia está variando su valor. Este mismo caso se observa a diferentes condiciones de carga. En realidad no hay diferencias considerables en el desempeño obtenido comparado al de las simulaciones cuando la resistencia no varía.

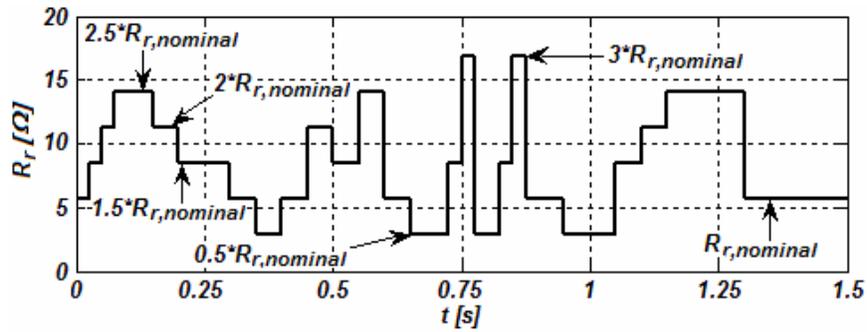
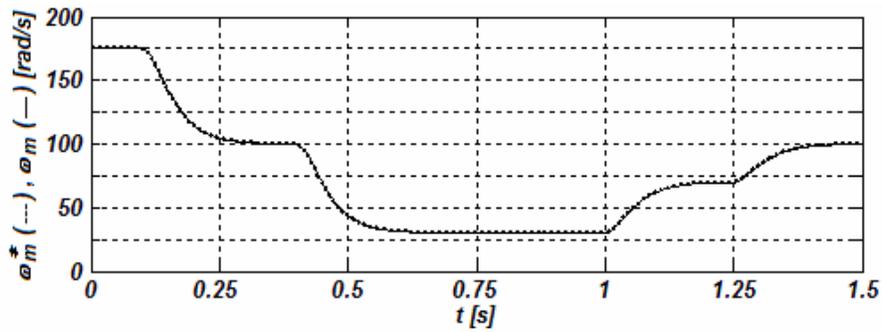
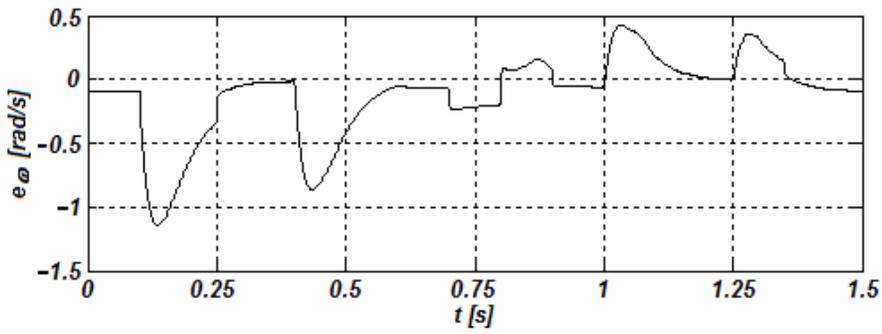


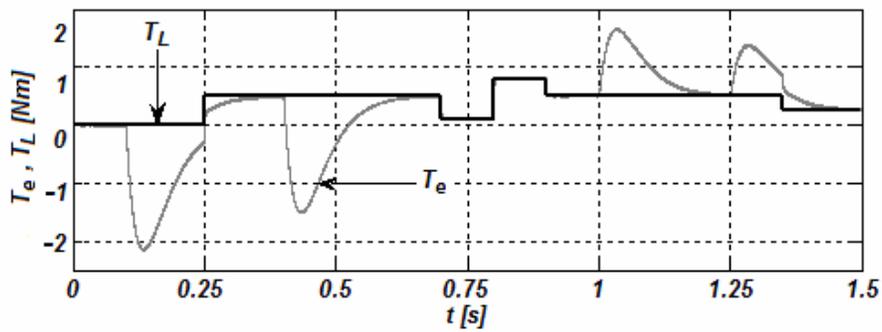
Figura 4.40. Variaciones en la resistencia del rotor



(a)

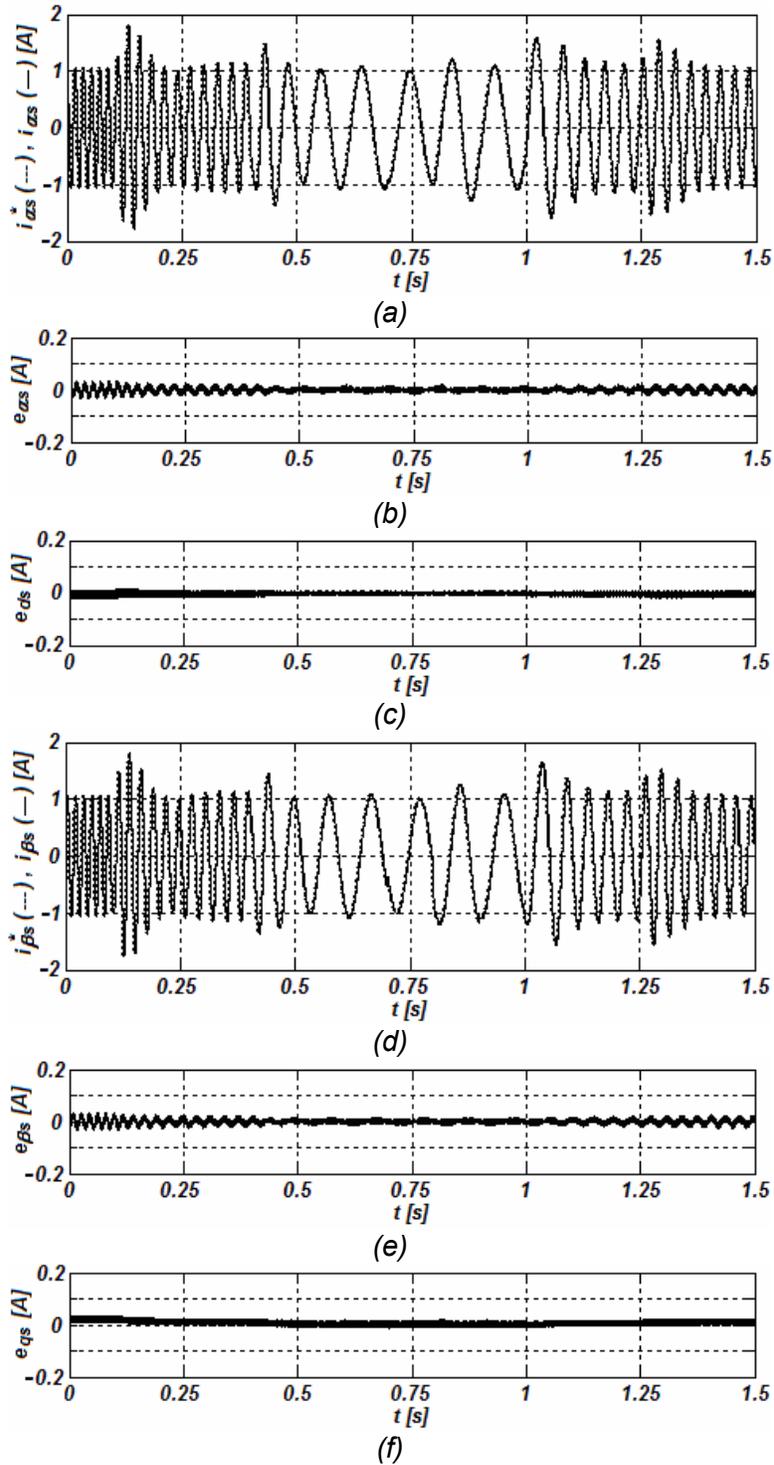


(b)

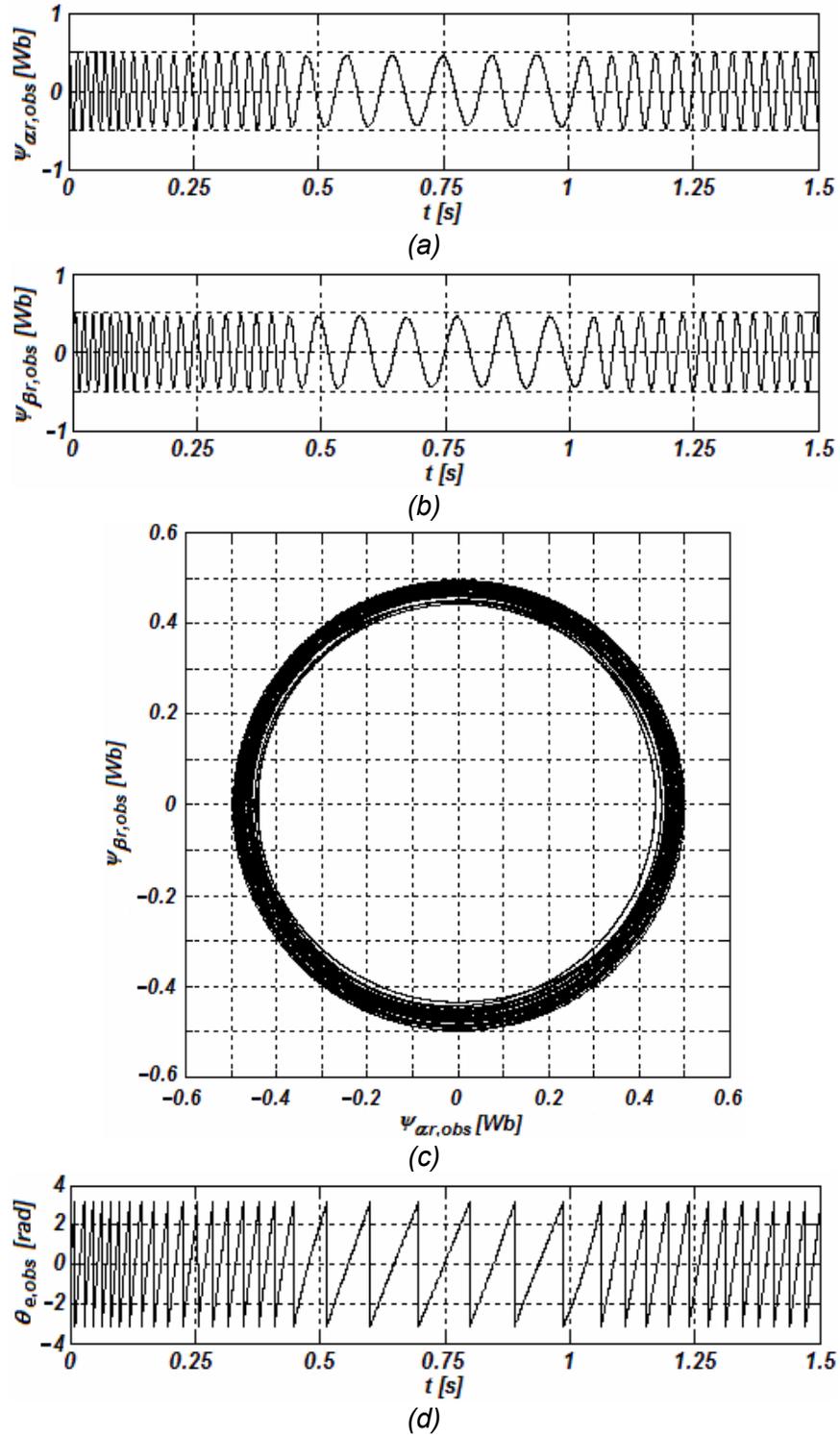


(c)

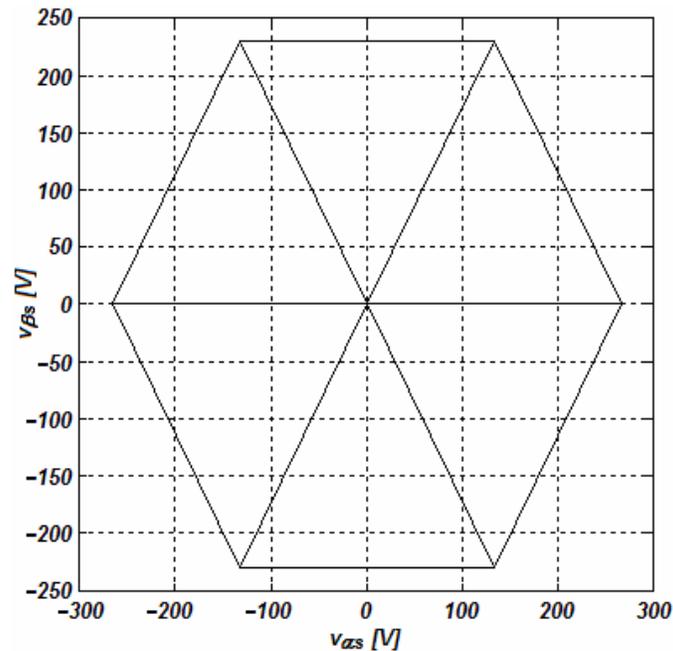
Figura 4.41. Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en la resistencia del rotor: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



**Figura 4.42.** Desempeño del controlador ICD ante variaciones en la resistencia del rotor: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $\delta$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.43.** Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la resistencia del rotor: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.44.** Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en la resistencia del rotor

En la figura 4.42 se observa el desempeño del controlador ICD ante variaciones paramétricas de la resistencia del rotor. Las señales a todo momento son senoidales y el comportamiento del subsistema eléctrico es adecuado para todas las condiciones de operación demandadas, como lo muestra el seguimiento de las referencias de corriente de la figura 4.42(a) y 4.42(d). El error tanto en coordenadas estacionarias como síncronas es pequeño, como se ilustra en las figuras 4.42(b), 4.42(c), 4.42(e) y 4.42(f) y es similar al de simulaciones previas. Lo anterior corrobora el hecho de que el controlador ICD del subsistema eléctrico es robusto ante variaciones en la resistencia del rotor, como se estableció previamente en el Capítulo 3 a través del estudio de la MSF (ver figura 3.5) y con la simulación digital del subsistema eléctrico en un punto de operación (figura 3.23).

La figura 4.43 ilustra el desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la resistencia del rotor. Como puede notarse en la figura 4.43(a) y 4.43(b), la variación de la resistencia del rotor afecta de cierta forma la estimación de los flujos magnéticos del rotor, pues las señales disminuyen ligeramente en amplitud. El hecho anterior se visualiza claramente en la trayectoria del flujo del rotor mostrado en la figura 4.43(c). A pesar de que las señales de flujo magnético estimadas son senoidales, la trayectoria no describe una circunferencia perfecta a todo momento. Esto se debe a que el diseño del observador fue realizado tomando en cuenta los parámetros nominales del motor. Sin embargo, gracias a las características del lazo cerrado del subsistema eléctrico el desempeño es aun adecuado, garantizando una generación aceptable del ángulo del campo del rotor, como lo muestra la figura 4.43(d).

Finalmente, la figura 4.44 muestra el desempeño del VSI. Puede concluirse que el control de los estados de conmutación del inversor es adecuado; es decir, los cambios en la aplicación de los vectores de voltaje se realizan de manera apropiada independientemente de la condición de operación del motor de inducción y de la variación de la resistencia del rotor.

En base a los resultados anteriores, se demuestra que el esquema de control tiene un desempeño satisfactorio ante variaciones en la resistencia del rotor bajo diferentes condiciones de operación. Se observa que tanto la velocidad del rotor como las señales de corriente del estator siguen adecuadamente a sus referencias independientemente del valor del par de carga. El seguimiento ante variaciones en la resistencia del rotor es adecuado tanto en estado estacionario como en transitorio. En términos generales, el desempeño del observador de orden reducido es satisfactorio: la estimación es buena y por lo tanto la generación del ángulo del campo del rotor lo es también.

#### 4.2.9.2. Variaciones en la Resistencia de Estator

El desempeño del sistema de control en diferentes condiciones de operación ante variaciones en la resistencia de estator se muestra en las figuras 4.45 a 4.49. La razón de esta simulación parte del hecho de que aunque el cambio de este parámetro no es un problema de gran consideración para el FOC al utilizar un modelo de corrientes, si lo es para el DTC a bajas velocidades [8]. La simulación parte de una condición de estado estacionario a una velocidad del rotor de  $\omega_m = 150 \text{ rad/s}$ , un par de carga de  $T_L = 0.5 \text{ Nm}$  y la resistencia de estator a su valor nominal. El tiempo de duración de la simulación es de 1.5 s. Cabe destacar que en esta simulación también se hacen variaciones en la velocidad de referencia del rotor y del par externo de carga, independientemente del valor de la resistencia del estator.

La figura 4.45 muestra los cambios en la resistencia del estator. Como en el caso de la simulación anterior, las variaciones se hacen de forma abrupta, pasando desde el valor nominal hasta 2.5 veces el valor nominal. Es importante observar que esta variación paramétrica está presente tanto en condiciones estacionarias como transitorias (al igual que en la simulación previa).

En la figura 4.46 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado en diferentes condiciones de operación del motor ante variaciones de la resistencia del estator. El desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues el seguimiento de la velocidad de referencia es adecuado, como lo muestra la figura 4.46(a). Lo anterior se refleja en la señal de error de velocidad de la figura 4.46(b). El controlador es capaz de contrarrestar satisfactoriamente las variaciones en la carga, como se observa en la figura 4.46(c). Nótese que en el cambio de un valor de referencia de velocidad la resistencia también cambia su valor. Este mismo caso se observa a diferentes condiciones de carga. En general, el desempeño del controlador de velocidad es adecuado.

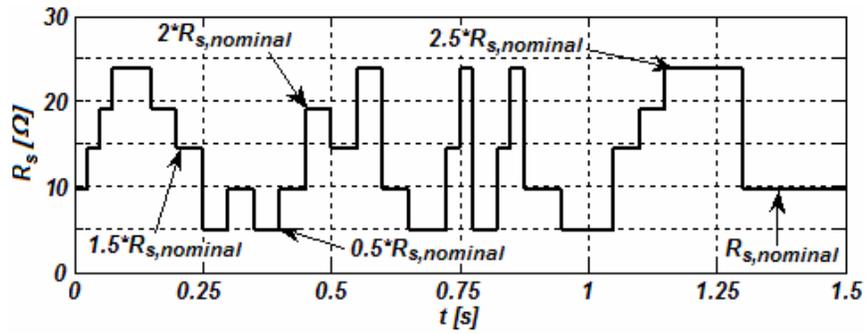
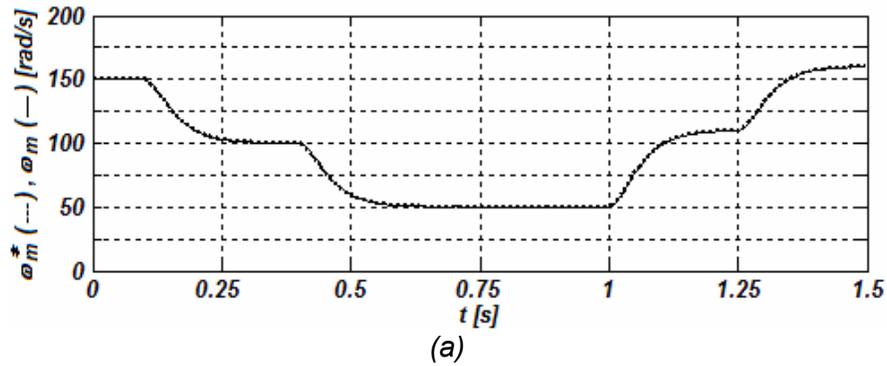
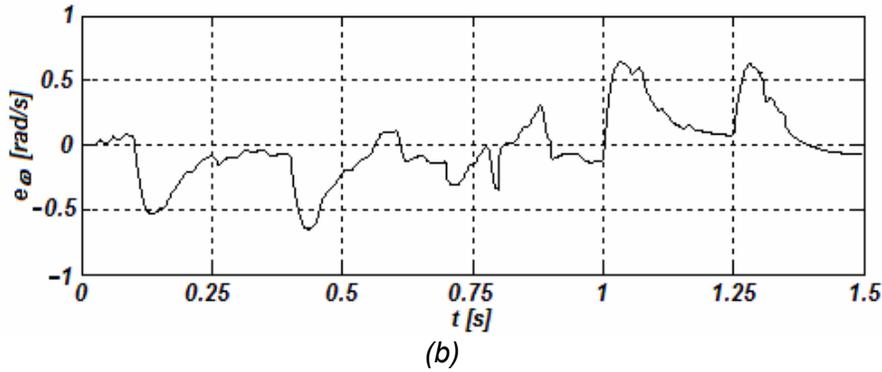


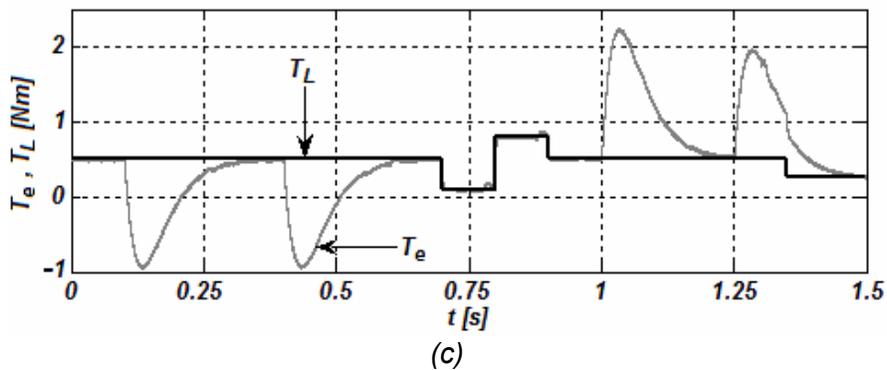
Figura 4.45. Variaciones en la resistencia del estator



(a)

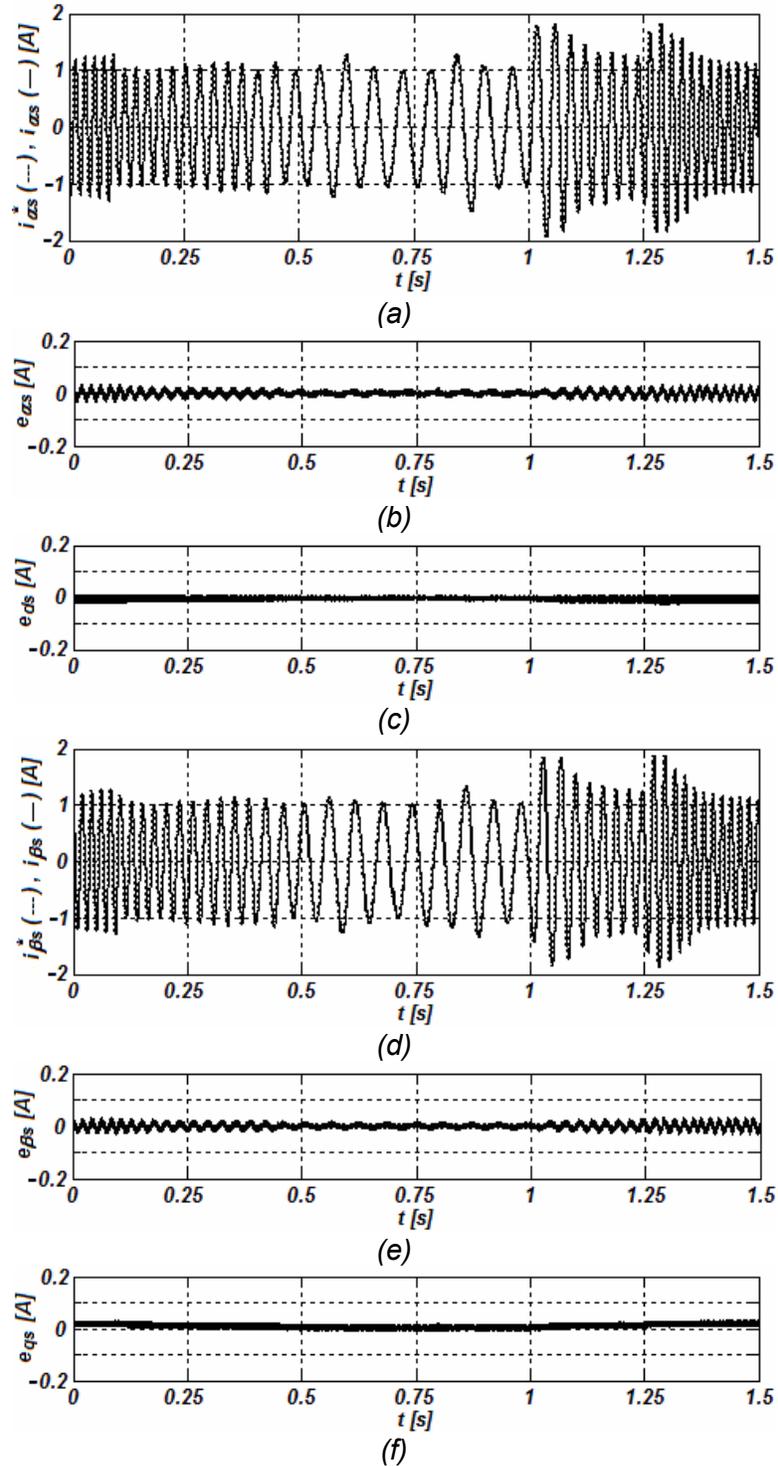


(b)

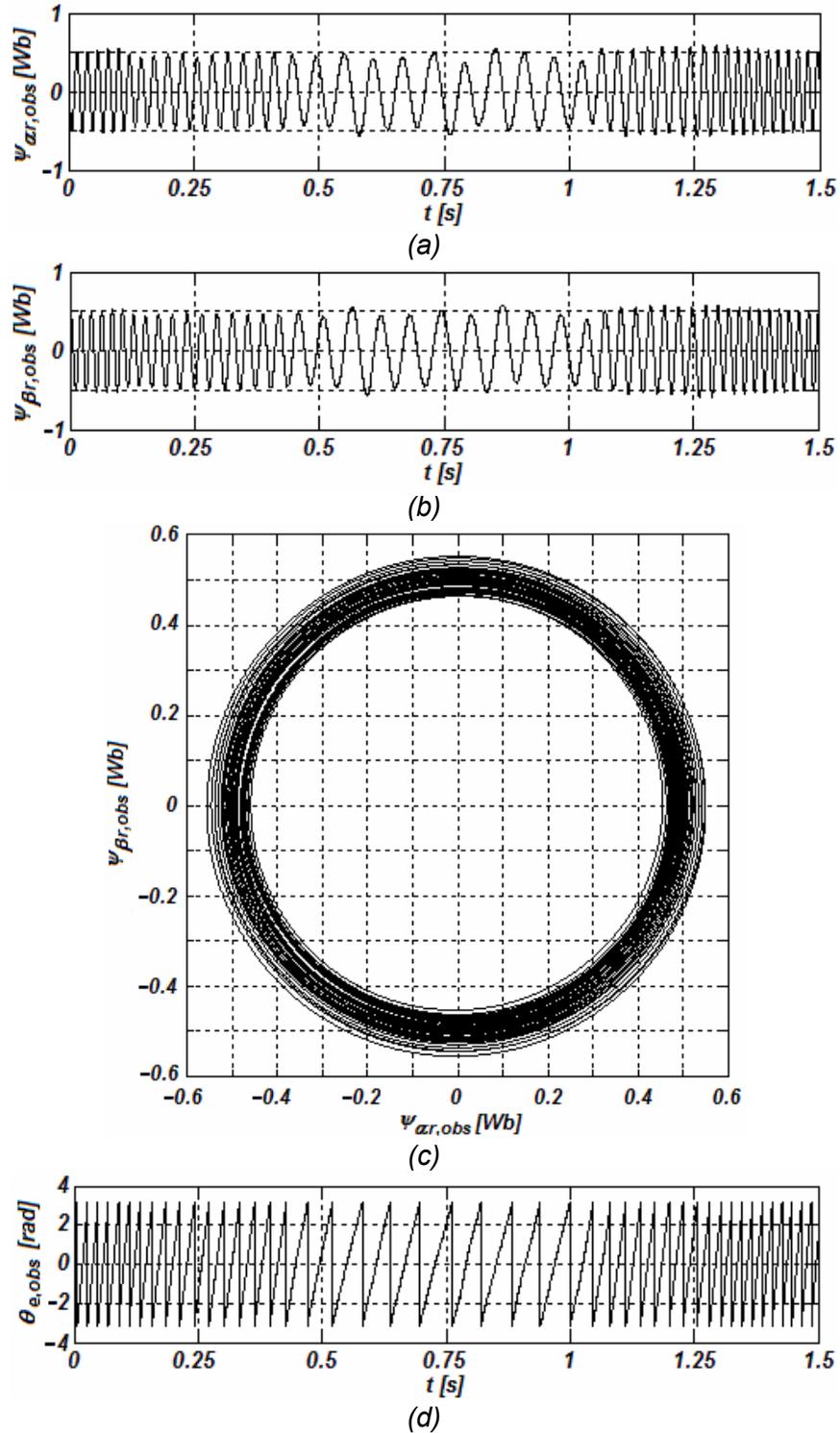


(c)

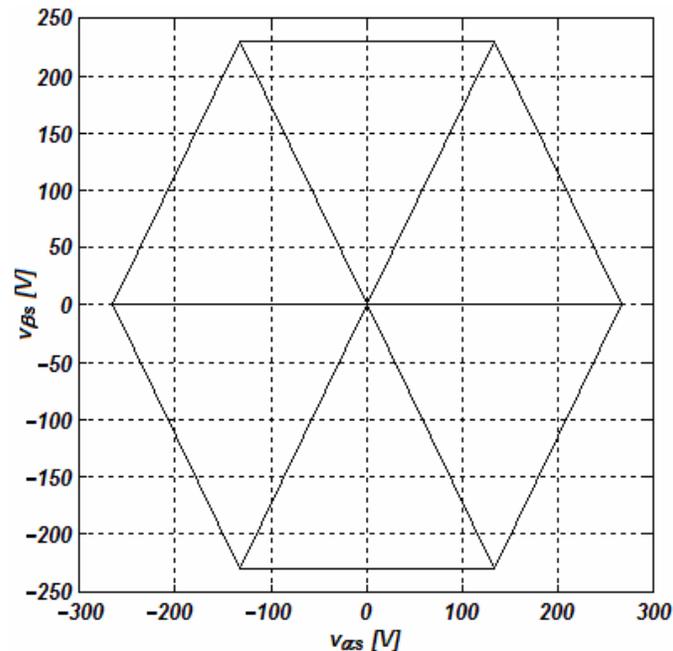
Figura 4.46. Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones en la resistencia del estator: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



**Figura 4.47.** Desempeño del controlador ICD ante variaciones en la resistencia del estator: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $\delta$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.48.** Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la resistencia del estator: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.49.** Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones en la resistencia del estator

En la figura 4.47 se observa el desempeño del controlador ICD ante variaciones paramétricas de la resistencia del estator. Las señales de referencia a todo momento son senoidales, así como las de salida, como lo muestran las figuras 4.47(a) y 4.47(d). Adicionalmente, las señales de error presentan una magnitud pequeña, como lo muestran las figuras 4.47(b), 4.47(c), 4.47(e) y 4.47(f), por lo que el seguimiento es adecuado. Por lo tanto, el comportamiento del subsistema eléctrico es apropiado para todas las condiciones de operación demandadas cuando está presente la variación de la resistencia del estator. Lo anterior es de gran importancia, dado que corrobora el hecho de que el controlador ICD es robusto ante variaciones en la resistencia del estator, como se estableció previamente en el Capítulo 3 a través del estudio de la MSF (ver figura 3.5).

La figura 4.48 ilustra el desempeño del observador de orden reducido ante variaciones en la resistencia del rotor. Es posible apreciar en las figuras 4.48(a) y 4.48(b) que la variación de la resistencia del estator no afecta demasiado el desempeño del estimador, pues a todo momento las señales originadas son senoidales. Sin embargo, las señales cambian un poco su amplitud, hecho reflejado en la trayectoria del flujo del rotor, ilustrado en la figura 4.48(c). La trayectoria no es una circunferencia con valor de radio constante, aunque tiende a serlo. Sin embargo, la amplitud de las señales no afecta al cálculo del ángulo del campo del rotor (por ser producto de una función tangente inversa). Por lo tanto, la generación del ángulo del campo del rotor es aceptable, como lo muestra la figura 4.48(d).

Finalmente, la figura 4.49 muestra el desempeño del VSI. Puede concluirse que el control de los estados de conmutación del inversor es el adecuado; es decir, los

cambios en la aplicación de los vectores de voltaje se realizan de manera consecutiva independientemente de la condición de operación del motor de inducción y de la variación de la resistencia de estator.

A manera de resumen, el desempeño del sistema de control ante variaciones en la resistencia de estator es satisfactorio. Se observa que el seguimiento tanto en la referencia de la velocidad del rotor como en las referencias de corriente es adecuado, siendo el error muy pequeño. Asimismo, el comportamiento del inversor es satisfactorio y el observador de orden reducido trabaja aceptablemente.

#### 4.2.9.3. Variaciones Conjuntas

Esta simulación muestra el desempeño del sistema de control ante la presencia de todas las variaciones paramétricas descritas anteriormente bajo diferentes condiciones de operación. Los resultados se muestran en las figuras 4.50 a 4.54. La simulación parte de un estado estacionario a una velocidad del rotor de  $\omega_m = 80 \text{ rad/s}$ , un par de carga de  $T_L = 0.4 \text{ Nm}$  y todos los parámetros a sus valores nominales. Durante el transcurso de la simulación, de duración 1.2 s, los parámetros irán cambiando junto con el valor de referencia de velocidad y el par externo de carga.

Primeramente, la figura 4.50 muestra los cambios paramétricos. Todos se van presentando de forma conjunta. En el caso de la resistencia del rotor, esta llega a tomar hasta 3 veces su valor nominal. Por otro lado, la resistencia del estator alcanza valores de 2.5 veces el valor nominal.

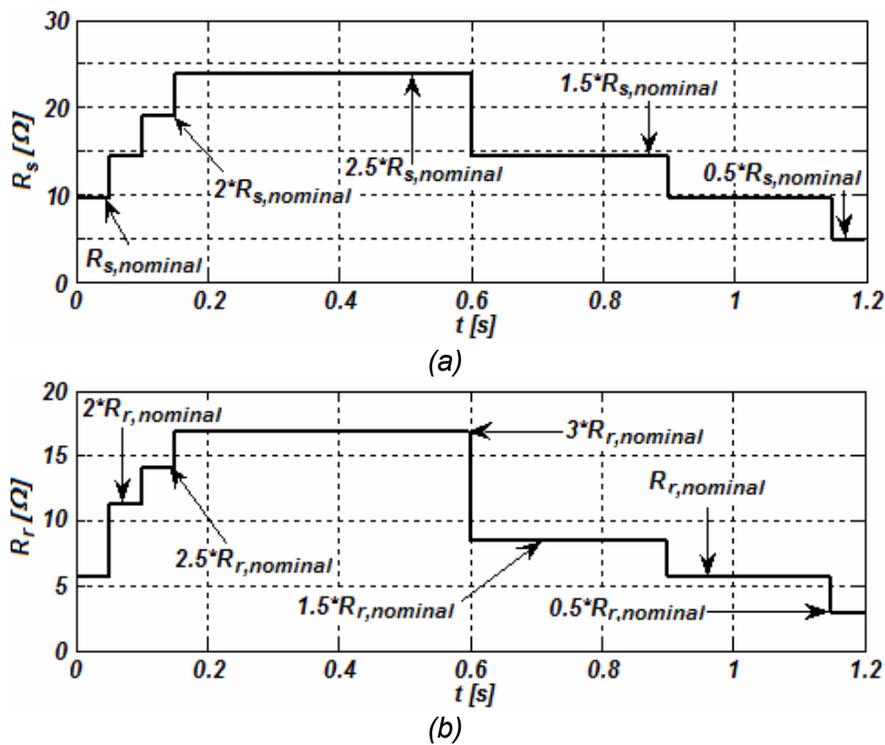
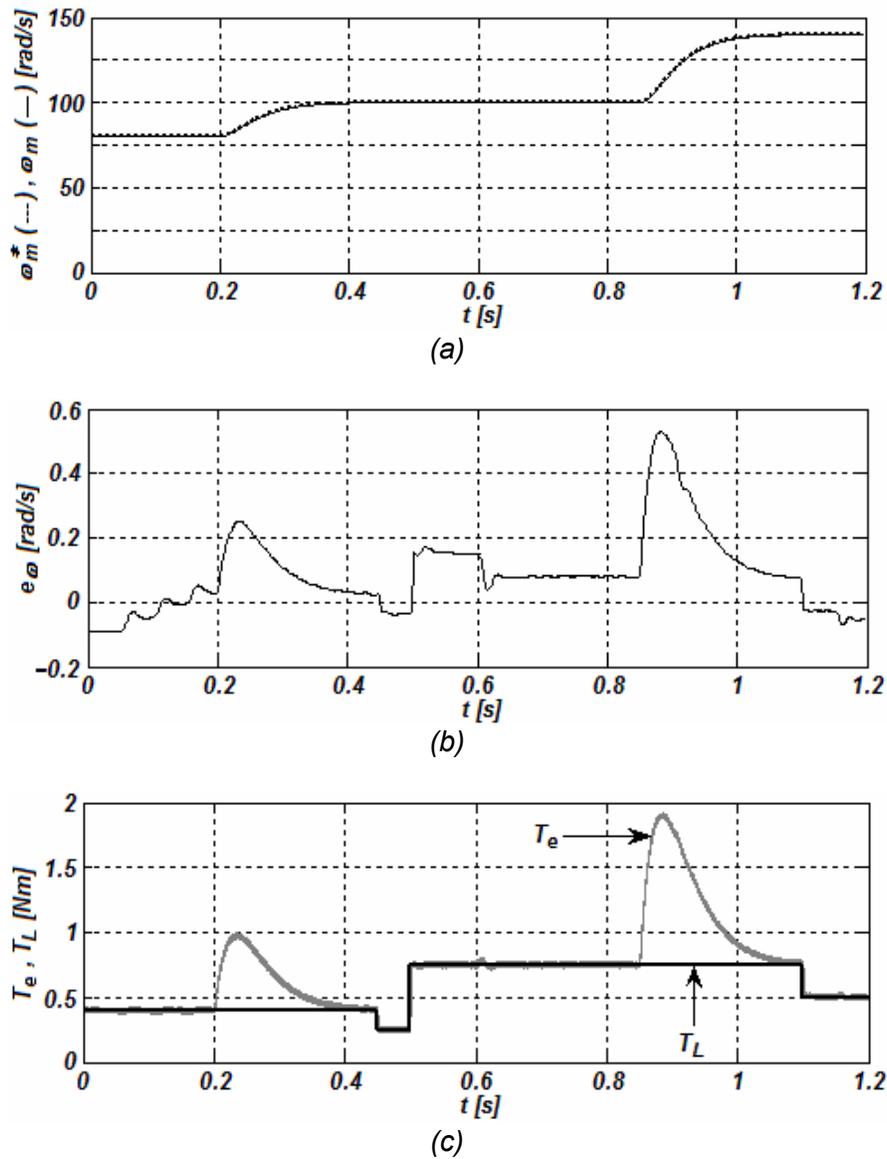
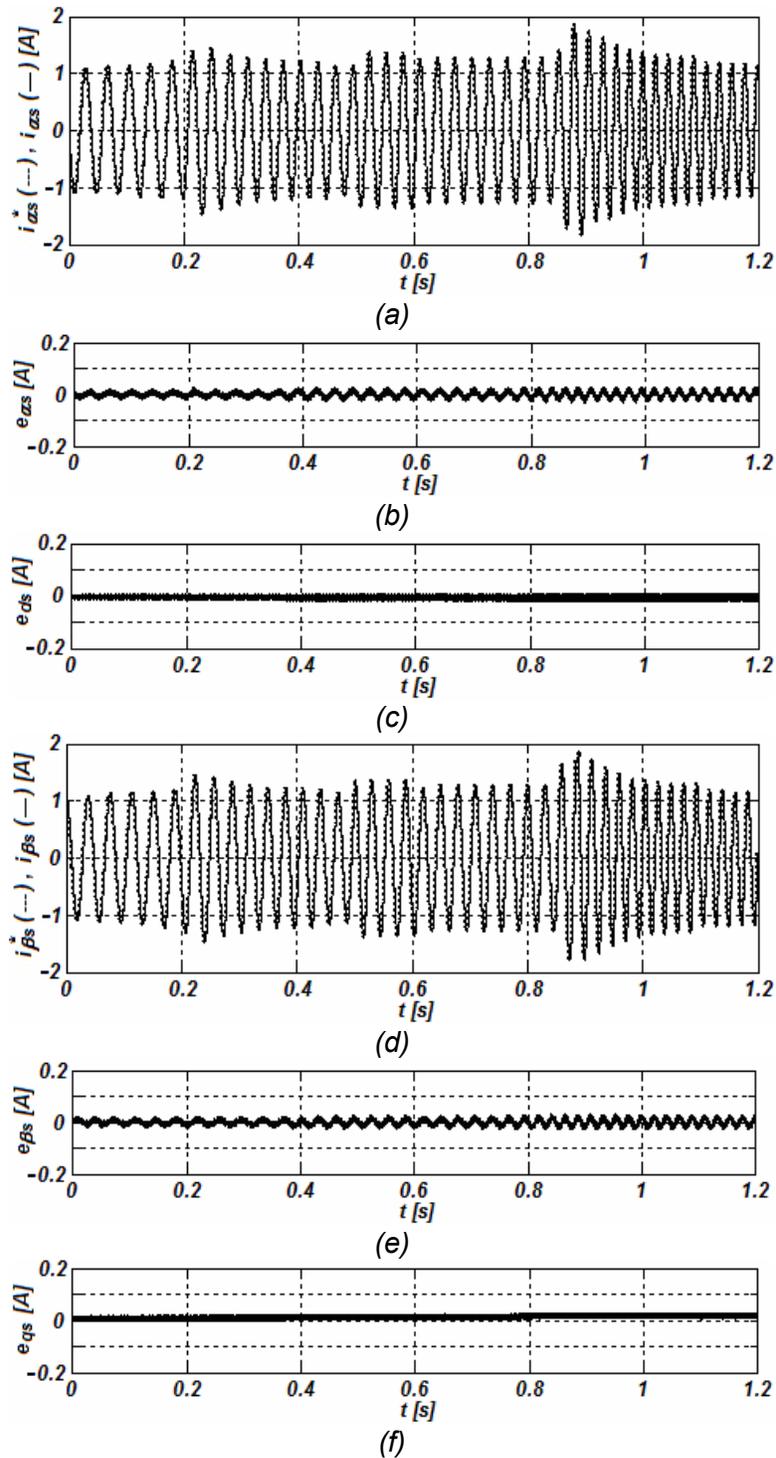


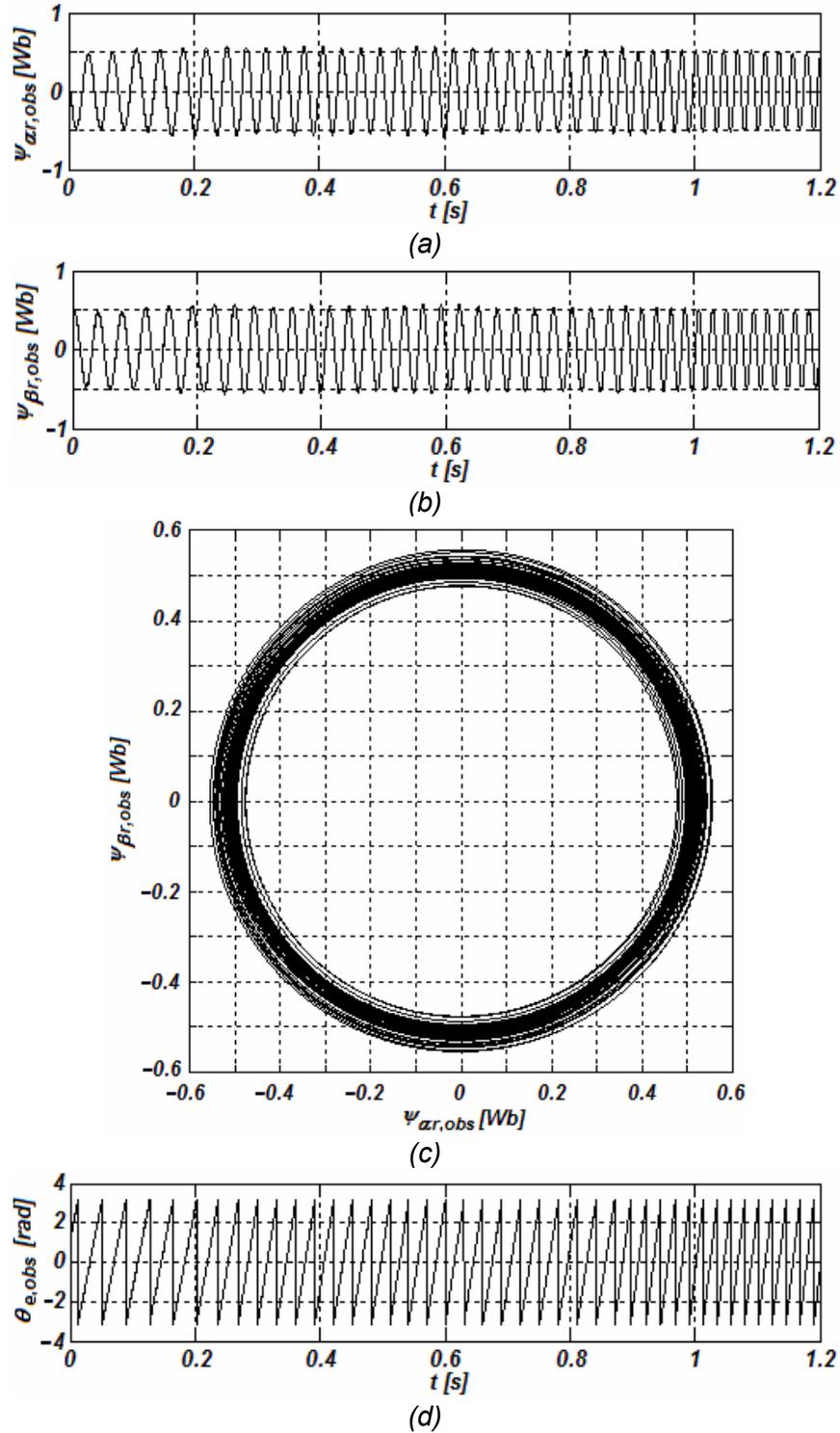
Figura 4.50. Variaciones paramétricas conjuntas: (a) resistencia del estator; (b) resistencia del rotor



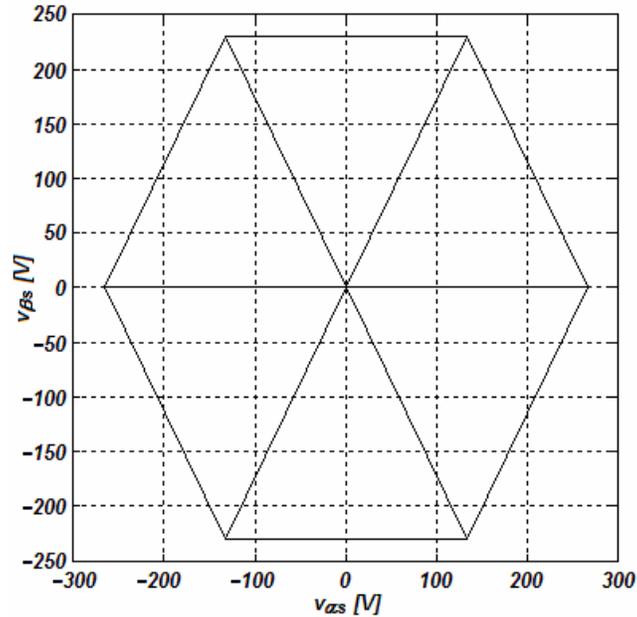
**Figura 4.51.** Desempeño del controlador de velocidad ante variaciones paramétricas conjuntas: (a) velocidad de referencia del rotor y velocidad del rotor; (b) error de velocidad del rotor; (c) par electromagnético desarrollado y par de carga



**Figura 4.52.** Desempeño del controlador ICD ante variaciones paramétricas conjuntas: (a) corriente de referencia del estator y corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (b) error de corriente del estator, eje- $\alpha$ ; (c) error de corriente del estator, eje- $\delta$ ; (d) corriente de referencia del estator y corriente de estator, eje- $\beta$ ; (e) error de corriente del estator, eje- $\beta$ ; (f) error de corriente del estator, eje- $q$ .



**Figura 4.53.** Desempeño del observador de orden reducido ante variaciones paramétricas conjuntas: (a) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\alpha$ ; (b) flujo magnético del rotor estimado, eje- $\beta$ ; (c) trayectoria del vector de flujo magnético del rotor estimado; (d) ángulo del campo del rotor estimado



**Figura 4.54.** Trayectoria del vector de voltaje del estator ante variaciones paramétricas conjuntas

En la figura 4.51 se aprecia la velocidad de referencia del rotor, la velocidad desarrollada en el rotor, el error de velocidad, el par externo de carga y el par electromagnético desarrollado en diferentes condiciones de operación del motor ante variaciones paramétricas. El desempeño del controlador de velocidad es aceptable, pues el seguimiento de la velocidad de referencia es adecuado independientemente de que los parámetros estén variando, como lo muestran las figuras 4.51(a) y 4.51(b). Como era de esperarse y en base a las señales de par electromagnético desarrollado de las simulaciones con variaciones paramétricas aisladas, la señal presenta pequeñas oscilaciones justo en la presencia de la variación, como lo muestra la figura 4.51(c). Sin embargo, esto no afecta el seguimiento de la velocidad.

En la figura 4.52 se muestra el desempeño del controlador ICD ante variaciones paramétricas conjuntas. De ahí se puede concluir que el desempeño es satisfactorio, pues las corrientes encontradas a la salida siguen a todo momento a su corriente de referencia independientemente de que las variaciones paramétricas sean bastante bruscas. Lo anterior puede observarse en las figuras 4.52(a) y 4.52(d). Las señales de error tienen magnitudes pequeñas, como se observa en las figuras 4.52(b), 4.52(c), 4.52(e) y 4.52(f). Debido a las características anteriores, es posible concluir que el controlador ICD del subsistema eléctrico es robusto ante todas las variaciones paramétricas estudiadas (lo anterior se corrobora con el estudio en el dominio de la frecuencia presente en el Capítulo 3, específicamente en la figura 3.5).

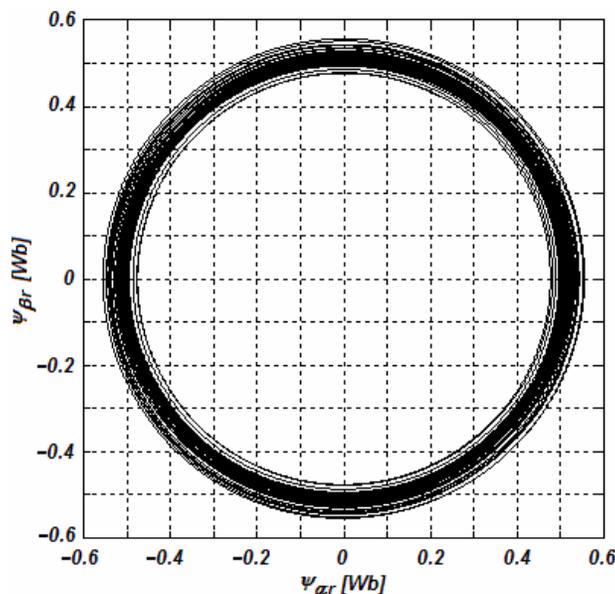
En la figura 4.53 se ilustra el comportamiento del observador de orden reducido. A pesar de que las señales del flujo del rotor son senoidales, no presentan una amplitud constante (figuras 4.53(a) y 4.53(b)). Esto se traduce en un vector de flujo con trayectoria circular, pero de radio variable (figura 4.53(c)). Sin embargo, la generación de la posición del flujo del rotor es aceptable (figura 4.53(d)).

Finalmente, las figura 4.54 muestra el desempeño del VSI. Como era de esperarse por los resultados obtenidos en las anteriores simulaciones de variaciones paramétricas, el control de los estados de conmutación del inversor sigue siendo el apropiado.

Como conclusión para los resultados obtenidos en la presente simulación de variaciones paramétricas (que engloba a las dos anteriores) el desempeño del sistema de control es bastante aceptable. En ningún momento los controladores de velocidad y del lazo del subsistema eléctrico dejan de seguir adecuadamente a sus referencias. Independientemente de que el estimador de orden reducido no proporcione señales de amplitud constante a todo momento, la generación de la señal del ángulo del campo es adecuada, es decir, tiene forma de “diente de sierra”. La amplitud variable de las señales de flujo, como se ha ido mencionado previamente, radica en el proceso de diseño del observador. Al constituir un diseño basado en los parámetros nominales de la máquina, al variar éstos el desempeño se ve afectado.

Independientemente de los problemas inherentes al observador de orden reducido, el flujo **real** del rotor de la máquina en presencia de variaciones paramétricas tampoco tiene un comportamiento totalmente constante, como lo ilustra la figura 4.55. Por otro lado, el flujo real en las simulaciones de variaciones en la velocidad de referencia del rotor, a muy bajas velocidades y del arranque se muestra en las figuras 4.56, 4.57 y 4.58.

Como lo exhiben las figuras 4.56–4.58, independientemente que el observador de orden reducido no estime con una precisión adecuada el flujo magnético, el flujo magnético real producido por el motor de inducción es constante o tiende mucho a serlo. Si a esto se le suma el comportamiento del inversor y de los controladores de velocidad y de corriente, se puede concluir que en general el desempeño del sistema de control es altamente satisfactorio.



**Figura 4.55.** Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor ante variaciones paramétricas

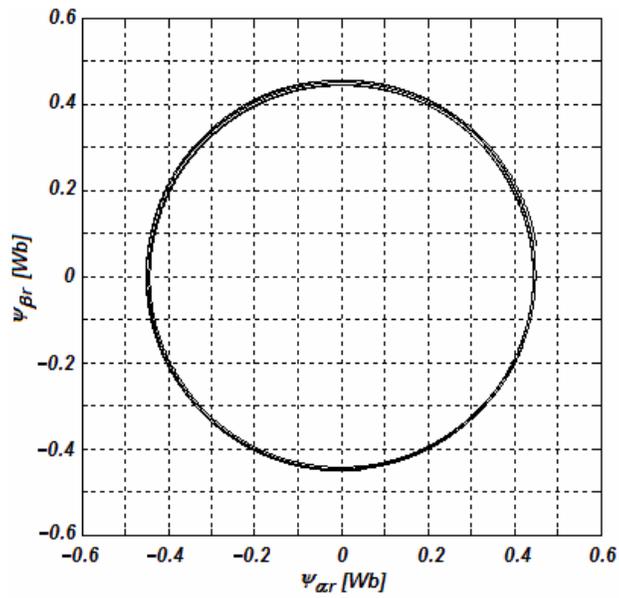


Figura 4.56. Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor a bajas velocidades

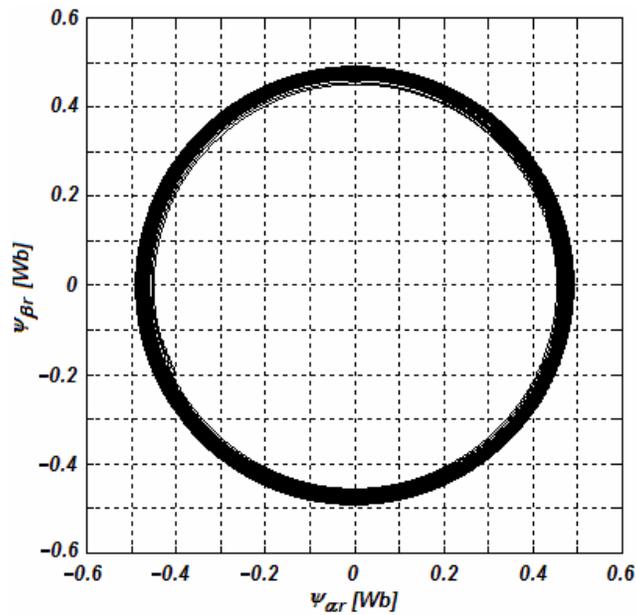
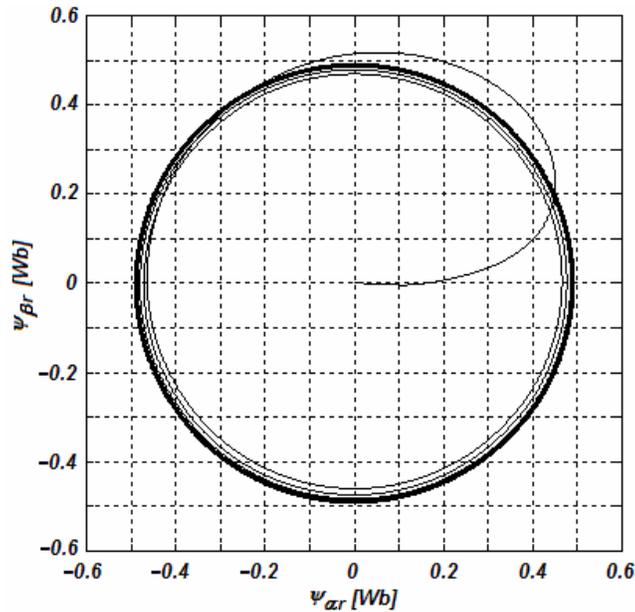


Figura 4.57. Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor ante variaciones en la velocidad de referencia del rotor



**Figura 4.58.** Trayectoria del vector de flujo magnético real del rotor en un arranque sin carga

Finalmente y a manera de conclusión, es interesante pensar que la implementación del esquema de control propuesto es altamente factible. Lo anterior lo avalan los resultados mostrados en las simulaciones realizadas en el presente capítulo y el análisis mostrado en capítulos previos. En la práctica, la estrategia de control es simple, pues sólo requiere la medición de dos señales de corriente del estator y la velocidad del rotor. Debido a la naturaleza de los controladores y del observador de orden reducido y por la simpleza y desempeño, el esquema es factible para una futura implementación. Se puede concluir que el esquema propuesto presenta una alternativa novedosa, simple y eficiente para motores de inducción controlados por FOC y/o DTC. Esta y otras conclusiones se presentan en el capítulo siguiente, el cual finaliza este trabajo de tesis.

## Capítulo 5

### CONCLUSIONES

En este trabajo el modelo, diseño, análisis y la simulación digital de un nuevo esquema de control para motores de inducción con rotor tipo jaula de ardilla ha sido presentado. En su totalidad, el diseño de los controladores se basa en el Control Clásico y la metodología de Nyquist/Bode, en el análisis de la Función de Estructura Multivariable y en la aplicación del Diseño por Canales Individuales.

La arquitectura del esquema de control se caracteriza por su efectividad, robustez, potencial y simplicidad. En sí, presenta los siguientes componentes: un controlador multivariable, lineal, diagonal, de bajo orden, de fase mínima, robusto, estable y fijo para el subsistema eléctrico; un inversor fuente de voltaje con su etapa de modulación ancho de pulso por vectores espaciales; un controlador SISO de bajo orden, de fase mínima, robusto y estable para el subsistema mecánico; y un observador de orden reducido basado en el lazo cerrado del subsistema eléctrico para la estimación de los flujos magnéticos del rotor y como consecuencia el ángulo del campo del rotor. En la práctica la estrategia requiere la medición de las corrientes del estator (de dos fases) y de la velocidad del rotor.

Entre las características que hacen novedosa a la estructura de control propuesta son: el total desacoplamiento entre los canales de entrada-salida conseguido directamente con el controlador sin hacer consideraciones en el modelo del motor y sin uso de redes de desacoplamiento; una alta robustez ante variaciones paramétricas; la preservación de la estructura dinámica de la planta bajo cualquier condición de operación; un error en estado estacionario prácticamente despreciable a pesar de hacer uso de un modelo en coordenadas bifásicas estacionarias; y la obtención de dinámicas lineales del lazo cerrado del subsistema eléctrico en cualquier punto de operación del subsistema mecánico.

En comparación al FOC, en el esquema aquí propuesto el desacoplamiento se logra directamente con los controladores. Por otro lado, el FOC parte de la premisa de que una vez que se alinea el flujo magnético (ya sea de rotor, de estator o de magnetización) es posible hacer uso de controladores (por ejemplo, PIs) para cancelar la dinámica de la planta y asignar la deseada. Sin embargo, debido a la alta sensibilidad ante variaciones paramétricas el campo se desorienta, surge un acoplamiento y los

controladores se desintonizan. El problema anterior no se presenta en la estrategia propuesta.

Comparado con el DTC tradicional y gracias al desempeño de los controladores y al uso de una etapa SV–PWM, el esquema propuesto elimina por completo los problemas asociados a la frecuencia de conmutación variable, los problemas con la selección apropiada del ancho de la banda de histéresis para los controladores de corrientes, las caídas intermitentes del flujo magnético y proporciona un desarrollo adecuado del par electromagnético bajo diferentes condiciones de operación. De hecho, el rizado presente en las señales de par y del flujo magnético no es un problema considerable. Adicionalmente, la trayectoria del vector del flujo magnético del rotor es adecuada, lo que garantiza una buena señal de corriente eléctrica para cada una de las fases del motor.

Adicionalmente, con la aplicación de ICD el esquema de control presenta las siguientes ventajas y/o características:

1. Las condiciones para evaluar la robustez de los controladores utilizando los conceptos clásicos de márgenes de ganancia y fase fueron establecidas.
2. Las estructuras de control y del observador son sencillas y tienen un desempeño aceptable, por lo que su implementación es factible.
3. La frecuencia de conmutación del inversor es constante debido al uso de la modulación por vectores espaciales y la operación del inversor siempre es la apropiada.
4. Se demuestra que el correcto análisis de la MSF permite obtener la misma información que al aplicar el enfoque geométrico de la *Teoría de Sistemas de Control No Lineales*
5. El controlador ICD desacopla satisfactoriamente el modelo no lineal y acoplado del motor de inducción para el rango completo de velocidades del rotor.
6. A través del análisis de la MSF se demuestra que la estructura dinámica de la planta es asegurada ante variaciones en la velocidad del rotor o incertidumbre paramétrica.
7. Los requerimientos para estabilidad y robustez del controlador ICD utilizado en el motor de inducción fueron claramente establecidos.
8. La estabilización de un sistema 2x2 con un controlador diagonal es posible si cada canal de su representación en canales individuales es estabilizado. La existencia de controladores para un tipo de plantas, entre ellas específicamente el motor de inducción, fue establecida.
9. Se demuestra que las dinámicas del lazo cerrado del subsistema eléctrico son prácticamente lineales ante variaciones en la velocidad del rotor, justificando el uso de un controlador lineal.

10. El rechazo a perturbaciones y al acoplamiento por el subsistema eléctrico es altamente satisfactorio. La función de sensibilidad de los canales siempre tiene un valor inferior al del acoplamiento y al de las perturbaciones a las frecuencias en que éstas tienen su componente más alto.
11. Las respuestas obtenidas para el subsistema eléctrico en conjunto con el inversor mejoran al aumentar el ancho de banda de los controladores. A pesar de utilizar un marco de referencia estacionario el error es despreciable.
12. La estimación de los flujos magnéticos del rotor se realiza con un observador de orden reducido sobre el lazo cerrado del subsistema eléctrico, explotando así sus características.
13. El diseño del controlador del subsistema mecánico es sencillo e inmediato debido a las características del subsistema eléctrico en lazo cerrado. El controlador obtenido tienen medidas de robustez adecuadas.
14. El desempeño del sistema de control es adecuado en estado transitorio, en estado estacionario, ante variaciones paramétricas (en las resistencias del rotor del estator), ante ruido en las mediciones y ante fallas en las terminales del motor.
15. Los controladores diseñados presentan un desempeño satisfactorio en el seguimiento de sus referencias.

Sin embargo, la aplicación del esquema de control propuesto presenta las siguientes desventajas:

1. En el diseño bajo el contexto de ICD y de la MSF no es posible generalizar un conjunto de reglas específicas para diseñar un sistema de control. La experiencia del diseñador es de gran importancia para garantizar un correcto desempeño de los controladores en lazo cerrado.
2. El esquema de control propuesto funciona específicamente para el motor de inducción utilizado. Para un motor con diferentes parámetros es necesario hacer de nuevo el análisis y el diseño.
3. El uso del observador de orden reducido para la estimación de los flujos magnéticos del rotor presenta algunos transitorios en el arranque, durante el cruce por cero de la velocidad de referencia y ante variaciones paramétricas bruscas.

Es importante destacar la solución propuesta al problema de control del motor de inducción: todos los controladores utilizados son lineales, independientemente de que la planta es no lineal y acoplada. La correcta operación del sistema de control es garantizada para toda la región de operación estudiada debido en parte a la correcta interpretación y al análisis de la MSF y al proceso de diseño en si mismo.

Un aspecto de gran peso de este trabajo radica en la sencillez de la arquitectura propuesta. Se ha comprobado que no es necesario simplificar la planta ni hacer uso de controladores sofisticados, de alto orden o adaptables para conseguir un desempeño satisfactorio. Más aun, es posible afirmar que con la aparición de ICD se abre un nuevo y prometedor panorama para el diseño de control de sistemas multivariables.

En conclusión, por su simplicidad, eficiencia, potencial y desempeño, la novedosa estrategia de control propuesta para el motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla proporciona una alternativa para motores de inducción controlados por FOC y/o DTC.

## Recomendaciones y Trabajo Futuro

Entre las recomendaciones que deben considerarse para continuar este proyecto de investigación o para realizar trabajo futuro relacionado con esta tesis se tienen:

- Modificar el observador del flujo magnético del rotor para eliminar completamente los problemas de estimación presentes durante el arranque, el cruce por cero y ante variaciones paramétricas. Una alternativa es hacer uso de observadores no lineales o alguno que no dependa de los parámetros nominales de la máquina.
- Introducir un *anti wind-up* para evitar que el par electromagnético desarrollado se dispare durante los arranques.
- Analizar la estructura dinámica de diferentes motores de inducción y compararlas contra la de este trabajo para evaluar si es posible generalizar el diseño de los controladores y de esta forma hacer el esquema atractivo para la industria.
- Evaluar el efecto que tiene un inversor con elementos no idealizados sobre el esquema de control aquí presentado.
- Realizar una estimación de la velocidad del rotor para desarrollar un esquema sin sensores mecánicos (*sensorless*).
- Comparar el esquema propuesto contra otro tipo de estrategias de control, como son el FOC, el DTC, basadas en control moderno, adaptables y de inteligencia artificial.
- Aplicar ICD para motores de inducción doblemente alimentados (de rotor devanado), generadores de inducción y generadores síncronos.
- Realizar la implementación física del esquema propuesto para validar que todas las características descritas y el desempeño obtenido a través de simulaciones digitales pueden reproducirse en la práctica.

## Referencias

- [1] Akbar, M.A.; Leithead, W.E.; O'Reilly, J.O. *Design of robust controllers for a fighter aircraft using individual channel design*. Proceedings of the 32<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, **1**, pp. 430–435, 1993.
- [2] Akbar, M.A.; Leithead, W.E.; O'Reilly, J.O.; Robertson, S.S. *Design of robust controllers for 3–input 3–output supersonic aircraft power plant using ICD*. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> IEEE Conference on Control Applications, **1**, pp. 95–99, 1994.
- [3] Anderson, B.D.O; Moore, J.B. *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, USA, 1989.
- [4] Ashkenazi, A.; Bryson, A.E.Jr. *The Synthesis of Control Logic for Parameter–Insensitivity and Disturbance Attenuation*. Proceedings of the AIAA Guidance and Control Conference, pp. 11–17, 1980.
- [5] Bhattacharyya, S.P.; Chapellat, H.; Keel, L.H. *Robust Control: The Parametric Approach*. Prentice Hall, USA, 1995.
- [6] Blaschke, F. *Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Drehfeldmaschine*. Ph.D. Dissertation, Universität Braunschweig, 1973.
- [7] Blaschke, F. *The principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotating field machines*. Siemens Review, **34**, pp. 217–220. Mayo, 1972.
- [8] Bose, B.K. *Modern Power Electronics and AC Drives*. Pearson Education, India, 2002.
- [9] Boldea, I; Nasar, S.A. *Vector Control of AC Drives*. CRC Press, USA, 1992.
- [10] Bristol, E.H. *On a new measure of interaction for multivariable process control*. IEEE Transactions on Automatic Control, **AC–11**, pp. 133–134, 1996
- [11] Chapman, S.J. *Electrical Machinery Fundamentals*. McGraw–Hill, USA, 1985.
- [12] Chen, C. *Analogue & Digital Control System Design. Transfer Functions, Steady State, & Algebraic Methods*. Saunders College Publishing, USA, 1993.
- [13] Chen, C. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, USA, 1999.
- [14] Chiang, R.Y.; Safonov, M.G. *MATLAB® Robust Control Toolbox*. The MathWorks Inc., USA, 1998.
- [15] Dahleh, M.A; Diaz–Bobillo, I.J. *Control of Uncertain Systems: A Linear Programming Approach*. Prentice Hall, USA, 1995.
- [16] Dailey, R.L.; Glover, K.; Green, M.; Limebeer, D. *Lecture Notes for the Workshop on  $H_\infty$  and  $\mu$  Methods for Robust Control*. IEEE Conference on Decision and Control, Brighton, England, 1991.
- [17] Depenbrock, M. *Direct Self Control of Inverter–Fed Induction Machines*. IEEE Transactions on Power Electronics, **3**, pp. 420–429, Octubre, 1988.
- [18] Doll, T.R., Kaiser, A.H. *Vector Controls*. IEEE Conference Record of 1992 44<sup>th</sup> Annual Conference of Electrical Engineering Problems in the Rubber and Plastics Industries, pp. 59–61, 1992.
- [19] Dorf, R.C.; Bishop, R.H. *Modern Control Systems*. Addison–Wesley, USA, 1998.

- [20] Doyle, J.C.; Francis, B.A.; Tannenbaum, A. *Modern Control Systems*. Macmillan Publishing, USA, 1990.
- [21] Doyle, J.C., Glover, K.; Khargonekar, P.P.; Francis, B.A. *State space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems*. IEEE Transactions on Automatic Control, **34**, pp. 831–347, 1989
- [22] Doyle, J.C.; Stein, G. *Multivariable feedback design: concepts for a classical/modern synthesis*. IEEE Transactions on Automatic Control, **AC26**, pp. 4–16, 1981.
- [23] Dudgeon, G.J.W.; Gribble, J.J. *Helicopter translational rate command using individual channel design*. UKACC International Conference on Control '96, **1**, pp. 632–637, 1996.
- [24] Dudgeon, G.J.W.; Leithead, W.E.; O'Reilly, J.; McDonald, J.R. *Prospects for the decentralized control of small-scale power networks with embedded generation*. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, **2**, pp. 1399–1404, 2000.
- [25] Edwards, F.V.; Dudgeon, G.J.W.; McDonald, J.R.; Leithead, W.E. *Dynamics of distribution networks with distributed generation*. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, **2**, pp. 1032–1037, 2000
- [26] Elfilali, B. *Utilización del Filtro de Kalman como Estimador de la Velocidad en el Control Vectorial de Motores de Inducción*. Tesis de Maestría. IPN SEPI–ESIME. México, D.F., 2001
- [27] Fitzgerald, A.E.; Kingsley, C.; Umans, S.D. *Electric Machinery*. McGraw–Hill, Singapore, 1985.
- [28] Freudenberg, J.S.; Looze, D. *Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, pp. 555–565, 1985.
- [29] Fujita, M.; Namerikawa, T.; Matsumura, F.; Uchida, K.  *$\mu$ -synthesis of an electromagnetic suspension system*. IEEE Transactions on Automatic Control, **40**, pp. 530–536, 1989.
- [30] Gama, M. *Control Directo del Par y Flujo del Motor de Inducción utilizando una Red Neuro–Difusa*. Tesis de Maestría. IPN SEPI–ESIME. México, D.F., 2004.
- [31] Glover, K.; Doyle, J.C. *State–space formulae for all stabilizing controller that satisfy an  $H_\infty$  norm bound and relations to risk sensitivity*. System and Control Letters, **11**, pp. 167–172, 1988.
- [32] Goodwin, G., Graebe, S.F.; Salgado, M.E. *Control System Design*. Prentice–Hall, USA, 2001.
- [33] Hableter, T.; Profumo, F.; Pastorelli, M.; Tolbert, L. *Direct Torque Control of Induction Machines Using Space Vector Modulation*. IEEE Transactions on Industry Applications, **28**, pp. 1045–1053, 1992.
- [34] Hasse, K. *Zur dynamic Drehzahlgergelter antriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron–Kurzschlublaufermaschinen*. Ph.D. Dissertation, Darmstad Techn. Hochschule, 1968.
- [35] Helton, J.W. *Operator theory and broadband matching*. Proceedings of the 11<sup>th</sup> Annual Allerton Conference on Communications, Control and Computing, 1976.
- [36] Helton, J.W., Merino, O. *Classical Control using  $H_\infty$  Methods. Theory, Optimization, and Design*. SIAM, USA, 1998.
- [37] Holtz, J. *Pulsewidth Modulation for Electronic Power Conversion*. Proceedings of the IEEE, **82**, no. 8, pp. 1194–1214, August 1994.
- [38] Holtz, J.; Quan, J. *Sensorless Vector Control of Induction Motors at Very Low Speed Using a Nonlinear Inverter Model and Parameter Identification*. IEEE Transactions on Industry Applications, **38**, pp. 1087–1094, 2002.

- [39] Horowitz, I. *Survey of quantitative feedback theory (qft)*. International Journal of Control, **53(2)**, pp. 255–291, 1991.
- [40] Hovd, M.; Skogestad, S. *Sequential design of decentralized controllers*. Automatica, **30(10)**, pp. 1601–1607, 1994.
- [41] Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer–Verlag, UK, 1995.
- [42] Kalman, R.E. *When is a Linear Control System Optimal?* Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering, **86D**, pp 51–60, 1964.
- [43] Kazmierkowski, M.P.; Dzieciakowski, M.A.; Sulkowski, W. *Novel space vector based current controllers for PWM–Inverters*. IEEE Transactions on Power Electronics, **6**, no 1, pp. 158–166, January 1991.
- [44] Kazmierkowski, M.P.; Krishnan, R.; Blaabjerg, F. *Control in Power Electronics. Selected Problems*. Academic Press, USA, 2002.
- [45] Keel, L.H.; Bhattacharyya, S.P. *Robust, Fragile, or Optimal?* IEEE Transactions on Automatic Control, **42**, No. 8, 1997.
- [46] Keel, L.H.; Bhattacharyya, S.P. *Authors’ Reply to “Comments on Robust, Fragile, or Optimal?”* IEEE Transactions on Automatic Control, **43**, No. 9, 1998.
- [47] Kocijan, J.; O’Reilly, J.O. *An example of multivariable combustion, control design within individual channel design framework*. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> IEEE Conference on Control Applications, **1**, pp. 741–746, 1994.
- [48] Kocijan, J.; O’Reilly, J.; Leithead, W.E. *An integrated undergraduate teaching laboratory approach to multivariable control*. IEEE Transactions on Education, **40**, pp. 266–272, 1997.
- [49] Krause, P.C. *Analysis of Electric Machinery*. McGraw–Hill, Singapore, 1987.
- [50] Krause, P.C. *Method of Multiple Reference Frames Applied to the Analysis of Symmetrical Induction Machinery*. IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems, **PAS–87**, pp. 218–227, January, 1968.
- [51] Krishnan, R.; Bharadwaj, A.S. *A Review of Parameter Sensitivity and Adaptation in Indirect Vector Controlled Induction Motor Drive Systems*. IEEE Transactions on Power Electronics, **6**, pp. 695–703, 1991.
- [52] Krstic, M; Kanellakopoulos, I.; Kokotovic, P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, USA, 1995.
- [53] Kwakernaak, H. *Optimal low–sensitivity linear feedback systems*. Automatica, **5(3)**, pp. 279–286, 1969.
- [54] Kwakernaak, H.; Sivan, R. *Linear Optimal Control Systems*. Wiley Interscience, USA, 1972.
- [55] Leithead W.E. *What is Individual Channel Analysis and Design?* Department of Electronic and Electrical Engineering, University of Strathclyde, Scotland; University of Glasgow, Scotland, 1993.
- [56] Leithead, W.E.; O’Reilly, J.O. *Investigation of the ICD structure of systems defined by state space models*. International Journal of Control, **60**, pp. 71–89, 1994.
- [57] Leithead, W.E.; O’Reilly, J.O. *Multivariable control by individual channel design*. International Journal of Control, **54**, pp. 1–46, 1991.
- [58] Leithead, W.E.; O’Reilly, J.O. *M–input M–output feedback control by individual channel design*. International Journal of Control, **56**, pp. 1347–1397, 1992
- [59] Leithead, W.E.; O’Reilly, J.O. *Performance issues in the individual channel 2–input 2–output systems. Part 1: Structural issues*. International Journal of Control, **54**, pp. 47–82, 1991.
- [60] Leithead, W.E.; O’Reilly, J.O. *Performance issues in the individual channel 2–input 2–output systems. Part 2: Robustness issues*. International Journal of Control, **55**, pp. 3–47, 1992.

- [61] Leithead, W.E.; O'Reilly, J.O. *Uncertain SISO systems with fixed stable minimum-phase controllers: relationship of closed-loop systems to plant RHP poles and zeros*. International Journal of Control, **53**, pp. 771–798, 1991.
- [62] Leonhard, W. *Control of Electrical Drives*. Springer-Verlag, 1990.
- [63] Licéaga-Castro, E.; Licéaga-Castro, J. *Submarine depth control by individual channel design*. Proceedings of the 37<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, **3**, pp. 3183–3188, 1998.
- [64] Licéaga-Castro, E.; Licéaga-Castro, J.; Ugalde-Loo, C.E. *Beyond the existence of diagonal controllers: from the relative gain array to the multivariable structure function*. **En revision (ECC & CDC 2005)**.
- [65] Licéaga-Castro, E.; Licéaga-Castro, J.; Ugalde-Loo, C.E. *Efficient submarine depth control*. **En revision (IEEE Transactions on Control Systems Technology)**.
- [66] Licéaga-Castro, E., Ugalde-Loo, C.E.; Licéaga-Castro, J.; Ponce, P. *An Efficient Controller for SV-PWM VSI Based on the Multivariable Structure Function*. **En revision (ECC & CDC 2005, IEEE Transactions on Power Electronics)**.
- [67] Licéaga-Castro, E., Ugalde-Loo, C.E.; Licéaga-Castro, J.; Ponce, P. *A Novel Control Strategy for Induction Motors Based on the Multivariable Structure Function*. **En revision (ECC & CDC 2005, IEEE Transactions on Power Electronics)**.
- [68] Licéaga-Castro, E.; Ugalde-Loo, C.E.; Ponce, P.; Licéaga-Castro, J. *Individual channel design control of an induction motor*. Congreso Nacional de Control Automático. AMCA, Ensenada, Baja California, México, 15–17 de octubre de 2003.
- [69] Licéaga-Castro, J. *Helicopter Flight Control by Individual Channel Design*. Ph.D. Dissertation. University of Glasgow, UK, 1994.
- [70] Licéaga-Castro, J.; Verde, C.; O'Reilly, J.; Leithead, W.E. *Helicopter control using individual channel design*. IEE Proceedings – Control Theory and Applications, **142**, pp. 58–72, 1995.
- [71] Maciejowski, J.M. *Multivariable Feedback Design*. Addison-Wesley, Great Britain, 1989.
- [72] Mäkilä, P.M. *Comments on “Robust, Fragile, or Optimal?”* IEEE Transactions on Automatic Control, **43**, No. 9, 1998.
- [73] Marino, R.; Tomei, P. *Nonlinear Control Design. Geometric, Adaptive & Robust*. Prentice Hall, UK, 1995.
- [74] Mohan, N. *Advanced Electric Drives: Analysis, Control and Modeling using Simulink*. Mnpere, USA, 2001.
- [75] Mohan, N. *Electric Drives – An Integrative Approach*. Mnpere, USA, 2001.
- [76] Mohan, N.; Undeland, T.M.; Robbins, W.P. *Power Electronics, Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, USA, 2003.
- [77] Morari M.; Zafiriou, M. *Robust Process Control*. Prentice-Hall, USA, 1989.
- [78] Nesline, F.W.; Wells, B.H.; Zarchan, P. *A Combined Optimal/Classical Approach to Robust Missile Autopilot Design*. Proceedings of the AIAA Guidance and Control Conference, pp. 265–280, 1979.
- [79] Nesline, F.W.; Zarchan, P. *Why Modern Controllers can go Unstable in Practice*. AIAA Guidance and Control Conference, San Diego, USA, 1982.
- [80] Nijmeijer, H.; van der Schaft, A. *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Springer-Verlag, USA, 1990.
- [81] Ogata, K. *Modern Control Engineering*. Prentice-Hall, USA, 1997.
- [82] O'Kelly, D.; Simmons, S. *Introduction to Generalized Electrical Machine Theory*. McGraw-Hill, United Kingdom, 1968.

- [83] Ong, C.M. *Dynamic Simulation of Electric Machinery using MATLAB®/ SIMULINK*. Prentice–Hall, USA, 1998.
- [84] Patel, R.V.; Munro, N. *Multivariable system theory and design*. Pergamon Press, International Series on Systems and Control, Great Britain, 1982.
- [85] Ponce, P. *Control Directo del Par de un Motor de Inducción sin Sensor de Velocidad*. Tesis de Doctorado. IPN SEPI–ESIME. México, D.F., 2002.
- [86] Ponce, P.; Rodríguez, J. *Induction motor space vector control using adaptive reference model direct and indirect methods*, IEEE, 2000.
- [87] Ponce, P.; Santos, J. *A novel speed sensorless direct torque controlled induction motor drive*. IEEE, IEMDC 2003, Madison, WI, USA, 2003.
- [88] Ramírez, J.C. *Control Directo del Par de un Motor de Inducción Aplicando una Técnica de Modulación de Ancho de Pulso con Vectores Espaciales*. Tesis de Maestría. IPN SEPI–ESIME. México, D.F., 2002.
- [89] Rashid, M. *Electrónica de Potencia: Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones*. Prentice–Hall, México, 1993.
- [90] Rivera, A. *Control de un Motor de Inducción utilizando el Método de Auto–control Directo de Flujo y Par*. Tesis de Maestría. IPN SEPI–ESIME. México, D.F., 2001.
- [91] Robertson, S.S.; Leithead, W.E.; O’Reilly, J. *Design of controller for GVAM aircraft model using ICAD software*. UKACC International Conference on Control ’96, **1**, pp. 533–538, 1996.
- [92] Robertson, S.S.; Leithead, W.E.; O’Reilly, J. *Nyquist/Bode design for multivariable systems with parametric uncertainty*. IEE Colloquium on Robust Control: Theory, Software and Applications, pp 3/1–3/4, 1997.
- [93] Rosenbrock, H.H. *Computer–Aided Control System Design*. Academic Press, USA, 1974.
- [94] Sampe, F. *Análisis del Control Directo del Par de un Motor de Inducción*. Tesis de Maestría. IPN SEPI–ESIME. México, D.F., 2002.
- [95] Sen, P.C. *Principles of Electric Machines and Power Electronics*. John Wiley & Sons, USA, 1997.
- [96] Silvestre, A. *Control Escalar Voltaje/Frecuencia*. Tesis de Licenciatura. IPN ICA–ESIME. México, D.F., 2000.
- [97] Skogestad, S.; Postlethwaite, I. *Multivariable feedback control. Analysis and design*. John Wiley & Sons, Great Britain, 1996.
- [98] Slotine, J.J.E.; Li, W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall International Editions, USA, 1991.
- [99] Takahashi I.; Noguchi, T. *A new quick response and high efficiency control strategy of an induction motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, **22**, pp. 820–827. Sept–Oct, 1986.
- [100] Taoutaou, D.; Castro–Linares, R. *A Controller–Observer Scheme for Induction Motors Based on Passivity Feedback Equivalence and Sliding Modes*. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, **14**, pp. 355–376, 2000.
- [101] Trzynadlowski, A. *Control of Induction Motors*. Academic Press, 2001.
- [102] Ugalde–Loo, C.E.; Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J. *2x2 Individual Channel Design MATLAB® Toolbox*. **En revisión (ECC & CDC 2005)**.
- [103] Ugalde–Loo, C.E.; Licéaga–Castro, E. *Un nuevo método para control multivariable retroalimentado: diseño por canales individuales*. 7mo Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, IPN SEPI–ESIME, Ciudad de México, México, 3–7 de noviembre del 2003.

- [104] Ugalde–Loo, C.E.; Olguín. D.; Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J. *Un nuevo método para control de un generador síncrono: diseño por canales individuales*. 8vo Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, IPN SEPI–ESIME, Ciudad de México, México, 15–19 de noviembre del 2004.
- [105] Ugalde–Loo, C.E.; Olguín. D.; Licéaga–Castro, E.; Licéaga–Castro, J. *A novel control strategy for synchronous generators. En revision (CCA 2005)*.
- [106] Van der Broeck, H.; Skudelny, H.C.; Stanke, G. *Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator Based on Voltage Space Vectors*. IEEE Transactions on Industrial Applications, **24**, No. 1, pp. 142–150, Jan/Feb. 1988.
- [107] Vas, P. *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford, USA, 1998.
- [108] Vas, P. *Vector control of AC machines*. Clarendon Pr., USA, 1990.
- [109] Verghese, G.C.; Sanders, S.R. *Observers for Flux Estimation in Induction Machines*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, **35**, pp. 85–94, 1988.
- [110] Vidyasagar, M. *Nonlinear Systems Analysis*. Marcel Dekker, USA, 1993.
- [111] Zames, G. *Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverse*. IEEE Transactions on Automatic Control, **AC–26**, pp. 301–320, 1981.
- [112] Zhou, K.; Doyle, J. *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, USA, 1998.

# APÉNDICES

# Apéndice A

## MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

El modelo matemático del motor de inducción es definido por un grupo de ecuaciones diferenciales que representan la dinámica del motor con exactitud. Dichas ecuaciones son obtenidas utilizando las leyes físicas que rigen el comportamiento del motor [11]. Dentro del modelo encontramos que sus variables están acopladas entre sí, lo cual hace que su análisis sea complicado. Un cambio de variables es en ocasiones una técnica apropiada para reducir dicha complejidad. Este cambio consiste en transformar las variables reales refiriéndolas a un marco de referencia el cual rota a una velocidad angular arbitraria.

Aunque el comportamiento de una máquina de inducción simétrica puede describirse en cualquier marco de referencia, existen tres que son los más comúnmente utilizados: el marco de referencia estacionario, el marco de referencia del rotor y el marco de referencia síncrono [50]. Las ecuaciones de voltaje para cada uno de estos marcos de referencia se obtienen a partir de las ecuaciones en el marco de referencia arbitrario y mediante asignar la velocidad angular apropiada. Esto es:

- $\omega = 0$  para el marco de referencia *estacionario*
- $\omega = \omega_r$  para el marco de referencia *rotatorio*
- $\omega = \omega_b$  para el marco de referencia *síncrono*

Generalmente, las condiciones de operación determinan el marco de referencia más conveniente para el análisis y/o simulación.

En casi todas sus aplicaciones se considera al motor de inducción teniendo los devanados del estator conectados a una fuente externa de voltaje trifásico balanceado y los devanados del rotor en cortocircuito. Asimismo se sabe que los devanados del estator son idénticos tanto en resistencia  $R_s$  como en el número de vueltas  $N_s$ . Se asume que el entrehierro de la máquina es uniforme. En este trabajo los efectos de la saturación magnética o las pérdidas producidas por efectos de histéresis y corrientes torbellino (corrientes *eddy*) son despreciados [8,11].

El principio de operación del motor se describe a continuación. Con corrientes trifásicas balanceadas fluyendo a través de los devanados del estator, se crea una

fuerza magnetomotriz (FMM) rotatoria en el entrehierro. El rotor gira a una velocidad determinada por la frecuencia de las corrientes del estator y el número de polos de la máquina. El movimiento relativo del rotor con respecto al campo magnético del estator produce un voltaje inducido en el rotor. La velocidad del rotor con respecto a este campo magnético produce corrientes en los devanados cortocircuitados del rotor. A su vez, el flujo de corriente en el rotor produce un campo magnético rotatorio. Debido a que estos campos magnéticos tratan de alinearse en el entrehierro, se produce un par. Sin embargo, existe un límite finito para la velocidad del motor. Si el rotor del motor de inducción estuviera rotando a la velocidad síncrona, el movimiento relativo del rotor con respecto al campo magnético del estator sería cero o estacionario y no habría voltaje inducido, por lo tanto no habría corriente en el rotor ni campo magnético y como consecuencia no habría par y el motor se frenaría como resultado de las pérdidas por rozamiento. Por este motivo el motor solo puede tener una velocidad cercana, pero nunca igual a la de sincronismo. En operación normal, los campos magnéticos del rotor y estator rotan conjuntamente a velocidad síncrona mientras que el rotor en sí gira a una velocidad menor [8,11,27,49,95].

El arreglo de una máquina de inducción simétrica de dos polos, tres fases y conexión estrella se muestra en la figura A.1 [49]. Los devanados del estator son idénticos, concentrados y distribuidos, desplazados  $120^\circ$  uno respecto del otro.

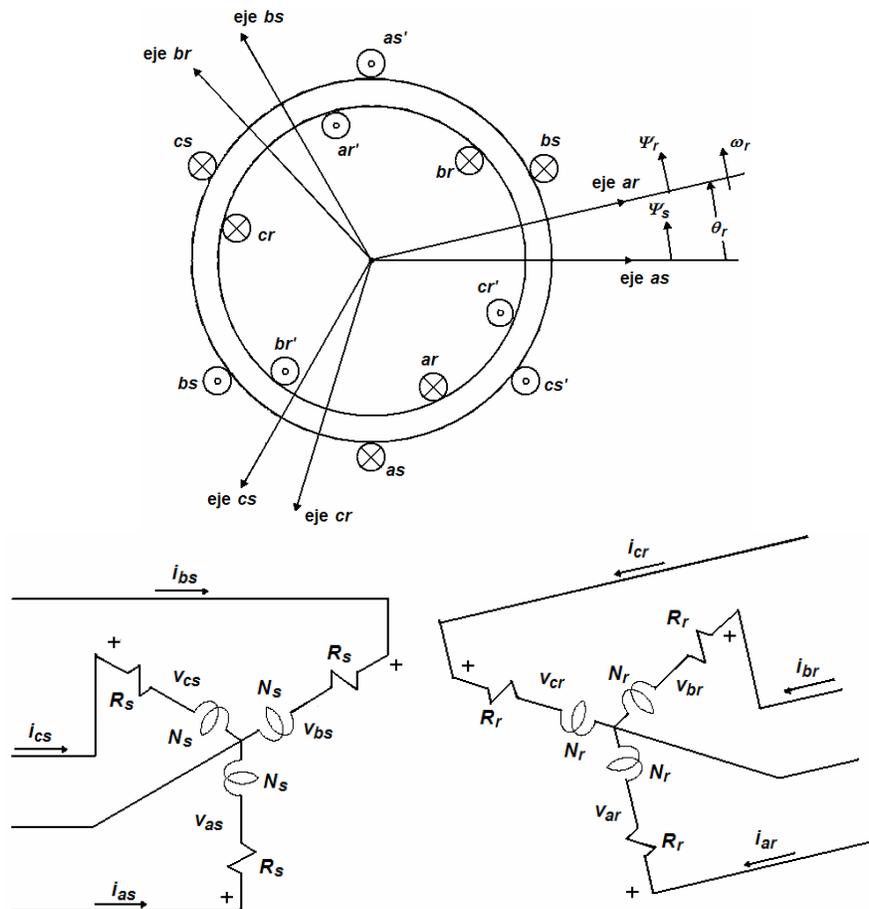


Figura A.1. Motor de inducción trifásico de dos polos conectado en estrella

## A.1. Modelo en Variables Reales

Las inductancias de los devanados de la máquina de inducción pueden ser expresadas similarmente a las de la máquina síncrona de polos salientes. Sin embargo en este caso, el entrehierro de la máquina es uniforme, por lo tanto las variaciones en las inductancias propias del rotor y del estator en función de la posición del rotor no existen. Algunas de las suposiciones y convenciones utilizadas en el desarrollo del modelo son [49]:

- Cada devanado produce una fuerza electromotriz senoidal pura
- Se desprecia el efecto de las ranuras del estator en las inductancias del rotor
- No se considera saturación

De acuerdo a las suposiciones anteriores, las ecuaciones de voltajes en el rotor y en el estator se pueden expresar en forma compacta como

$$\mathbf{v}_{s,abc} = \mathbf{R}_{s,abc} \mathbf{i}_{s,abc} + \mathbf{p}\Psi_{s,abc} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{v}_{r,abc} = \mathbf{R}_{r,abc} \mathbf{i}_{r,abc} + \mathbf{p}\Psi_{r,abc} \quad (\text{A.2})$$

donde

$$\mathbf{v}_{s,abc} = [v_{as} \quad v_{bs} \quad v_{cs}]^T \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{v}_{r,abc} = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{i}_{s,abc} = [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs}]^T \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{i}_{r,abc} = [i_{ar} \quad i_{br} \quad i_{cr}]^T \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{R}_{s,abc} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{R}_{r,abc} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$\Psi_{s,abc} = [\psi_{as} \quad \psi_{bs} \quad \psi_{cs}]^T \quad (\text{A.9})$$

$$\Psi_{r,abc} = [\psi_{ar} \quad \psi_{br} \quad \psi_{cr}]^T \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{s,abc} \\ \Psi_{r,abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s,abc} \\ \mathbf{i}_{r,abc} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Los valores de los elementos de la matriz de (A.12) son

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascscs} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscscs} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscscs} \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{arar} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{brar} & L_{brbr} & L_{brcr} \\ L_{crar} & L_{crbr} & L_{cr cr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{asar} & L_{asbr} & L_{ascrcr} \\ L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bsrcr} \\ L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscrcr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{L}_{rs} = [\mathbf{L}_{sr}]^T \quad (\text{A.16})$$

donde

$$L_{asas} = L_{bsbs} = L_{cscscs} = L_{ls} + L_{ms} \quad (\text{A.17})$$

$$L_{arar} = L_{brbr} = L_{cr cr} = L_{lr} + L_{mr} \quad (\text{A.18})$$

$$L_{asbs} = L_{ascscs} = L_{bsas} = L_{bscscs} = L_{csas} = L_{csbs} = -\frac{1}{2} L_{ms} \quad (\text{A.19})$$

$$L_{arbr} = L_{arcr} = L_{brar} = L_{brcr} = L_{crar} = L_{crbr} = -\frac{1}{2} L_{mr} \quad (\text{A.20})$$

$$L_{asar} = L_{bsbr} = L_{cscrcr} = L_{sr} \cos \theta \quad (\text{A.21})$$

$$L_{asbr} = L_{bscr} = L_{csar} = L_{sr} \cos \left( \theta + \frac{2}{3} \pi \right) \quad (\text{A.22})$$

$$L_{ascrcr} = L_{bsar} = L_{csbr} = L_{sr} \cos \left( \theta - \frac{2}{3} \pi \right) \quad (\text{A.23})$$

De esta forma, las matrices de inductancias (A.13), (A.14) y (A.15) quedan como

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} \\ -\frac{1}{2} L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} \\ -\frac{1}{2} L_{ms} & -\frac{1}{2} L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2} L_{mr} & -\frac{1}{2} L_{mr} \\ -\frac{1}{2} L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2} L_{mr} \\ -\frac{1}{2} L_{mr} & -\frac{1}{2} L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

En las ecuaciones anteriores,  $L_{ls}$  y  $L_{ms}$  son, respectivamente, las inductancias de dispersión y de magnetización de los devanados del estator; similarmente  $L_{lr}$  y  $L_{mr}$  son, respectivamente, las inductancias de dispersión y de magnetización de los devanados del rotor. La inductancia  $L_{sr}$  es la amplitud de las inductancias mutuas ente los devanados del estator y rotor.

Para las anteriores ecuaciones se ha considerado que las variables del rotor están referidas los devanados del estator. De esta manera, las ecuaciones de voltaje son

$$\begin{bmatrix} \Psi_{s,abc} \\ \Psi_{r,abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s + \mathbf{pL}_s & \mathbf{pL}_{sr} \\ \mathbf{p(L}_{sr})^T & \mathbf{R}_r + \mathbf{pL}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s,abc} \\ \mathbf{i}_{r,abc} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

Finalmente, la ecuación del par electromagnético es

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_m &= \frac{1}{J}(T_e - T_L) \\ \dot{\omega}_r &= \frac{p}{2J}(T_e - T_L) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

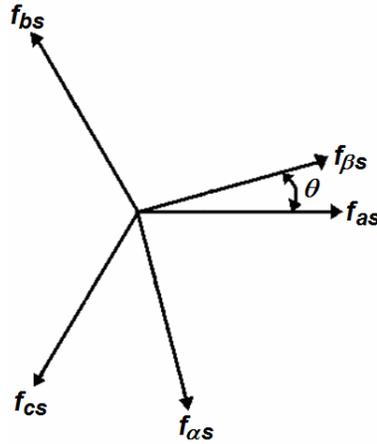
donde  $\omega_m = (2/p)\omega_r$ .

Las expresiones anteriores forman el modelo del motor de inducción en variables reales de la máquina. Puede observarse la complejidad del modelo debido a las inductancias variantes en la matriz de inductancias mutuas.

## A.2. Modelo en Variables $dq0$

El comportamiento dinámico de un motor de inducción es un poco complejo debido a que los devanados trifásicos del rotor se mueven con respecto a los devanados trifásicos del estator. Básicamente, el efecto puede entenderse como el de un transformador con un secundario en movimiento donde los coeficientes de acoplamiento entre las fases del rotor y del estator cambian continuamente con el cambio de la posición del rotor,  $\theta_r$ . Park, en los 1920s, propuso una nueva teoría de análisis de máquinas eléctricas para resolver el problema de los parámetros variantes en el tiempo [8]. Para evitar el tener un modelo donde se incluyan inductancias variables se utilizan las técnicas de Park para hacer un cambio de variables y referirlas a un marco de referencia. El cambio de variables se realiza al transformar las variables reales  $abc$  a un marco de referencia arbitrario en los componentes ficticios  $dq0$  [50,82].

Considérese una máquina de inducción trifásica simétrica con ejes estacionarios  $as$ – $bs$ – $cs$  desfasados  $2\pi/3 \text{ rad}$ , como se muestra en la figura A.2. Es deseable transformar el marco de referencia trifásico estacionario ( $as$ – $bs$ – $cs$ ) a uno de referencia bifásico estacionario ( $\alpha$ – $\beta$ ) y a uno bifásico síncrono ( $d^e$ – $q^e$ ) y viceversa.



**Figura A.2.** Transformación de las variables trifásicas de los circuitos estacionarios a variables  $\alpha$ – $\beta$  estacionarias

La figura A.2 muestra que la transformación del marco  $as$ – $bs$ – $cs$  al  $\alpha$ – $\beta$  puede obtenerse a partir de simples relaciones trigonométricas dadas por:

$$\mathbf{f}_{qd0s} = \mathbf{T}_{qd0^{(0)}} \mathbf{f}_{abcs} \quad (\text{A.29})$$

donde  $\mathbf{f}_{qd0s}$  es la representación bifásica estacionaria de alguna variable trifásica  $\mathbf{f}_{abcs}$  estacionaria, dadas por

$$\mathbf{f}_{qd0s} = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}]^T \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{f}_{abcs} = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}]^T \quad (\text{A.31})$$

y

$$\mathbf{T}_{qd0^{(0)}} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

es la llamada transformación de Clarke. Su inversa es

$$\mathbf{T}_{qd0^{(0)}}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

la cual permite pasar de un marco bifásico a uno trifásico estacionario. Por ejemplo, para los voltajes de estator

$$\begin{bmatrix} v_{\beta s} \\ v_{\alpha s} \\ v_{0s} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

La relación inversa correspondiente es

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\beta s} \\ v_{\alpha s} \\ v_{0s} \end{bmatrix} \quad (\text{A.35})$$

donde  $v_{0s}$  es el llamado componente de secuencia cero, el cual puede estar o no presente. Este valor aparece si existe un hilo neutro conectado al inversor. Cabe destacar que las transformaciones dadas por (A.32) y (A.33) son llamadas *clásicas*, donde a diferencia de las transformaciones a potencia *constante*, no se mantiene la equivalencia en potencia de uno a otro marco [8].

En el ejemplo anterior se consideró al voltaje como la variable. Similarmente, el flujo magnético y la corriente pueden ser transformados usando las mismas relaciones.

Es conveniente considerar que el eje  $\beta$  es alineado con el  $as$  ( $\theta = 0$ ) [8]. Si se ignora el componente de secuencia cero, las relaciones de transformación se simplifican a

$$v_{\beta s} = \frac{2}{3}v_{as} - \frac{1}{3}v_{bs} - \frac{1}{3}v_{cs} = v_{as} \quad (\text{A.36})$$

$$v_{\alpha s} = -\frac{1}{\sqrt{3}}v_{bs} + \frac{1}{\sqrt{3}}v_{cs} \quad (\text{A.37})$$

y

$$v_{as} = v_{\beta s} \quad (\text{A.38})$$

$$v_{bs} = -\frac{1}{2}v_{\beta s} - \frac{\sqrt{3}}{2}v_{\alpha s} \quad (\text{A.39})$$

$$v_{cs} = -\frac{1}{2}v_{\beta s} + \frac{\sqrt{3}}{2}v_{\alpha s} \quad (\text{A.40})$$

Ahora considérense los ejes rotatorios síncronos  $d^e-q^e$ , que rotan a la velocidad síncrona  $\omega_e$  con respecto a los ejes estacionarios  $\alpha-\beta$ , así como el ángulo  $\theta_e = \omega_e t$ , tal como se muestra en la figura A.3. Los devanados  $\alpha-\beta$  pueden ser transformados a devanados ficticios montados sobre los ejes  $d^e-q^e$ .

Los voltajes en el marco de referencia estacionario  $\alpha-\beta$  pueden ser transformados al síncrono  $d^e-q^e$  a través de la figura A.3 según:

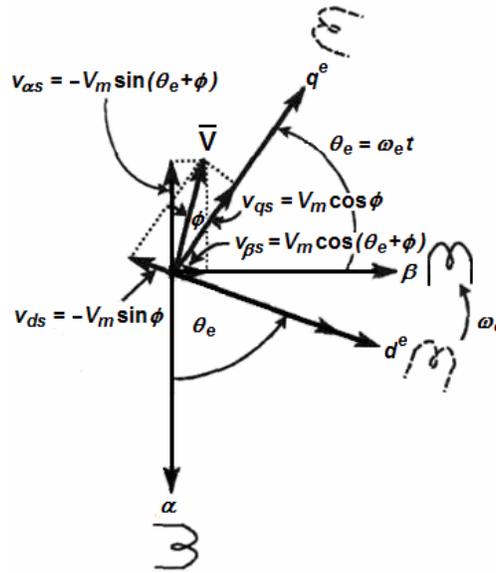
$$v_{qs} = v_{\beta s} \cos \theta_e - v_{\alpha s} \sin \theta_e \quad (\text{A.41})$$

$$v_{ds} = v_{\beta s} \sin \theta_e + v_{\alpha s} \cos \theta_e \quad (\text{A.42})$$

Similarmente, la transformación inversa para pasar del marco de referencia síncrono al estacionario la da

$$v_{\beta s} = v_{qs} \cos \theta_e + v_{ds} \sin \theta_e \quad (\text{A.43})$$

$$v_{\alpha s} = -v_{qs} \sin \theta_e + v_{ds} \cos \theta_e \quad (\text{A.44})$$



**Figura A.3.** Transformación de las variables bifásicas estacionarias a variables bifásicas síncronas

A la transformación que lleva los ejes estacionarios a unos rotatorios que giran a determinada velocidad se le llama transformación de Park. La acción contraria la realiza una transformación inversa de Park.

El siguiente ejemplo ilustra las diferencias de tener las variables en un marco de referencia estacionario o en uno rotatorio (síncrono). Se asume que los voltajes trifásicos del estator son senoidales y balanceados, dados por

$$v_{as} = V_m \cos(\omega_e t + \phi) \quad (\text{A.45})$$

$$v_{bs} = V_m \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3} + \phi\right) \quad (\text{A.46})$$

$$v_{cs} = V_m \cos\left(\omega_e t + \frac{2\pi}{3} + \phi\right) \quad (\text{A.47})$$

Al sustituir las expresiones (A.45), (A.46) y (A.47) en (A.43) y (A.44) se obtiene

$$v_{\beta s} = V_m \cos(\omega_e t + \phi) \quad (\text{A.48})$$

$$v_{\alpha s} = -V_m \sin(\omega_e t + \phi) \quad (\text{A.49})$$

y de nuevo sustituyendo en (A.41) y (2.42) proporciona

$$v_{qs} = V_m \cos \phi \quad (\text{A.50})$$

$$v_{ds} = -V_m \sin \phi \quad (\text{A.51})$$

Las expresiones (A.48) y (A.49) muestran que  $v_{\beta s}$  y  $v_{\alpha s}$  son voltajes bifásicos balanceados de igual magnitud pico donde el segundo está adelantado  $\pi/2$  rad con respecto al otro componente. Las ecuaciones (A.50) y (A.51) verifican el hecho de que las variables senoidales en un marco de referencia estacionario aparecen como cantidades de CD en un marco de referencia síncrono [8]. De forma práctica pueden

existir o no ciertas ventajas de utilizar el modelo del motor de inducción en uno u otro marco [50]. Pueden encontrarse situaciones en las que sea deseable representar las variables de fase del estator en sus valores reales ( $abc$ ). Para tal caso la representación en el marco de referencia estacionario es adecuada ya que los valores reales tienen una relación aritmética con los valores referidos a los ejes  $\alpha$ - $\beta$ , como lo muestran las ecuaciones (A.36)–(A.40).

Las variables en un marco de referencia pueden ser combinadas y representadas por un vector espacial complejo. Dicha idea es algo muy útil y conveniente para el análisis. Esto se debe a que las estrategias actuales de control y de modulación ancho de pulso (PWM, *Pulse Width Modulation*) se basan en ellos [8,74]. De esta forma, el cambio de variables se formula al referir las variables de los circuitos estacionarios y rotatorios a dos vectores espaciales ficticios ( $d$  y  $q$ ) que se mueven a una velocidad angular arbitraria. Por ejemplo, de (A.48) y (A.49) se obtiene

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{V}} &= v_{\beta\alpha s} = v_{\beta s} - jv_{\alpha s} \\ &= V_m \left[ \cos(\omega_e t + \phi) + j \sin(\omega_e t + \phi) \right] \\ &= \hat{V}_m e^{j\phi} e^{j\omega_e t} \\ &= \sqrt{2}V_s e^{j(\theta_e + \phi)}\end{aligned}\tag{A.52}$$

la cual indica que el vector espacial  $\bar{\mathbf{V}}$  rota a una velocidad  $\omega_e$  desde un ángulo inicial  $\phi$  con respecto al eje  $q^e$ . También indica que para una variable senoidal la magnitud del vector es el valor pico, el cual es  $2^{1/2}$  veces la magnitud del valor  $rms$  ( $V_s$ ). Los componentes  $d^e$ - $q^e$  también pueden ser expresados en forma de vector espacial con ayuda de (A.41) y (A.42) como

$$\begin{aligned}v_{qds}^e &= v_{qs} - jv_{ds} \\ &= (v_{\beta s} \cos \theta_e - v_{\alpha s} \sin \theta_e) - j(v_{\beta s} \sin \theta_e + v_{\alpha s} \cos \theta_e) \\ &= (v_{\beta s} - jv_{\alpha s}) e^{-j\theta_e} \\ &= \bar{\mathbf{V}} e^{-j\theta_e}\end{aligned}\tag{A.53}$$

o bien

$$\bar{\mathbf{V}} = v_{\beta s} - jv_{\alpha s} = (v_{qs} - jv_{ds}) e^{j\theta_e}\tag{A.54}$$

Nótese que la magnitud del vector espacial es la misma independientemente de que el marco sea rotatorio o síncrono, es decir,

$$|\bar{\mathbf{V}}| = \hat{V}_m = \sqrt{v_{\beta s}^2 + v_{\alpha s}^2} = \sqrt{v_{qs}^2 + v_{ds}^2}\tag{A.55}$$

En las ecuaciones anteriores, el factor  $e^{j\theta_e}$  puede ser interpretado como un operador rotacional vectorial (VR, llamado vector unitario) que convierte las variables de un marco de referencia rotatorio a uno estacionario. Los valores de  $\cos \theta_e$  y  $\sin \theta_e$  son los componentes cartesianos del vector unitario. En (A.53),  $e^{-j\theta_e}$  define una rotación vectorial inversa ( $VR^{-1}$ ) que convierte las variables de un marco de referencia estacionario a uno síncrono. Similarmente, las variables  $as$ - $bs$ - $cs$  también pueden ser expresadas en forma de vector espacial. Sustituyendo (A.36) y (A.37) en (A.52)

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{V}} &= v_{\beta s} - jv_{\alpha s} \\
 &= \left( \frac{2}{3}v_{\alpha s} - \frac{1}{3}v_{\beta s} - \frac{1}{3}v_{\gamma s} \right) - j \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}v_{\beta s} + \frac{\sqrt{3}}{2}v_{\gamma s} \right) \\
 &= \frac{2}{3} \left[ v_{\alpha s} + \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) v_{\beta s} + \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) v_{\gamma s} \right] \\
 &= \frac{2}{3} [v_{\alpha s} + av_{\beta s} + a^2v_{\gamma s}]
 \end{aligned} \tag{A.56}$$

donde  $a = e^{j2\pi/3}$  y  $a^2 = e^{-j2\pi/3}$ . Los parámetros anteriores pueden interpretarse como vectores unitarios alineados a los ejes  $\beta s$  y  $\gamma s$  de la máquina y con el eje de referencia correspondiente a  $v_{\alpha s}$ . Las variables del rotor pueden ser transformadas de la misma manera [8].

### A.2.1. Modelo en Marco de Referencia Rotatorio Síncrono

Considérese la máquina equivalente bifásica mostrada en la figura A.4.

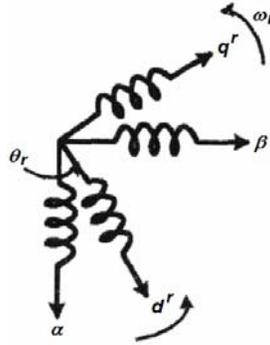


Figura A.4. Máquina equivalente bifásica

Es necesario representar los circuitos  $d^r$ - $q^r$  y  $\alpha$ - $\beta$  y todas sus variables en un marco de referencia rotatorio síncrono. Para el estator se tienen las siguientes ecuaciones:

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta s} \tag{A.57}$$

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + \frac{d}{dt} \psi_{\alpha s} \tag{A.58}$$

Utilizando el concepto de rotación vectorial (VR) en (A.54),

$$v_{\beta \alpha s} = v_{qds}^e e^{j\omega_e t} \tag{A.59}$$

$$i_{\beta \alpha s} = i_{qds}^e e^{j\omega_e t} \tag{A.60}$$

$$\psi_{\beta \alpha s} = \psi_{qds}^e e^{j\omega_e t} \tag{A.61}$$

las expresiones (A.57) y (A.58) se convierten al marco  $d^e$ - $q^e$ :

$$(v_{qs} - jv_{ds})e^{j\omega_e t} = R_s(i_{qs} - ji_{ds})e^{j\omega_e t} + \frac{d}{dt}[(\psi_{qs} - j\psi_{ds})e^{j\omega_e t}] \quad (\text{A.62})$$

⇒

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \psi_{qs} + \omega_e \psi_{ds} \quad (\text{A.63})$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \psi_{ds} - \omega_e \psi_{qs} \quad (\text{A.64})$$

Si se considera un rotor bloqueado, es decir, que  $\omega_r = 0$ , las ecuaciones del rotor para un máquina rotor–devanado doblemente alimentado serían similares a las ecuaciones (A.63) y (A.64)

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \psi_{qr} + \omega_e \psi_{dr} \quad (\text{A.65})$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \psi_{dr} - \omega_e \psi_{qr} \quad (\text{A.66})$$

donde todas las variables del rotor están referidas al estator, como previamente se ha discutido. Sin embargo, el rotor se mueve a una velocidad  $\omega_r$  y, por lo tanto, los ejes  $d^r$ – $q^r$  fijos en el rotor se mueven a una velocidad  $\omega_e - \omega_r$  (relativa al marco de referencia rotatorio síncrono). Además, se considera un motor con una alimentación única en el estator; de esta forma

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \psi_{qr} + (\omega_e - \omega_r) \psi_{dr} \quad (\text{A.67})$$

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \psi_{dr} - (\omega_e - \omega_r) \psi_{qr} \quad (\text{A.68})$$

La figura A.5 muestra los circuitos equivalentes del modelo dinámico  $d^e$ – $q^e$  que satisfacen las ecuaciones anteriores [8].

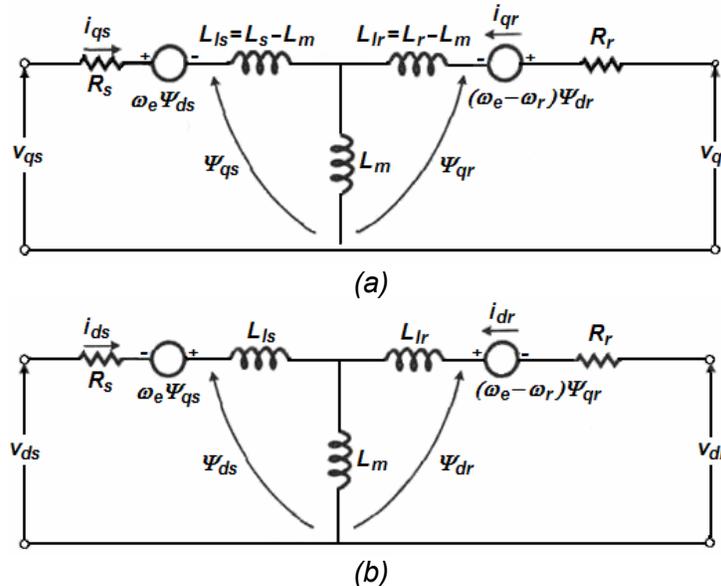


Figura A.5. Circuitos equivalentes dinámicos  $d^e$ – $q^e$  del motor de inducción: (a) Circuito del eje  $q^e$ ; (b) Circuito del eje  $d^e$ .

Las expresiones de los enlaces de flujo magnético en términos de las corrientes pueden ser escritas a partir de los circuitos equivalentes de la figura A.5 como

$$\psi_{qs} = L_{ls}i_{qs} + L_m(i_{qs} + i_{qr}) \quad (\text{A.69})$$

$$\psi_{qr} = L_{lr}i_{qr} + L_m(i_{qs} + i_{qr}) \quad (\text{A.70})$$

$$\psi_{qm} = L_m(i_{qs} + i_{qr}) \quad (\text{A.71})$$

$$\psi_{ds} = L_{ls}i_{ds} + L_m(i_{ds} + i_{dr}) \quad (\text{A.72})$$

$$\psi_{dr} = L_{lr}i_{dr} + L_m(i_{ds} + i_{dr}) \quad (\text{A.73})$$

$$\psi_{dm} = L_m(i_{ds} + i_{dr}) \quad (\text{A.74})$$

Combinando las expresiones (A.69)–(A.74) con (A.63), (A.64), (A.67) y (A.68) se halla el modelo eléctrico en coordenadas síncronas en términos de voltajes y corrientes. De forma matricial,

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + SL_s & \omega_e L_s & SL_m & \omega_e L_m \\ -\omega_e L_s & R_s + SL_s & -\omega_e L_m & SL_m \\ SL_m & (\omega_e - \omega_r)L_m & R_r + SL_r & (\omega_e - \omega_r)L_r \\ -(\omega_e - \omega_r)L_r & SL_m & -(\omega_e - \omega_r)L_m & R_r + SL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.75})$$

donde S es el operador de Laplace.

En forma de vectores espaciales como previamente fueron definidos en (A.54), las expresiones (A.63), (A.64), (A.67) y (A.68) quedan de la siguiente manera:

$$v_{qds} = R_s i_{qds} + \frac{d}{dt} \psi_{qds} + j\omega_e \psi_{qds} \quad (\text{A.76})$$

$$0 = R_r i_{qdr} + \frac{d}{dt} \psi_{qdr} + j(\omega_e - \omega_r) \psi_{qdr} \quad (\text{A.77})$$

Para completar el modelo anterior es necesaria la ecuación de par (Segunda Ley de Newton para sistemas rotatorios), dada por (A.28). Se reescribe a continuación:

$$\dot{\omega}_r = \frac{P}{2J} (T_e - T_L) \quad (\text{A.28})$$

Sin embargo, es posible obtener otras expresiones para el par electromagnético a partir del concepto de producto cruz. El desarrollo del par se realiza de acuerdo a la interacción del flujo magnético en el entrehierro y la fuerza magnetomotriz del rotor, según la expresión

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{P}{2} \right) \psi_m I_r \sin \delta \quad (\text{A.78})$$

que de forma vectorial utilizando vectores espaciales queda como [107]

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{P}{2} \right) (\overline{I_r} \times \overline{\psi_m}) = \frac{3}{2} \left( \frac{P}{2} \right) \text{Im} \left[ \overline{\psi_m} \cdot \overline{I_r}^* \right] \quad (\text{A.79})$$

Resolviendo (A.81), se obtiene

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{qm} i_{dr} - \psi_{dm} i_{qr}) \quad (\text{A.80})$$

Es posible encontrar numerosas expresiones para el par [107]. Estas son

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{dm} i_{qs} - \psi_{qm} i_{ds}) \quad (\text{A.81})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) \quad (\text{A.82})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (\text{A.83})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{qr} i_{dr} - \psi_{dr} i_{qr}) \quad (\text{A.84})$$

De esta forma, la ecuación (A.87) representa el subsistema eléctrico del modelo del motor de inducción en un marco de referencia síncrono. Por otro lado, la ecuación (A.28) y alguna de las expresiones anteriores de par representan el subsistema mecánico. En su conjunto, estas ecuaciones componen el modelo completo electrodinámico de una máquina de inducción en el marco de referencia síncrono. El modelo es de 5<sup>to</sup> orden, no lineal y acoplado. Nótese que en las variables del marco de referencia síncrono se ha suprimido el superíndice e.

## A.2.2. Modelo en Marco de Referencia Estacionario

El modelo dinámico del motor de inducción en un marco de referencia estacionario puede derivarse fácilmente del modelo anterior simplemente haciendo  $\omega_e = 0$  en (A.75) o en las ecuaciones asociadas a ella [8]. Así,

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta s} \quad (\text{A.57})$$

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + \frac{d}{dt} \psi_{\alpha s} \quad (\text{A.58})$$

$$0 = R_r i_{\beta r} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta r} - \omega_r \psi_{\alpha r} \quad (\text{A.85})$$

$$0 = R_r i_{\alpha r} + \frac{d}{dt} \psi_{\alpha r} + \omega_r \psi_{\beta r} \quad (\text{A.86})$$

o bien

$$\begin{bmatrix} v_{\beta s} \\ v_{\alpha s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + SL_s & 0 & SL_m & 0 \\ 0 & R_s + SL_s & 0 & SL_m \\ SL_m & -\omega_r L_m & R_r + SL_r & -\omega_r L_r \\ \omega_r L_r & SL_m & \omega_r L_m & R_r + SL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\beta s} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta r} \\ i_{\alpha r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.87})$$

En forma de vectores espaciales previamente definidos en (A.52), las expresiones (A.57), (A.58), (A.85) y (A.86) quedan como

$$v_{\beta\alpha s} = R_s i_{\beta\alpha s} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta\alpha s} \quad (\text{A.88})$$

$$0 = R_r i_{\beta\alpha r} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta\alpha r} - j\omega_r \psi_{\beta\alpha r} \quad (\text{A.89})$$

Las expresiones para el par son exactamente las mismas que en el marco de referencia síncrono, pues provienen de un producto cruz entre dos vectores (el ángulo tomado es entre ellos y no entre los ejes). En otras palabras, la expresión del par es invariante al marco de referencia. De esta manera

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{\beta m} i_{\alpha r} - \psi_{\alpha m} i_{\beta r}) \quad (\text{A.90})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{\alpha m} i_{\beta s} - \psi_{\beta m} i_{\alpha s}) \quad (\text{A.91})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{\alpha s} i_{\beta s} - \psi_{\beta s} i_{\alpha s}) \quad (\text{A.92})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) L_m (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \quad (\text{A.93})$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\psi_{\beta r} i_{\alpha r} - \psi_{\alpha r} i_{\beta r}) \quad (\text{A.94})$$

La ecuación (A.87) representa el subsistema eléctrico del modelo del motor de inducción en un marco de referencia estacionario. Por otro lado, la ecuación (A.87) y alguna de las expresiones anteriores de par representan el subsistema mecánico. En su conjunto, estas ecuaciones conforman el modelo electromecánico del motor de inducción en un marco de referencia estacionario.

### A.2.3. Modelo en Marco de Referencia Rotatorio Síncrono en Ecuaciones de Espacio de Estado

Dicho modelo es útil para la simulación computacional y es sumamente importante para el análisis transitorio. Se utilizarán a los flujos magnéticos como variables de estado, pero es relativamente simple hacer un modelo con corrientes o mezclado entre flujos y corrientes [8].

Se define

$$F_{qs} = \omega_b \psi_{qs} \quad (\text{A.95})$$

$$F_{qr} = \omega_b \psi_{qr} \quad (\text{A.96})$$

$$F_{ds} = \omega_b \psi_{ds} \quad (\text{A.97})$$

$$F_{dr} = \omega_b \psi_{dr} \quad (\text{A.98})$$

donde  $\omega_b$  es la frecuencia base de la máquina. Por ejemplo, una elección de la frecuencia base puede ser  $\omega_b = \omega_e$ . Sustituyendo en (A.63), (A.64), (A.67) y (A.68) se obtiene

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{qs} + \frac{\omega_e}{\omega_b} F_{ds} \quad (\text{A.99})$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{ds} - \frac{\omega_e}{\omega_b} F_{qs} \quad (\text{A.100})$$

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{qr} + \frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} F_{dr} \quad (\text{A.101})$$

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{dr} - \frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} F_{qr} \quad (\text{A.102})$$

Si se multiplican las expresiones (A.69)–(A.74) por la frecuencia base, las ecuaciones de los flujos quedan como

$$F_{qs} = \omega_b \psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (\text{A.103})$$

$$F_{qr} = \omega_b \psi_{qr} = X_{lr} i_{qr} + X_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (\text{A.104})$$

$$F_{qm} = \omega_b \psi_{qm} = X_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (\text{A.105})$$

$$F_{ds} = \omega_b \psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (\text{A.106})$$

$$F_{dr} = \omega_b \psi_{dr} = X_{lr} i_{dr} + X_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (\text{A.107})$$

$$F_{dm} = \omega_b \psi_{dm} = X_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (\text{A.108})$$

donde  $X_{ls} = \omega_b L_{ls}$ ,  $X_{lr} = \omega_b L_{lr}$  y  $X_m = \omega_b L_m$ , o bien

$$F_{qs} = X_{ls} i_{qs} + F_{qm} \quad (\text{A.109})$$

$$F_{qr} = X_{lr} i_{qr} + F_{qm} \quad (\text{A.110})$$

$$F_{ds} = X_{ls} i_{ds} + F_{dm} \quad (\text{A.111})$$

$$F_{dr} = X_{lr} i_{dr} + F_{dm} \quad (\text{A.112})$$

Despejando las corrientes de (A.109)–(A.112) en términos de los enlaces de flujo, se tiene

$$i_{qs} = \frac{F_{qs} - F_{qm}}{X_{ls}} \quad (\text{A.113})$$

$$i_{qr} = \frac{F_{qr} - F_{qm}}{X_{lr}} \quad (\text{A.114})$$

$$i_{ds} = \frac{F_{ds} - F_{dm}}{X_{ls}} \quad (\text{A.115})$$

$$i_{dr} = \frac{F_{dr} - F_{dm}}{X_{lr}} \quad (\text{A.116})$$

Sustituyendo (A.113)–(A.116) en (A.109)–(A.112) y simplificando, se obtiene

$$F_{qm} = \frac{X_{m1}}{X_{ls}} F_{qs} + \frac{X_{m1}}{X_{lr}} F_{qr} \quad (\text{A.117})$$

$$F_{dm} = \frac{X_{m1}}{X_{ls}} F_{ds} + \frac{X_{m1}}{X_{lr}} F_{dr} \quad (\text{A.118})$$

donde

$$X_{m1} = \frac{1}{\left( \frac{1}{X_m} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X_{lr}} \right)} \quad (\text{A.119})$$

Sustituyendo las expresiones de corriente (A.113)–(A.116) las de voltaje (A.99)–(A.102) se obtiene

$$v_{qs} = \frac{R_s}{X_{ls}} (F_{qs} - F_{qm}) + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{qs} + \frac{\omega_e}{\omega_b} F_{ds} \quad (\text{A.120})$$

$$v_{ds} = \frac{R_s}{X_{ls}} (F_{ds} - F_{dm}) + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{ds} - \frac{\omega_e}{\omega_b} F_{qs} \quad (\text{A.121})$$

$$0 = \frac{R_r}{X_{lr}} (F_{qr} - F_{qm}) + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{qr} + \frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} F_{dr} \quad (\text{A.122})$$

$$0 = \frac{R_r}{X_{lr}} (F_{dr} - F_{dm}) + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} F_{dr} - \frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} F_{qr} \quad (\text{A.123})$$

Rearreglando las ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente representación en espacio de estado

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} F_{qs} &= \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega_e}{\omega_b} F_{ds} - \frac{R_s}{X_{ls}} (F_{qs} - F_{qm}) \right] \\ \frac{d}{dt} F_{ds} &= \omega_b \left[ v_{ds} + \frac{\omega_e}{\omega_b} F_{qs} - \frac{R_s}{X_{ls}} (F_{ds} - F_{dm}) \right] \\ \frac{d}{dt} F_{qr} &= -\omega_b \left[ \frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} F_{dr} + \frac{R_r}{X_{lr}} (F_{qr} - F_{qm}) \right] \\ \frac{d}{dt} F_{dr} &= -\omega_b \left[ -\frac{(\omega_e - \omega_r)}{\omega_b} F_{qr} + \frac{R_r}{X_{lr}} (F_{dr} - F_{dm}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.124})$$

El modelo se completa a partir de (A.86) y (A.28)

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) \frac{1}{\omega_b} (F_{ds} i_{qs} - F_{qs} i_{ds}) \quad (\text{A.125})$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{P}{2J} (T_e - T_L) \quad (\text{A.28})$$

A continuación se muestra la simulación digital de la libre aceleración del motor de inducción en un marco de referencia síncrono. La simulación se hace en el software computacional MATLAB®/SIMULINK® (el modelo puede ser hallado en el Apéndice D), considerando un inversor ideal modulado con PWM (explicado en el Apéndice B). Los parámetros del motor son los siguientes

$R_s = 1.77\Omega$	$J = 0.025 \text{Kg} \cdot \text{m}^2$	$V_{LLrms} = 460\text{V}$
$R_r = 1.34\Omega$	$p = 4$	$s_{nom} = 0.0172$
$X_{ls} = 5.25\Omega$	$f = 60\text{Hz}$	$\omega_{m,nom} = 1769\text{RPM}$
$X_{lr} = 4.57\Omega$		
$X_m = 139\Omega$		

El voltaje del bus de directa utilizado es de

$$V_d = 600V$$

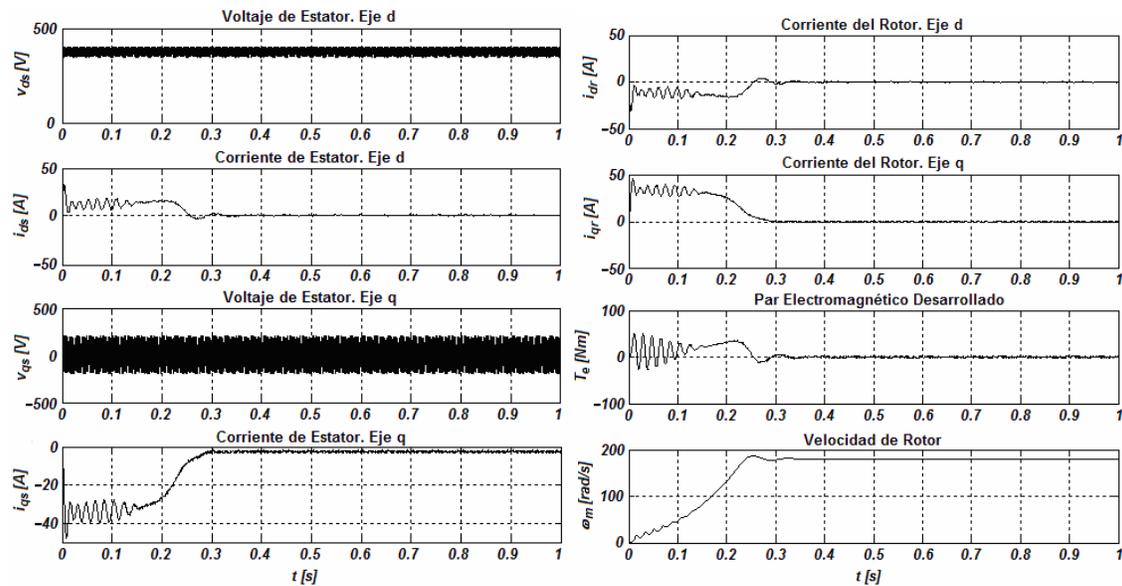
La frecuencia de conmutación (frecuencia de la señal triangular) es de

$$f_s = 20kHz$$

Se usa un método de integración Runge-Kutta de 4<sup>to</sup> orden con un paso de integración fijo de

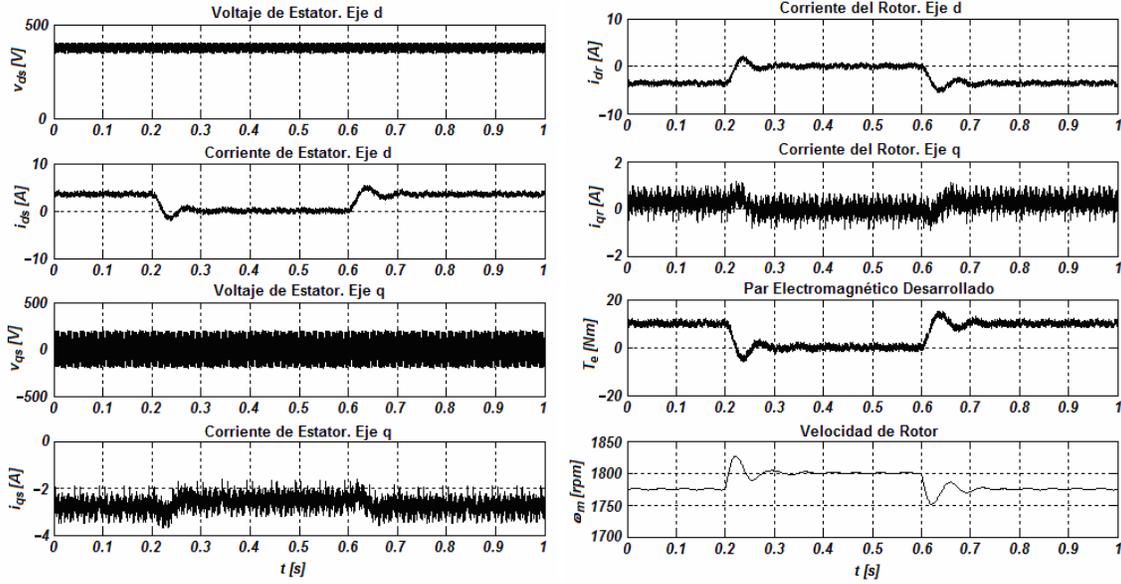
$$T_s = 2 \times 10^{-5} s$$

Las figuras A.6 y A.7 muestran los resultados de la simulación



**Figura A.6.** Libre aceleración del motor de inducción en un marco de referencia sincrónico

En la figura A.6 se muestra la libre aceleración del motor de inducción en el marco de referencia sincrónico. La posición cero del marco de referencia es seleccionado de tal manera que  $v_{ds}$  tenga el valor de la amplitud del voltaje de fase aplicado al estator y  $v_{qs}$  sea igual a cero. Como era de esperarse, los valores de los voltajes y corrientes aparecen como cantidades de CD. En la simulación, el rotor acelera desde cero hasta su velocidad sincrónica. Como puede observarse, existe un par de aceleración, el cual cae a cero una vez que la velocidad sincrónica se alcanza. Las corrientes y voltajes tienen un transitorio hasta que la velocidad llega a la sincrónica. Después de ese momento aparecen como cantidades fijas de CD. El  $v_{qs}$  no es puramente cero debido a que está modulado y aparecen transiciones por la conmutación del inversor. Lo mismo pasa con  $v_{ds}$ . Su valor no es exactamente el valor del bus de CD.



**Figura A.7.** Comportamiento del motor de inducción en un marco de referencia síncrono ante cambios repentinos de carga

En la figura A.7 se muestra el comportamiento del motor de inducción ante cambios repentinos de carga. El motor es libremente acelerado hasta que llega a un estado estacionario en el que se alcanza la velocidad síncrona. Después algunas variaciones en la carga empiezan a ocurrir. Como puede observarse, al aumentar la carga la velocidad tiende a disminuir. Se observan también variaciones en las corrientes. Tienen un ligero transitorio para después llegar a estado estacionario. Una vez que la carga se vuelve cero nuevamente, la velocidad tiende a aumentar para llegar a su estado estacionario. En el transitorio se ve presente un pequeño par de aceleración hasta que la velocidad llega al valor de sincronismo.

### A.2.4. Modelo en Marco de Referencia Estacionario en Ecuaciones de Espacio de Estado

Al igual que la representación en espacio de estado anterior, el modelo en marco de referencia estacionario en ecuaciones de espacio de estado también es muy útil [8].

Las ecuaciones (A.69), (A.70), (A.72) y (A.73) se pueden escribir en un marco de referencia estacionario a partir de una rotación vectorial como

$$\psi_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + L_m i_{\beta r} \tag{A.126}$$

$$\psi_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + L_m i_{\alpha r} \tag{A.127}$$

$$\psi_{\beta r} = L_r i_{\beta r} + L_m i_{\beta s} \tag{A.128}$$

$$\psi_{\alpha r} = L_r i_{\alpha r} + L_m i_{\alpha s} \tag{A.129}$$

donde  $L_s = L_m + L_{ls}$  y  $L_r = L_m + L_{lr}$ . Despejando las corrientes del rotor de (A.128) y (A.129)

$$i_{\beta r} = \frac{\psi_{\beta r} - L_m i_{\beta s}}{L_r} \quad (\text{A.130})$$

$$i_{\alpha r} = \frac{\psi_{\alpha r} - L_m i_{\alpha s}}{L_r} \quad (\text{A.131})$$

y sustituyéndolas en (A.126) y (A.127) se obtiene

$$\psi_{\beta s} = \frac{L_m}{L_r} \psi_{\beta r} + \sigma L_s i_{\beta s} \quad (\text{A.132})$$

$$\psi_{\alpha s} = \frac{L_m}{L_r} \psi_{\alpha r} + \sigma L_s i_{\alpha s} \quad (\text{A.133})$$

donde

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad (\text{A.134})$$

Las ecuaciones de voltaje del rotor fueron dadas por

$$0 = R_r i_{\beta r} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta r} - \omega_r \psi_{\alpha r} \quad (\text{A.85})$$

$$0 = R_r i_{\alpha r} + \frac{d}{dt} \psi_{\alpha r} + \omega_r \psi_{\beta r} \quad (\text{A.86})$$

Sustituyendo (A.130) y (A.131) en (A.85) y (A.86) arroja

$$\frac{d}{dt} \psi_{\beta r} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{\beta r} + \omega_r \psi_{\alpha r} + \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\beta s} \quad (\text{A.135})$$

$$\frac{d}{dt} \psi_{\alpha r} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{\alpha r} - \omega_r \psi_{\beta r} + \frac{L_m R_r}{L_r} i_{\alpha s} \quad (\text{A.136})$$

Recordando, las expresiones de los voltajes del estator están dadas por

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta s} \quad (\text{A.57})$$

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + \frac{d}{dt} \psi_{\alpha s} \quad (\text{A.58})$$

Los flujos del rotor, del estator y mutuos en el marco de referencia síncrono dados por (A.69)–(A.74) pueden ser expresados en el marco de referencia estacionario después de hacer una rotación vectorial inversa de la siguiente manera

$$\psi_{\beta s} = L_{ls} i_{\beta s} + L_m (i_{\beta s} + i_{\beta r}) = L_m i_{\beta r} + L_s i_{\beta s} \quad (\text{A.137})$$

$$\psi_{\beta r} = L_{lr} i_{\beta r} + L_m (i_{\beta s} + i_{\beta r}) = L_m i_{\beta s} + L_r i_{\beta r} \quad (\text{A.138})$$

$$\psi_{\beta m} = L_m (i_{\beta s} + i_{\beta r}) \quad (\text{A.139})$$

$$\psi_{\alpha s} = L_{ls} i_{\alpha s} + L_m (i_{\alpha s} + i_{\alpha r}) = L_m i_{\alpha r} + L_s i_{\alpha s} \quad (\text{A.140})$$

$$\psi_{\alpha r} = L_{lr} i_{\alpha r} + L_m (i_{\alpha s} + i_{\alpha r}) = L_m i_{\alpha s} + L_r i_{\alpha r} \quad (\text{A.141})$$

$$\psi_{\alpha m} = L_m (i_{\alpha s} + i_{\alpha r}) \quad (\text{A.142})$$

Despejando las corrientes del rotor de los flujos mutuos dados en (A.139) y (A.142) arroja

$$i_{\beta r} = \frac{\psi_{\beta m}}{L_m} - i_{\beta s} \quad (\text{A.143})$$

$$i_{\alpha r} = \frac{\psi_{\alpha m}}{L_m} - i_{\alpha s} \quad (\text{A.144})$$

y sustituyendo en (A.138) y (A.139) proporciona las siguientes expresiones

$$\psi_{\beta r} = \frac{L_r}{L_m} \psi_{\beta m} - L_r i_{\beta s} \quad (\text{A.145})$$

$$\psi_{\alpha r} = \frac{L_r}{L_m} \psi_{\alpha m} - L_r i_{\alpha s} \quad (\text{A.146})$$

las cuales pueden ser reescritas con ayuda de (A.139) y (A.142) como

$$\psi_{\beta r} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{\beta s} - \sigma L_s i_{\beta s}) \quad (\text{A.147})$$

$$\psi_{\alpha r} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{\alpha s} - \sigma L_s i_{\alpha s}) \quad (\text{A.148})$$

Ahora, (A.57) y (A.58) se reescriben con ayuda de (A.137), (A.139), (A.140) y (A.142) como

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + L_{ls} \frac{d}{dt} i_{\beta s} + \frac{d}{dt} \psi_{\beta m} \quad (\text{A.149})$$

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + L_{ls} \frac{d}{dt} i_{\alpha s} + \frac{d}{dt} \psi_{\alpha m} \quad (\text{A.150})$$

Sustituyendo (A.147) en (A.149) y (A.148) en (A.150) y simplificando da

$$v_{\beta s} = \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{\beta r} + R_s i_{\beta s} + \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{\beta s} \quad (\text{A.151})$$

$$v_{\alpha s} = \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{\alpha r} + R_s i_{\alpha s} + \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{\alpha s} \quad (\text{A.152})$$

Finalmente, después de sustituir (A.135) y (A.136) en (A.151) y (A.152) y hacer las simplificaciones correspondientes, se obtiene

$$\frac{d}{dt} i_{\beta s} = -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r^2} i_{\beta s} - \frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r} \psi_{\alpha r} + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{\beta r} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{\beta s} \quad (\text{A.153})$$

$$\frac{d}{dt} i_{\alpha s} = -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r^2} i_{\alpha s} + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{\alpha r} + \frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r} \psi_{\beta r} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{\alpha s} \quad (\text{A.154})$$

Las ecuaciones (A.135), (A.136), (A.153) y (A.154) constituyen las ecuaciones de estado deseadas, las cuales pueden ser escritas en la forma

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{V}_s \quad (\text{A.155})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

donde

$$\mathbf{x} = [i_{\alpha s} \quad i_{\beta s} \quad \psi_{\alpha r} \quad \psi_{\beta r}]^T \quad (\text{A.156})$$

$$\mathbf{V}_s = [v_{\alpha s} \quad v_{\beta s} \quad 0 \quad 0]^T \quad (\text{A.157})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r^2} & 0 & \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r} \\ 0 & -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{L_m \omega_r}{\sigma L_s L_r} & \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \\ \frac{L_m R_r}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_r \\ 0 & \frac{L_m R_r}{L_r} & \omega_r & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.158})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.159})$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.160})$$

$$\mathbf{y} = [i_{\alpha s} \quad i_{\beta s}]^T \quad (\text{A.161})$$

La ecuación del par que relaciona a las variables de estado se obtiene al sustituir (A.147) y (A.148) en (A.91), la cual es

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) \frac{L_m}{L_r} (\psi_{\alpha r} i_{\beta s} - \psi_{\beta r} i_{\alpha s}) \quad (\text{A.162})$$

que junto con (A.28) completa el modelo.

A continuación se hace la simulación digital de la libre aceleración del motor de inducción en un marco de referencia estacionario. Como en la simulación anterior, el software computacional utilizado es MATLAB® (el modelo de simulación puede encontrarse en el Apéndice D). Se considera un inversor ideal. La modulación realizada es ideal y de ganancia unitaria. Los parámetros del motor son exactamente iguales a los de la simulación en el marco de referencia síncrono. Se usa un método de integración Runge-Kutta de 4to orden, con un paso de integración fijo de

$$T_s = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$$

Las figuras A.8 y A.9 muestran los resultados de la simulación.

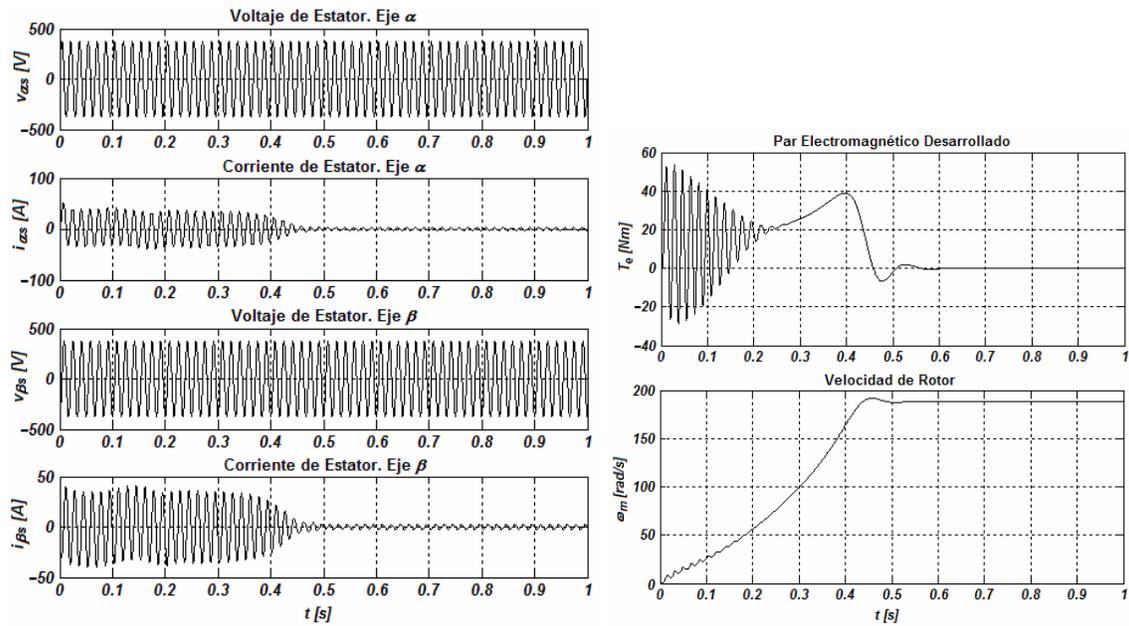


Figura A.8. Libre aceleración del motor de inducción en un marco de referencia estacionario

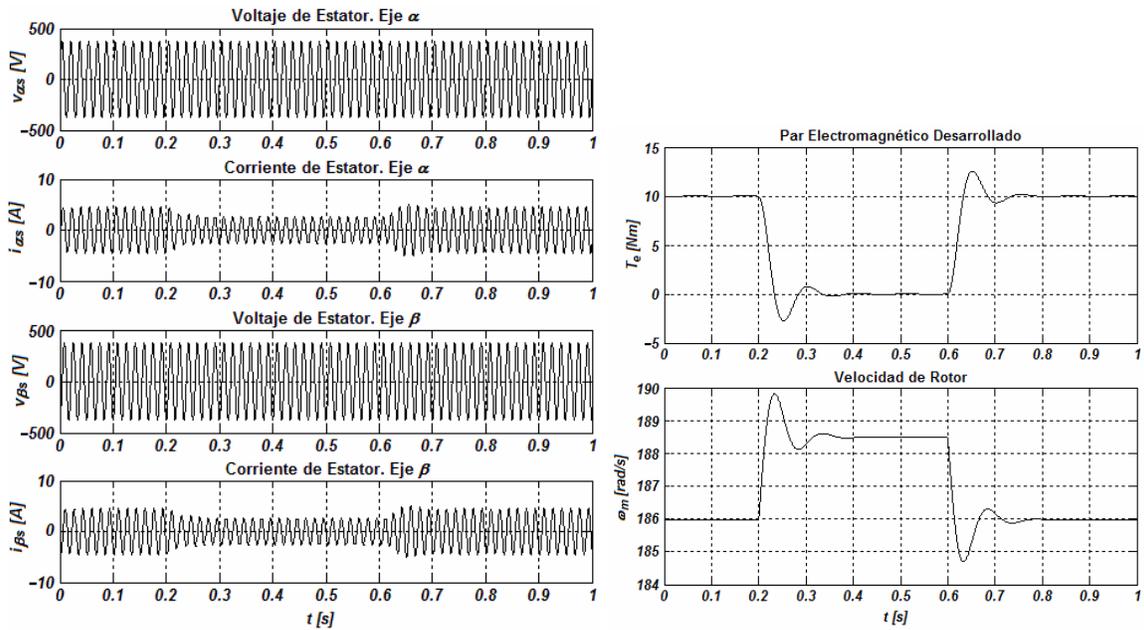


Figura A.9. Comportamiento del motor de inducción en un marco de referencia estacionario ante cambios repentinos de carga

En la figura A.8 se muestra la libre aceleración del motor de inducción en el marco de referencia estacionario. El comportamiento mecánico es similar al de la simulación en el marco de referencia síncrono. Las cantidades que aparecían como de CD directa ahora son señales senoidales, como era de esperarse. En la simulación, el rotor acelera desde cero hasta su velocidad síncrona. Como puede observarse, existe un par de aceleración, el cual cae a cero una vez que la velocidad síncrona se alcanza. Las corrientes tienen un transitorio hasta que la velocidad llega a la síncrona. Después de ese momento aparecen como señales senoidales con amplitud constante. El valor máximo de los voltajes  $v_{\beta s}$  y  $v_{\alpha s}$  es igual al valor del bus de CD.

En la figura A.9 se muestra el comportamiento del motor de inducción ante cambios repentinos de carga. El motor es libremente acelerado hasta que llega a un estado estacionario en el que se alcanza la velocidad síncrona. Después algunas variaciones en la carga empiezan a ocurrir (similares a las de la simulación en el marco de referencia síncrono). El comportamiento de las variables mecánicas es exactamente el mismo, como era de esperarse. De otra forma, se puede decir que el desarrollo de la velocidad y del par es invariante al marco de referencia que se use. Las señales de corriente siguen siendo señales senoidales y presentan un cambio de amplitud ante la variación de la carga.

## Apéndice B

### EL INVERSOR FUENTE DE VOLTAJE Y LA MODULACIÓN ANCHO DE PULSO POR VECTORES ESPACIALES

El control y el modelado de los accionamientos de CA son mucho más complejos que aquellos de CD [8]. Dentro de las máquinas de CA, los motores de inducción con motor con rotor tipo jaula de ardilla son el caballo de hierro de la industria debido a su bajo costo y a otras características enumeradas previamente [49]. Al ser operado directamente desde las líneas de voltaje (a 60 Hz de entrada con un voltaje esencialmente constante), los motores de inducción operan a una velocidad casi constante. Sin embargo, con el uso de convertidores de electrónica de potencia es posible variar la velocidad del motor [76].

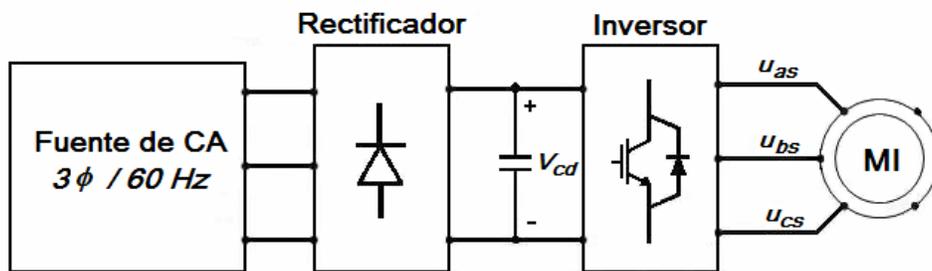
Entonces, es necesario tener convertidores capaces de proporcionar frecuencia variable y una fuente de poder con el menor contenido armónico posible. Aun más dificultades se encuentran al procesar las señales retroalimentadas en la presencia de armónicos. Normalmente se utilizan convertidores **Modulados por Ancho de Pulso** (PWM, *Pulse Width Modulation*) alimentados por voltaje con la finalidad de resolver este problema. Existen numerosas técnicas que han sido desarrolladas en los últimos años. A pesar de que estas soluciones proporcionan un buen desempeño, aun existe presencia de errores debido a estados transitorios, a la estimación de variables de estado y rizado debido a armónicos [8].

Sin embargo, la existencia de cada vez más poderosos **Procesadores Digitales de Señales** (DSP, *Digital Signal Processor*) para el control de accionamientos eléctricos proporciona grandes oportunidades para mejorar la modulación mediante algoritmos un poco más complejos, como la modulación **PWM por vectores espaciales** (SV-PWM, *Space Vector Pulse Width Modulation*) [74]. De hecho, este tipo de modulación tiene ciertas ventajas sobre otros métodos como un menor contenido armónico en las señales de corriente y de voltaje y un índice de modulación posible más alto [106].

A continuación se presenta un tipo en específico de convertidores fuente de voltaje, el **Inversor Fuente de Voltaje** (VSI, *Voltage Source Inverter*), y la estrategia de modulación utilizada en el presente proyecto de investigación. Se hace el desarrollo matemático del SV-PWM y se presentan simulaciones para evaluar su desempeño.

## B.1. El Inversor Fuente de Voltaje

El Inversor Fuente de Voltaje (VSI, *Voltage Source Inverter*) es un dispositivo que recibe un voltaje de CD y lo convierte a CA. El inversor es alimentado por una fuente de voltaje a la entrada y su impedancia de Thevenin debe ser idealmente cero. El voltaje de CD puede ser fijo o variable y puede ser obtenido de una línea o de una máquina rotatoria de CA a través de un rectificador y un filtro. La salida en este caso será trifásica y la forma de onda puede ser tipo PWM, entre otras [8,76]. La figura B.1 muestra el funcionamiento del VSI, el cual acepta un voltaje de CD como entrada y produce una salida de CA, la cual alimenta al motor de inducción.



**Figura B.1.** Inversor Fuente de Voltaje en un accionamiento de un motor de inducción

En este tipo de convertidores los dispositivos semiconductores de potencia por lo general quedan polarizados directamente debido al voltaje de alimentación de CD; por lo tanto, dispositivos controlados como los GTOs, BJTs, IGBTs, MOSFETs de potencia e IGCTs son adecuados. Un diodo de libre retorno es conectado en paralelo con cada dispositivo para tener libre flujo de corriente inversa con la finalidad de evitar daños al semiconductor. Un aspecto muy importante es que la forma de onda de voltaje de CA no es afectada por los parámetros de la carga [8].

El VSI básicamente actúa como una interfaz entre el sistema de alimentación y el motor de inducción y satisface los siguientes requerimientos [76]:

- Ajusta la frecuencia de acuerdo a la velocidad de salida deseada;
- Ajusta el voltaje de salida para mantener un flujo en el entrehierro constante en la región de operación de par constante del motor de inducción;
- Proporciona una corriente nominal de forma continua a cualquier frecuencia.

Los VSI pueden clasificarse basándose en el tipo de rectificador e inversor utilizado. Sin embargo, de acuerdo a la forma de operación, los VSI trifásicos se clasifican en [76]:

1. **Inversor Fuente de Voltaje con Modulación Ancho de Pulso (VSI-PWM).**- El voltaje de CD es esencialmente constante en magnitud y se usa un rectificador a diodos para rectificar el voltaje de línea. El inversor debe controlar la magnitud y la frecuencia de los voltajes de CA de salida. Esto es logrado por la modulación ancho de pulso (PWM – *Pulse Width Modulation*) de los interruptores del inversor. Existen varios esquemas para hacer este tipo de modulación de forma que los voltajes de salida sean lo más parecidos posibles a una señal senoidal. Entre ellos está el PWM senoidal (SPWM – *Sinusoidal PWM*), PWM de eliminación armónica seleccionada (SHE PWM – *Selected Harmonic Elimination PWM*), PWM de corriente de rizado mínima, PWM de vectores espaciales (SV-PWM – *Space Vector PWM*), PWM aleatorio, PWM con control de corriente por banda de histéresis, PWM senoidal con control de corriente instantánea, modulación delta, y modulación sigma-delta.
  
2. **Inversor Fuente de Voltaje de onda cuadrada.**- El voltaje de entrada de CD es controlado para controlar la magnitud del voltaje de salida de CA; por lo tanto, el inversor solamente controla la frecuencia del voltaje de salida. La forma de onda de salida de CA es similar a la onda cuadrada.

En ambos VSIs, un capacitor grande es utilizado para lograr que la entrada al inversor sea similar a la de una fuente de voltaje con una impedancia interna muy baja a la frecuencia de conmutación del inversor.

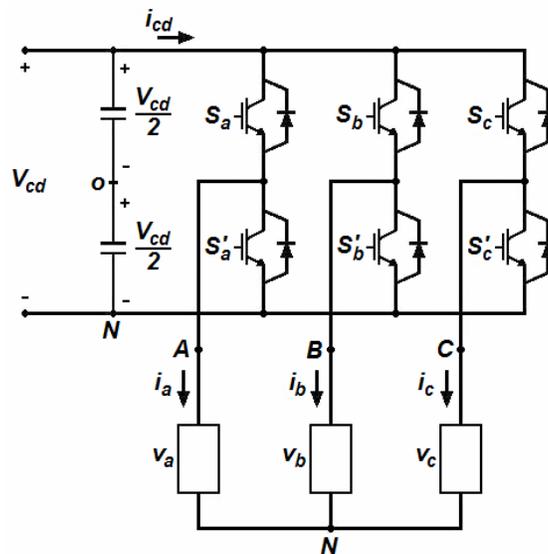


Figura B.2. Inversor Fuente de Voltaje trifásico

El inversor trifásico más usado consiste de tres ramas, una para cada fase, como se muestra en la figura B.2. La salida de cada rama, por ejemplo el voltaje  $V_{AN}$  (con respecto al bus negativo de CD), depende sólo de  $V_{cd}$  y del estado del interruptor. El voltaje de salida es independiente de la corriente de salida de la carga ya que siempre uno de los dos interruptores de la rama está encendido (cerrado) a cada instante. Esta consideración es válida si se ignora el tiempo muerto en cada conmutación asumiendo que los interruptores son ideales.

## B.2. La Modulación Ancho de Pulso Senoidal [76]

En este trabajo se utiliza el primer tipo de VSI de los dos descritos previamente (*i.e.* VSI-PWM). Antes de estudiar el funcionamiento del SV-PWM se discute el del PWM senoidal. Como se dijo anteriormente, el objetivo es el de dar forma y controlar los voltajes de salida trifásicos en magnitud y frecuencia con un voltaje de entrada constante. Para obtener voltajes trifásicos balanceados de salida es necesario utilizar una forma de onda triangular,  $v_{tri}$ , que es comparada contra tres voltajes senoidales de control desfasados  $120^\circ$  entre sí, como se muestra en la figura B.3.

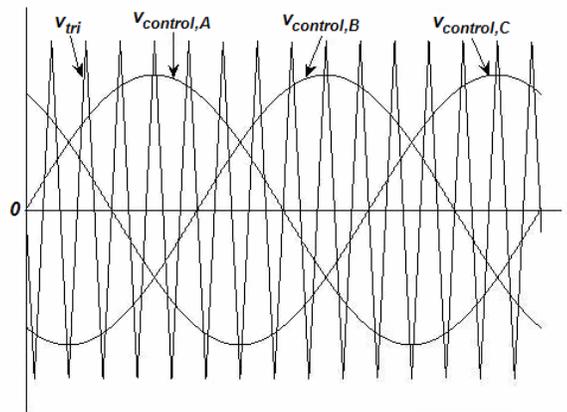


Figura B.3. PWM Senoidal: formas de onda de señales de control y portadora

La frecuencia de la señal triangular portadora,  $f_s$ , establece la frecuencia de conmutación del inversor y es por lo general constante junto con su amplitud. Las señales de control,  $v_{control}$ , son usadas para modular el ciclo de trabajo de los inversores y tienen frecuencia  $f_1$ , la cual es la frecuencia fundamental deseada en el voltaje de salida del inversor. Obviamente, el voltaje de salida no será una senoidal perfecta y poseerá componentes de voltaje a frecuencias armónicas de  $f_1$ .

El índice de modulación de amplitud es definido como

$$m_a = \frac{V_{control}}{V_{tri}} \quad (B.1)$$

donde  $V_{control}$  y  $V_{tri}$  son las amplitudes pico de la señal de control y de la señal portadora, respectivamente. Asimismo, el índice de modulación de frecuencia es definido como

$$m_f = \frac{f_s}{f_1} \quad (B.2)$$

Del inversor de figura B.2, considérese únicamente la rama de la fase a. Los interruptores  $S_a$  y  $S'_a$  son controlados al comparar las señales  $v_{control,a}$  y  $v_{tri}$ . Los siguientes voltajes de salida resultan (independientemente de la corriente de salida)

$$v_{control,a} > v_{tri}, \quad S_a \text{ ON}, \quad v_{Ao} = \frac{1}{2}V_{cd} \quad (B.3)$$

$$v_{control,a} < v_{tri}, \quad S'_a \text{ ON}, \quad v_{Ao} = -\frac{1}{2}V_{cd} \quad (B.4)$$

El voltaje de salida  $v_{Ao}$  fluctúa entre dos valores dado que se consideran interruptores ideales, como se dijo previamente (es decir, nunca están apagados simultáneamente). En la figura B.4 se ilustran las formas de onda características de la modulación para una  $m_f = 15$  y  $m_a = 0.8$ . En la figura B.4(a) se muestra la señal de control senoidal de la fase a y la portadora triangular. Asimismo, en la figura B.4(b) se observan la señal de voltaje de salida  $v_{Ao}$  y su componente de frecuencia fundamental. El espectro armónico de  $v_{Ao}$  se muestra en la figura B.4(c), donde los voltajes armónicos normalizados  $(V_{Ao})_h / (0.5V_{cd})$  que tienen amplitud significativa son graficados.

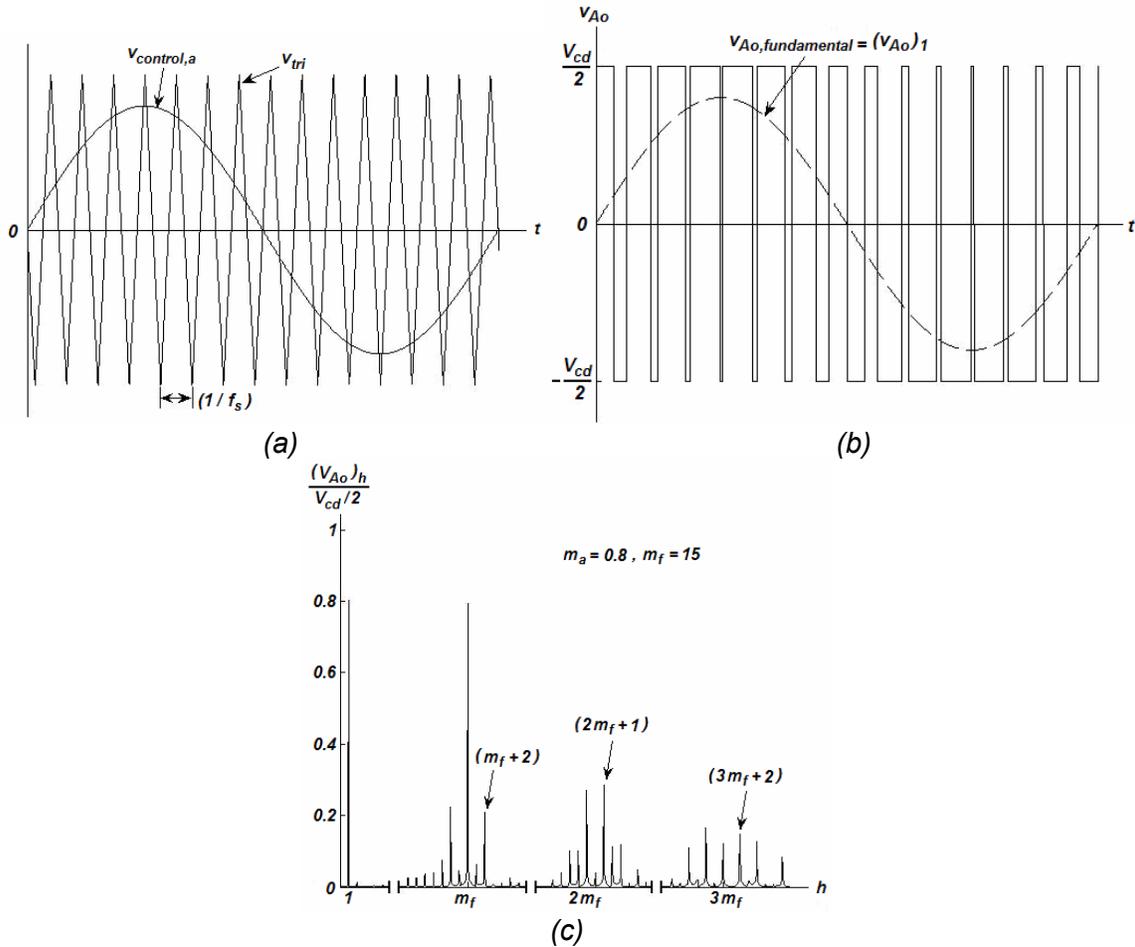


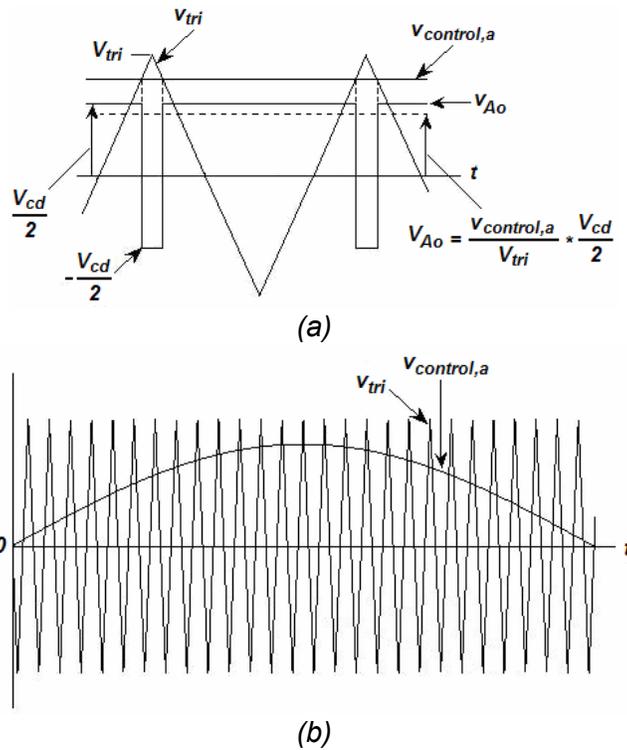
Figura B.4. Modulación Ancho de Pulso (PWM): (a) señal portadora triangular y de control de la fase a; (b) componente fundamental y voltaje de salida; (c) espectro armónico de la señal de salida

De la figura B.4 se pueden observar algunas características importantes:

1. La amplitud pico de la componente de frecuencia fundamental  $(V_{Ao})_1$  es  $m_a$  veces  $0.5V_{cd}$ . Esto puede explicarse considerando una  $v_{control}$  constante durante cada periodo de conmutación como se muestra en la figura B.5(a). Lo anterior resulta en la forma de onda  $v_{Ao}$ . El voltaje de salida promedio durante un periodo de conmutación  $V_{Ao}$  depende de la razón de  $v_{control}$  a  $V_{tri}$  para un  $V_{cd}$  dado, o bien

$$V_{Ao} = \frac{v_{control}}{V_{tri}} \frac{V_{cd}}{2} \quad v_{control} \leq V_{tri} \quad (B.5)$$

Si  $v_{control}$  varía muy poco durante el periodo de tiempo de conmutación, es decir, que  $m_f$  es grande se puede considerar lo anterior, como se muestra en la figura B.5(b).



**Figura B.5.** PWM Senoidal: (a) señal de control constante en un periodo de tiempo de conmutación; (b) señal portadora triangular y de control de la fase a.

De hecho,  $v_{control}$  se escoge senoidal para proporcionar una salida de voltaje senoidal con menos armónicos. Considérese que el voltaje de control varía senoidalmente a la frecuencia  $f_1 = \omega_1/2\pi$ , la cual es la frecuencia deseada (fundamental) a la salida del inversor

$$v_{control} = V_{control} \sin \omega_1 t$$

donde

$$V_{control} \leq V_{tri} \quad (B.6)$$

De (B.5) y (B.6) y el hecho de que la componente de frecuencia fundamental  $(V_{Ao})_1$  varía senoidalmente y en fase con  $v_{control}$  como función del tiempo, se obtiene que

$$\begin{aligned} (v_{Ao})_1 &= \frac{V_{control}}{V_{tri}} \sin \omega_1 t \frac{V_{cd}}{2} \\ &= m_a \sin \omega_1 t \frac{V_{cd}}{2} \quad \text{para } m_a \leq 1.0 \end{aligned} \quad (B.7)$$

Por lo tanto

$$(V_{Ao})_1 = m_a \frac{V_{cd}}{2} \quad \text{para } m_a \leq 1.0 \quad (B.8)$$

2. Los armónicos a la salida del inversor aparecen como bandas laterales centradas en la frecuencia de conmutación y sus múltiplos (alrededor de los armónicos  $m_f$ ,  $2m_f$ , y así en adelante). Es útil observar que el voltaje de fase está dado por

$$v_{AN} = v_{Ao} + \frac{1}{2}V_{cd} \quad (B.9)$$

Por lo tanto, los componentes armónicos de  $v_{AN}$  y  $v_{Ao}$  son los mismos:

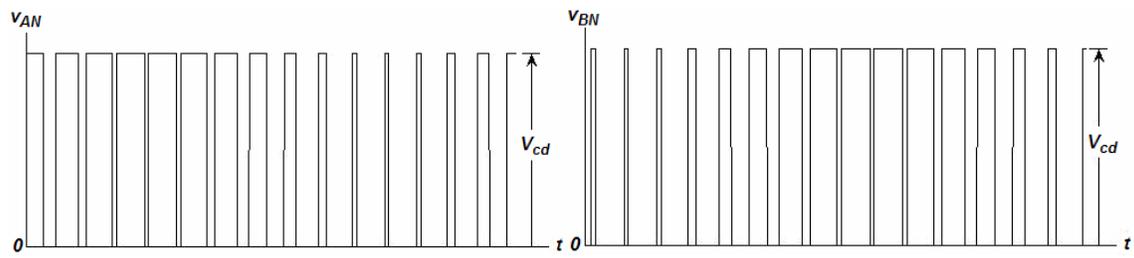
$$(V_{AN})_h = (V_{Ao})_h \quad (B.10)$$

3. El armónico  $m_f$  es un entero impar. El escogerlo de esta forma resulta en una simetría impar y de media onda. De esta forma los armónicos pares desaparecen de la forma de onda de  $v_{Ao}$ .

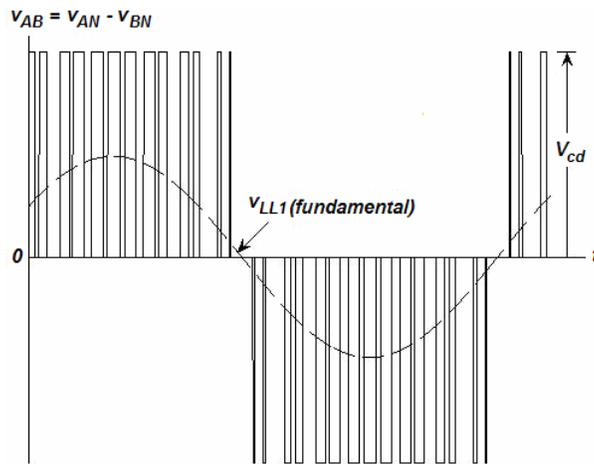
Si se hacen las consideraciones anteriores a las otras dos fases se tiene el esquema completo de control para el inversor.

Como puede observarse en la figura B.6(a), existe una cantidad idéntica de componente promedio de CD presente en los voltajes de salida  $v_{AN}$  y  $v_{BN}$ , los cuales son medidos con respecto al bus negativo de CD. Estos componentes se cancelan en los voltajes de línea a línea, como se muestra en la figura B.6(b).

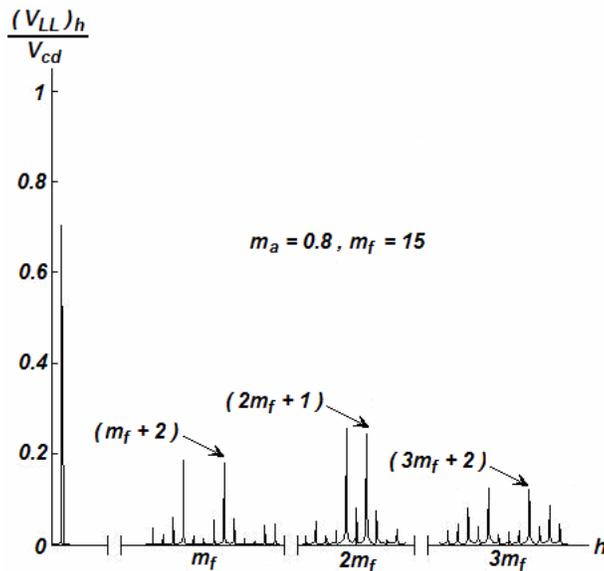
En los inversores trifásicos sólo los armónicos de los voltajes de línea a línea son de interés. Los armónicos a la salida de cualquiera de las ramas del inversor, por ejemplo,  $v_{AN}$  en la figura B.6(a), son idénticos a los armónicos de  $v_{Ao}$  en la figura B.4. Considerando el armónico de  $m_f$  (lo mismo aplica para los múltiplos impares), la diferencia de fase entre el  $m_f$  armónico en  $v_{AN}$  y  $v_{BN}$  es  $(120m_f)^\circ$ . Esta diferencia de fase será cero (múltiplo de  $360^\circ$ ) si  $m_f$  es impar y múltiplo de 3. Como consecuencia, el armónico en  $m_f$  se suprime del voltaje de línea  $v_{AB}$ . El mismo argumento aplica en la supresión de armónicos en los múltiplos impares de  $m_f$  si  $m_f$  es un múltiplo impar de 3 (de esta forma se eliminan los armónicos pares). De esta forma, algunos armónicos dominantes considerando sólo una fase pueden eliminarse del voltaje línea a línea del inversor trifásico, como se muestra en la figura B.6(c).



(a)



(b)



(c)

**Figura B.6.** Formas de onda del PWM Senoidal 3- $\phi$ : (a) voltajes de fase de salida; (b) voltajes de línea a línea de salida y componente fundamental; (c) espectro armónico

Para el PWM senoidal se debe considerar lo siguiente:

1. Para valores pequeños de  $m_f$ , para eliminar armónicos pares, debe utilizarse un PWM sincronizado y  $m_f$  debe ser impar. Si  $m_f$  es múltiplo de 3 se cancelan los armónicos más dominantes en el voltaje de línea a línea.
2. Para valores grandes de  $m_f$ , las amplitudes de los subarmónicos debidos a un PWM no sincronizado son pequeñas. Puede ser usado cuando la frecuencia de la señal triangular es constante y la frecuencia de  $v_{control}$  varía, resultando en valores no enteros de  $m_f$ . Sin embargo, si el inversor acciona a un motor de CA, los subarmónicos cercanos a frecuencia cero, a pesar de ser pequeños en amplitud, resultan en corrientes de una amplitud grande indeseable.
3. Durante la sobremodulación, independientemente del valor de  $m_f$ , la condición 1 debe ser observada.

La selección de la frecuencia de conmutación  $f_s$  y el índice de modulación de frecuencia  $m_f$  son de gran importancia. Debido a la relativa facilidad para filtrar voltajes armónicos a alta frecuencia, es deseable utilizar una frecuencia de conmutación lo más alta posible. Sin embargo existe una desventaja: las pérdidas en los interruptores del inversor incrementan proporcionalmente con la frecuencia de conmutación  $f_s$ . Por lo tanto, dicha frecuencia se selecciona en muchas ocasiones mayor a 20 kHz para que sea superior al rango audible. En aplicaciones como la del motor de inducción (50–60 Hz), donde la frecuencia fundamental a la salida del inversor puede ser requerida tan alta como 200 Hz,  $m_f$  puede ser 9 o menor para una  $f_s$  menor a 2 kHz. Sin embargo,  $m_f$  será mayor a 100 para frecuencias de conmutación mayores a 20 kHz.

Asimismo, si los voltajes de control pico son mayores que el valor pico de la señal portadora triangular (caso de sobremodulación), la magnitud del voltaje fundamental no incrementa proporcionalmente con  $m_a$ . En la figura B.7 se muestra el valor *rms* del voltaje fundamental de línea a línea  $V_{LL1}$  como función de  $m_a$ . Para valores muy altos de  $m_a$  el PWM degenera a la operación en onda cuadrada del inversor, el cual resulta en un máximo valor de  $V_{LL1}$  igual a  $0.78V_{cd}$ . En la región de sobremodulación existen más armónicos centrados alrededor de las frecuencias de los armónicos  $m_f$  y sus múltiplos, pero los dominantes no tienen una amplitud tan grande como en la modulación lineal. Por lo tanto, las pérdidas en la carga debido a frecuencias armónicas no son tan altas.

Cabe destacar que las gráficas y figuras desarrolladas previamente fueron realizadas con el software computacional MATLAB®/SIMULINK® y están basadas en las halladas en la literatura, como en [76]. En el Apéndice D puede hallarse más información sobre los modelos.

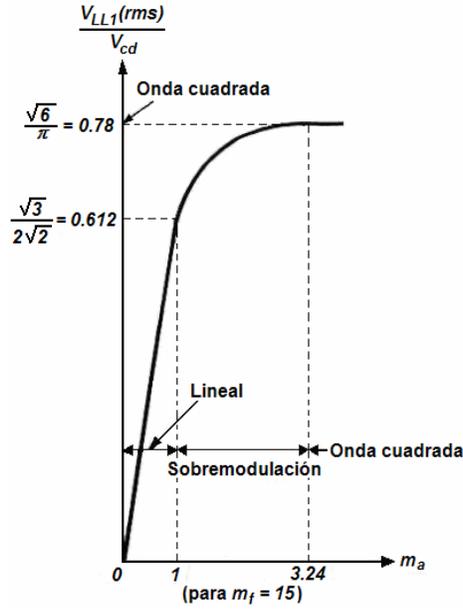


Figura B.7.  $V_{LL1}(rms)/V_{cd}$  como función de  $m_a$

### B.3. La Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales

Es sabido que los inversores fuente de corriente (CSI, *Current Source Inverter*) PWM que utilizan control de corriente por banda de histéresis poseen una frecuencia de conmutación  $f_s$  que no permanece constante [74]. Sin embargo, las corrientes deseadas pueden ser proporcionadas al motor al calcular y aplicar los voltajes deseados para poder hacer uso del VSI previamente discutido y utilizar alguna técnica PWM [76]. Asimismo, la existencia de DSPs para el control de accionamientos eléctricos proporciona grandes oportunidades para mejorar la modulación mediante algoritmos un poco más complejos, como la modulación por vectores espaciales (SV-PWM) [74]. En esta sección se hace el desarrollo matemático para poder aplicar el SV-PWM al motor de inducción.

El SV-PWM denota una forma especial para determinar la secuencia de conmutación óptima de los dispositivos semiconductores del VSI y seleccionar así un vector de voltaje apropiado. Esta técnica últimamente se ha vuelto muy popular porque logra una menor distorsión armónica en las señales de voltaje y corriente [106]. El objetivo de este tipo de modulación es el de aproximar una referencia de voltaje deseado  $\bar{V}_s^*$  de forma instantánea mediante la combinación de los estados de conmutación del VSI (que, como se mostrará posteriormente, corresponde a un vector espacial).

Recordando la definición de vector espacial voltaje de estator

$$\bar{V}_s = \frac{2}{3} [v_{as} + av_{bs} + a^2v_{cs}] \quad (B.11)$$

donde  $a = e^{j2\pi/3}$ ,  $a^2 = e^{-j2\pi/3}$  y los valores de  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  y  $v_{cs}$  son los valores instantáneos de las fases del estator. Es posible demostrar que

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\{\overline{\mathbf{V}}_s\} &= \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{3}\left[v_{as} + av_{bs} + a^2v_{cs}\right]\right\} \\ &= \frac{2}{3}\left[v_{as} - \frac{1}{2}v_{bs} - \frac{1}{2}v_{cs}\right] = v_{as} \\ \operatorname{Re}\{a\overline{\mathbf{V}}_s\} &= \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{3}\left[av_{as} + a^2v_{bs} + v_{cs}\right]\right\} = v_{cs} \\ \operatorname{Re}\{a^2\overline{\mathbf{V}}_s\} &= \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{3}\left[a^2v_{as} + v_{bs} + av_{cs}\right]\right\} = v_{bs}\end{aligned}\tag{B.12}$$

Se está asumiendo que no existe componente de secuencia cero. Esta suposición será válida para todo el desarrollo matemático posterior. También se puede representar al vector espacial como

$$\overline{\mathbf{V}}_s = \sqrt{2}V_s e^{j(\theta_e + \phi)}\tag{B.13}$$

$$= |\overline{\mathbf{V}}_s| e^{j\alpha}\tag{B.14}$$

Ahora, considérese el circuito del VSI de la figura B.2. Asumiendo que los voltajes de salida del inversor están tomados con respecto al bus de CD negativo y que el neutro del estator es una tierra de referencia, es posible decir que

$$\begin{aligned}v_{as} &= v_{asN} + V_N \\ v_{bs} &= v_{bsN} + V_N \\ v_{cs} &= v_{csN} + V_N\end{aligned}\tag{B.15}$$

Sustituyendo (B.14) en (B.11) y sabiendo que

$$e^{j0} + e^{j2\pi/3} + e^{j2\pi/3} = 0\tag{B.16}$$

es posible escribir el vector espacial voltaje de estator en términos de los voltajes de salida del inversor como

$$\overline{\mathbf{V}}_s = \frac{2}{3}\left[v_{asN} + av_{bsN} + a^2v_{csN}\right]\tag{B.17}$$

La estructura del VSI mostrada en la figura B.2 presenta el uso de seis dispositivos semiconductores de potencia (por ejemplo, IGBTs) que controlan la salida de los voltajes  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$  y  $v_{cs}$  mediante las conmutaciones de  $S_a$ ,  $S'_a$ ,  $S_b$ ,  $S'_b$ ,  $S_c$  y  $S'_c$ . Se asume que en cada rama (asociada a cada una de las tres fases del motor de inducción) no pueden conducir dos IGBT's al mismo tiempo, *i.e.* el estado entre  $S_a$  y  $S'_a$  es complementario. De acuerdo a lo anterior, existen ocho modos posibles de conducción del VSI. Cada uno de ellos depende de la combinación del estado de conducción de las tres ramas. Haciendo uso de una notación binaria es posible definir patrones  $\overline{\mathbf{V}}_{sk} = (S_A, S_B, S_C)$  donde  $S_i = 1$  si el interruptor superior de la rama conduce (por ejemplo,  $S_a$  conduce) y  $S_i = 0$  si el interruptor inferior conduce (por ejemplo,  $S'_a$  conduce), con  $i = A, B$  y  $C$  y  $k = 1, \dots, 8$ . Entonces, es posible distinguir 6 estados activos y dos llamados **cero**, donde  $\overline{\mathbf{V}}_{s7}$  (1 1 1) y  $\overline{\mathbf{V}}_{s8}$  (0 0 0) corresponden a los estados cuando el inversor está en corto circuito y circuito abierto respectivamente. La figura B.8 representa los seis estados activos de conducción del VSI.

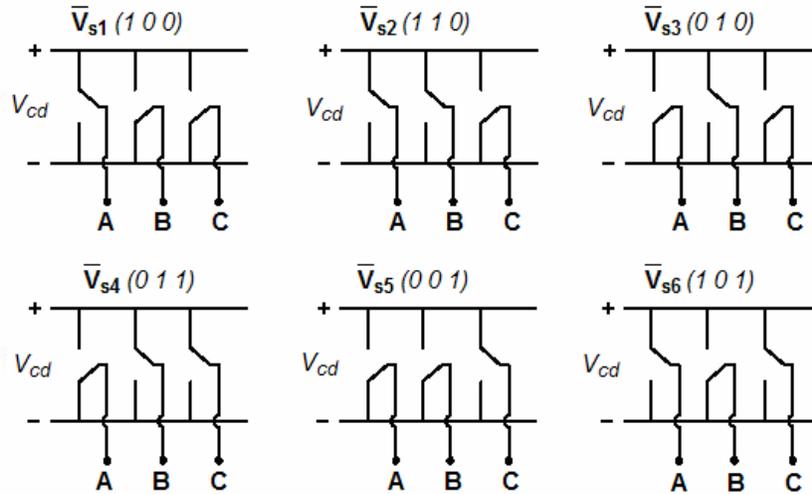


Figura B.8. Esquema de los 6 estados activos del VSI

Para cada estado de conducción del VSI existe un vector espacial de voltaje resultante. La selección del vector que será aplicado al motor de inducción puede expresarse como [107]

$$\bar{V}_{sk} = \begin{cases} \frac{2}{3} V_{cd} e^{j(k-1)\pi/3} & k = 1, 2, \dots, 6 \\ 0 & k = 7, 8 \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

donde  $V_{cd}$  es el voltaje de corriente directa que alimenta al inversor. A los seis vectores activos se les llama **vectores básicos** [74]. A la región comprendida entre dos vectores activos se le llama **sector**. La figura B.9 muestra la representación vectorial dada por (B.18).

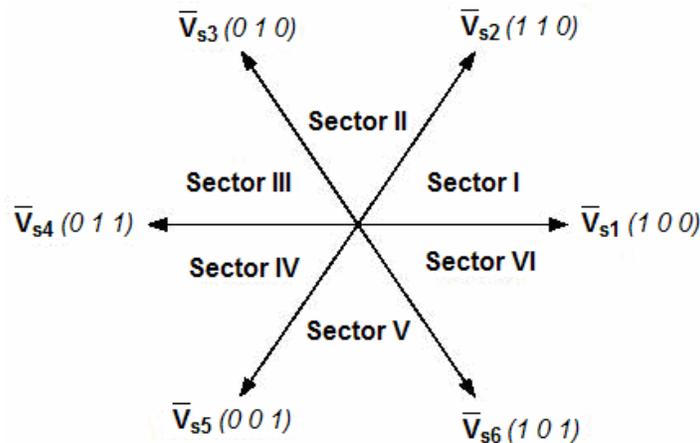
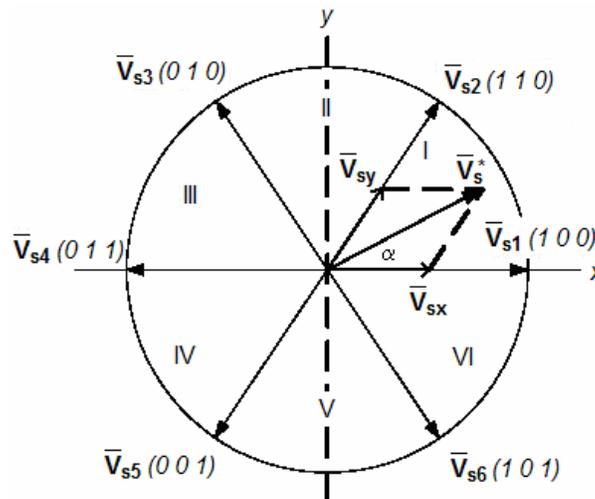


Figura B.9. Representación con vectores espaciales de los 6 estados activos del VSI

Una vez definidos los vectores espaciales activos (básicos) e inactivos es posible hacer el desarrollo matemático para la modulación. Como se mencionó previamente al inicio de esta sección, el objetivo del control por SV-PWM es el de controlar los interruptores del inversor para sintetizar el vector espacial voltaje de estator de referencia deseado de una forma óptima. Se tienen los siguientes objetivos [74]:

- Una frecuencia de conmutación  $f_s$  constante
- Desviación instantánea pequeña entre el vector resultante y el de referencia
- Máxima utilización de los voltajes disponibles en el bus de CD
- Minimización del rizado en la corriente del motor
- Pérdidas de conmutación mínimas en el inversor

La idea detrás de SV-PWM puede entenderse claramente con la figura B.10. Se asume que para cierto instante el vector de referencia se encuentra en el sector I. El método puede realizarse para este sector con el objetivo de generalizar la discusión hacia todos los demás sectores [74].



**Figura B.10.** Principio de SV-PWM. Vector de voltaje en el Sector I

El vector de referencia  $\bar{V}_s^*$  puede ser representado mediante la combinación de los vectores  $\bar{V}_{sx}$  y  $\bar{V}_{sy}$ , que son fracciones de los vectores espaciales  $\bar{V}_{s1}$  y  $\bar{V}_{s2}$ , respectivamente. Para sintetizar el vector espacial de referencia sobre un periodo de tiempo  $T_s$  (periodo de conmutación del inversor,  $T_s = 1/f_s$ ) es necesario aplicar los vectores espaciales  $\bar{V}_{s1}$  y  $\bar{V}_{s2}$  de acuerdo a ciertos intervalos de tiempo. Esto significa que si se aplica el vector  $\bar{V}_{s1}$  durante un tiempo  $t_a$  e inmediatamente después se aplica el vector  $\bar{V}_{s2}$  durante un tiempo  $t_b$  es posible obtener una aproximación al vector de

referencia  $\bar{V}_s^*$ . Sin embargo, la suma de  $t_a$  y  $t_b$  no es igual al tiempo  $T_s$ . Por lo tanto, para cerrar el tiempo de conmutación  $T_s$  se debe aplicar un vector cero (ya sea  $\bar{V}_{s7}$  o  $\bar{V}_{s8}$ ) durante un tiempo  $t_0$ . Matemáticamente, lo anterior puede expresarse como [29,93]:

$$\bar{V}_s^* T_s = \bar{V}_{sk} t_a + \bar{V}_{s(k+1)} t_b + \bar{V}_{s7,8} t_0 \quad (\text{B.19})$$

Nótese que se ha generalizado para todos los sectores. En (B.19),  $\bar{V}_{sk}$  y  $\bar{V}_{s(k+1)}$  son los vectores adyacentes al vector  $\bar{V}_s^*$  y son hallados mediante (B.18). Para obtener los tiempos de aplicación de cada vector es necesario representarlo en términos de sus coordenadas rectangulares (esto es en cada uno de los sectores). De forma ya generalizada,  $t_a$ ,  $t_b$  y  $t_0$  están dados por [33,107]

$$t_a = 2K \bar{V}_s^* \sin(\pi/3 - \alpha) \quad (\text{B.20})$$

$$t_b = 2K \bar{V}_s^* \sin(\alpha) \quad (\text{B.21})$$

$$t_0 = \frac{T_s}{2} - (t_a + t_b) \quad (\text{B.22})$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de  $\bar{V}_s^*$  dentro de cada sector  $k$  determinado por

$$\alpha = \theta - (k-1) \frac{\pi}{3}, \quad (\text{B.23})$$

$\theta$  es la posición del vector en el plano y

$$K = \frac{\sqrt{3} T_s}{4 V_{cd}} \quad (\text{B.24})$$

Es importante mencionar que los tiempos dados por (B.20)–(B.22) están distribuidos para generar pulsos simétricos PWM.

## B.4. Implementación de la Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales SV–PWM con una Señal Portadora

Es posible llevar a cabo la técnica SV-PWM utilizando una señal portadora. Esto se logra comparando voltajes de control con una señal portadora triangular a una frecuencia igual a la de conmutación del inversor  $f_s$ . De esta forma es posible generar las funciones de conmutación. De hecho, este método es similar al PWM senoidal si se considera que se están comparando señales de control contra una señal portadora triangular. Sin embargo, los voltajes de control en el SV–PWM no tienen un comportamiento senoidal como en el PWM senoidal [74]

Para un motor de inducción con un neutro aislado,

$$v_{as} + v_{bs} + v_{cs} = 0 \quad (\text{B.25})$$

Para poder sintetizar un vector espacial cualquiera  $\bar{V}_s$  es necesario representar los voltajes de control en términos de los voltajes de fase como una razón de la amplitud de la señal triangular (de forma similar al PWM senoidal) [76].

$$v_{asN} = \frac{V_{cd}}{2} + \frac{V_{cd}}{2} \frac{v_{control,a}}{V_{tri}} \quad (B.26)$$

$$v_{bsN} = \frac{V_{cd}}{2} + \frac{V_{cd}}{2} \frac{v_{control,b}}{V_{tri}} \quad (B.27)$$

$$v_{csN} = \frac{V_{cd}}{2} + \frac{V_{cd}}{2} \frac{v_{control,c}}{V_{tri}} \quad (B.28)$$

Las expresiones anteriores están vinculadas con la figura B.2. Cada voltaje polar es igual a la suma del voltaje de fase deseado más un voltaje en nodo común. Si se desean utilizar las funciones anteriores en el SV-PWM, las señales de control no van a ser puramente senoidales y va a existir un nodo común. Por ejemplo, para el caso del 1<sup>er</sup> sector, el polo C en el VSI es siempre cero excepto durante un tiempo  $t_0/2$  en el cual se aplica el vector cero  $\bar{V}_{s7}$  (1 1 1), dado por (B.22). De esta manera, el valor promedio del voltaje en el polo C durante  $T_s$  es

$$v_{csN} = \frac{1}{2} \left( \frac{t_0}{T_s/2} \right) V_{cd} \quad (B.29)$$

De forma semejante, en el polo A el vector será  $V_{cd}$  excepto cuando se aplique el vector cero  $\bar{V}_{s8}$  (1 0 0). Entonces, el voltaje promedio será

$$v_{asN} = V_{cd} - \frac{1}{2} \left( \frac{t_0}{T_s/2} \right) V_{cd} \quad (B.30)$$

De acuerdo con la figura B.2 y teniendo en cuenta a (B.29) y (B.30), se puede decir que

$$v_{cs} + v_{cm} = \frac{1}{2} \left( \frac{t_0}{T_s/2} \right) V_{cd} \quad (B.31)$$

$$v_{as} + v_{cm} = V_{cd} - \frac{1}{2} \left( \frac{t_0}{T_s/2} \right) V_{cd} \quad (B.32)$$

Considerando (B.25) y resolviendo para  $v_{cm}$  en (B.31) y (B.32), el voltaje en nodo común para el 1<sup>er</sup> sector es

$$v_{cm} = \frac{V_{cd}}{2} + \frac{v_{bs}}{2} \quad (B.33)$$

Si el procedimiento anterior se hace para todos los sectores, es posible generalizar que

$$v_{cm} = \frac{V_{cd}}{2} - \left[ \frac{\max(v_{as}, v_{bs}, v_{cs}) + \min(v_{as}, v_{bs}, v_{cs})}{2} \right] \quad (B.34)$$

A partir de la figura B.2, (B.26)–(B.28) y (B.34), es posible encontrar las expresiones de los voltajes de control como

$$v_{control,a} = \frac{V_{tri}}{V_{cd}/2} \left[ v_{as} - \frac{\max(v_{as}, v_{bs}, v_{cs}) + \min(v_{as}, v_{bs}, v_{cs})}{2} \right] \quad (B.35)$$

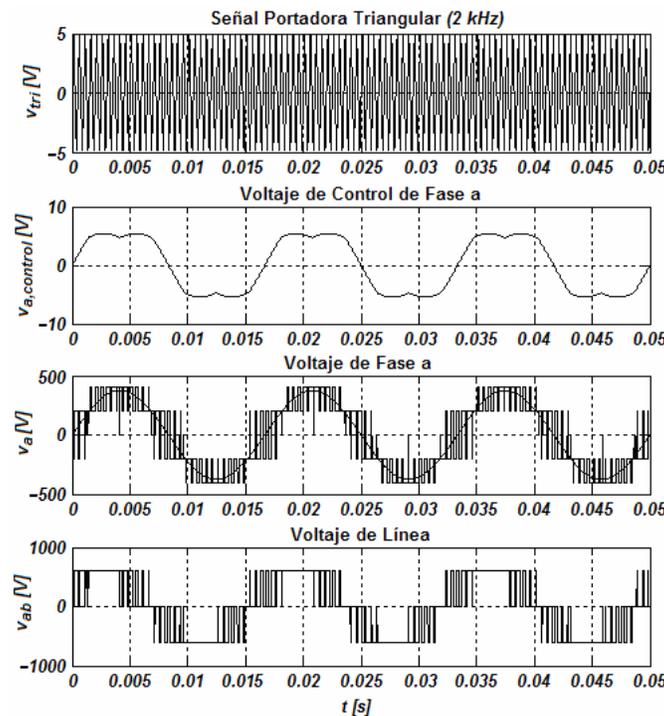
$$v_{control,b} = \frac{V_{tri}}{V_{cd}/2} \left[ v_{bs} - \frac{\max(v_{as}, v_{bs}, v_{cs}) + \min(v_{as}, v_{bs}, v_{cs})}{2} \right] \quad (B.36)$$

$$v_{control,c} = \frac{V_{tri}}{V_{cd}/2} \left[ v_{cs} - \frac{\max(v_{as}, v_{bs}, v_{cs}) + \min(v_{as}, v_{bs}, v_{cs})}{2} \right] \quad (B.37)$$

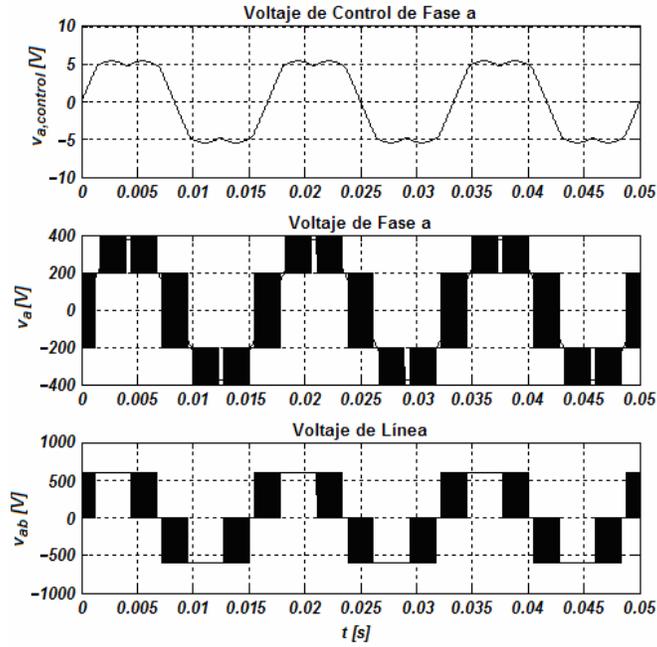
Finalmente, para tener el esquema terminado, hace falta comparar cada una de las señales de control con la portadora triangular. La señal mayor entre ellas dos para cada caso será amplificada por medio del bus de CD para obtener los voltajes de línea que entran al inversor.

La figura B.11 muestra la simulación digital del SV-PWM en el VSI considerado. Tal simulación es llevada a cabo con el software computacional MATLAB® (los modelos y programas asociados se encuentran en el Apéndice D). Se considera una frecuencia de conmutación de 2 kHz. En la figura se puede apreciar la señal portadora triangular  $v_{tri}$  que fija la frecuencia de conmutación del inversor. También se observa la característica de la señal de control para la fase a,  $v_{a,control}$ . Como se observa, dicha señal no es puramente senoidal, como se dijo previamente. Estas dos señales se comparan y pasan por el bus de CD del inversor ideal. A la salida del inversor se genera el voltaje de fase  $v_a$ , mostrado en la figura. En esa misma gráfica se muestra también el voltaje de referencia. El voltaje que está a la salida del inversor ya está modulado y su componente fundamental es igual al voltaje de referencia. Finalmente se muestra el voltaje de línea  $v_{AB}$ . Los pulsos en el voltaje de fase y de línea representan los pulsos generados por la apertura y cierre de los IGBTs del inversor.

Finalmente, la figura B.12 presenta las señales de voltaje proporcionadas por el inversor a una frecuencia de conmutación de 20 kHz.



**Figura B.11.** Señales de voltaje para un VSI con SV-PWM a una frecuencia de conmutación  $f_s = 2$  kHz:  $v_{tri}$ , voltaje de la señal portadora;  $v_{a,control}$ , voltaje de control para la fase a;  $v_a$ , voltaje de fase;  $v_{ab}$ , voltaje de línea



**Figura B.12.** Señales de voltaje para un VSI con SV-PWM a una frecuencia de conmutación  $f_s = 20$  kHz:  $v_{a,control}$ , voltaje de control para la fase a;  $v_a$ , voltaje de fase;  $v_{ab}$ , voltaje de línea

# Apéndice C

## DEMOSTRACIONES

1. Demostración de la ecuación (2.5), dada por

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I} + \mathbf{GK})^{-1} \mathbf{GK} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_1(s)}{1 + C_1(s)} & \frac{g_{12}(s) h_2(s)}{g_{22}(s) (1 + C_1(s))} \\ \frac{g_{21}(s) h_1(s)}{g_{11}(s) (1 + C_2(s))} & \frac{C_2(s)}{1 + C_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

donde

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

$$\mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} k_{11}(s) & 0 \\ 0 & k_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

$$C_i(s) = K_{ii} g_{ii} (1 - \gamma_a(s) h_j(s)) \quad (C.3)$$

$$\gamma_a(s) = \frac{g_{12}(s) g_{21}(s)}{g_{11}(s) g_{22}(s)} \quad (C.4)$$

$$h_j(s) = \frac{k_{jj}(s) g_{jj}(s)}{1 + k_{jj}(s) g_{jj}(s)} \quad (C.5)$$

Desarrollando la expresión del lazo cerrado y con el uso de (C.1)–(C.5), se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= (\mathbf{I} + \mathbf{GK})^{-1} \mathbf{GK} \mathbf{R} \\ &= \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{pmatrix} \mathbf{R} \\ &= \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{11} g_{11} & k_{22} g_{12} \\ k_{11} g_{21} & k_{22} g_{22} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} k_{11} g_{11} & k_{22} g_{12} \\ k_{11} g_{21} & k_{22} g_{22} \end{pmatrix} \mathbf{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ \begin{pmatrix} 1+k_{11}g_{11} & k_{22}g_{12} \\ k_{11}g_{21} & 1+k_{22}g_{22} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{pmatrix} k_{11}g_{11} & k_{22}g_{12} \\ k_{11}g_{21} & k_{22}g_{22} \end{pmatrix} \mathbf{R} \\
 &= \frac{\begin{pmatrix} 1+k_{22}g_{22} & -k_{22}g_{12} \\ -k_{11}g_{21} & 1+k_{11}g_{11} \end{pmatrix}}{(1+k_{11}g_{11})(1+k_{22}g_{22})-k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}} \begin{pmatrix} k_{11}g_{11} & k_{22}g_{12} \\ k_{11}g_{21} & k_{22}g_{22} \end{pmatrix} \mathbf{R} \\
 &= \frac{\begin{pmatrix} k_{11}g_{11}+k_{11}k_{22}g_{11}g_{22}-k_{11}k_{22}g_{12}g_{21} & k_{22}g_{12} \\ k_{11}g_{21} & k_{22}g_{22}+k_{11}k_{22}g_{11}g_{22}-k_{11}k_{22}g_{12}g_{21} \end{pmatrix}}{1+k_{11}g_{11}+k_{22}g_{22}+k_{11}k_{22}g_{11}g_{22}-k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}} \mathbf{R} \\
 &= \left( \begin{array}{cc} \frac{k_{11}g_{11}-\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{22}g_{22}}}{1+k_{11}g_{11}-\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{22}g_{22}}} & \frac{k_{22}g_{12}}{1+k_{22}g_{22}} \frac{1}{\left(1+k_{11}g_{11}-\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{22}g_{22}}\right)} \\ \frac{k_{11}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}} \frac{1}{\left(1+k_{22}g_{22}-\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}}\right)} & \frac{k_{22}g_{22}-\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}}}{1+k_{22}g_{22}-\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}}} \end{array} \right) \mathbf{R} \\
 &= \left( \begin{array}{cc} \frac{k_{11}g_{11}\left(1-\frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}\frac{k_{22}g_{22}}{1+k_{22}g_{22}}\right)}{1+k_{11}g_{11}\left(1-\frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}\frac{k_{22}g_{22}}{1+k_{22}g_{22}}\right)} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \frac{k_{22}g_{22}}{1+k_{22}g_{22}} \frac{1}{\left(1+k_{11}g_{11}\left(1-\frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}\frac{k_{22}g_{22}}{1+k_{22}g_{22}}\right)\right)} \\ \frac{g_{21}}{g_{11}} \frac{k_{11}g_{11}}{1+k_{11}g_{11}} \frac{1}{\left(1+k_{22}g_{22}\left(1-\frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}\frac{k_{11}g_{11}}{1+k_{11}g_{11}}\right)\right)} & \frac{k_{22}g_{22}\left(1-\frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}\frac{k_{11}g_{11}}{1+k_{11}g_{11}}\right)}{1+k_{22}g_{22}\left(1-\frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}\frac{k_{11}g_{11}}{1+k_{11}g_{11}}\right)} \end{array} \right) \mathbf{R} \\
 &= \left( \begin{array}{cc} \frac{k_{11}g_{11}(1-\gamma_a h_2)}{1+k_{11}g_{11}(1-\gamma_a h_2)} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \frac{h_2}{1+k_{11}g_{11}(1-\gamma_a h_2)} \\ \frac{g_{21}}{g_{11}} \frac{h_1}{1+k_{22}g_{22}(1-\gamma_a h_1)} & \frac{k_{22}g_{22}(1-\gamma_a h_1)}{1+k_{22}g_{22}(1-\gamma_a h_1)} \end{array} \right) \mathbf{R} \\
 &= \left( \begin{array}{cc} \frac{C_1}{1+C_1} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \frac{h_2}{1+C_1} \\ \frac{g_{21}}{g_{11}} \frac{h_1}{1+C_2} & \frac{C_2}{1+C_2} \end{array} \right) \mathbf{R}
 \end{aligned}$$

■

**2. Demostración de la ecuación (2.10), dada por**

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+C_1(s)} & -\frac{g_{12}(s) h_2(s)}{g_{22}(s) 1+C_1(s)} \\ -\frac{g_{21}(s) h_1(s)}{g_{11}(s) 1+C_2(s)} & \frac{1}{1+C_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(s) \\ d_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Considérese el diagrama a bloques de la figura 2.2 y las ecuaciones (C.3)–(C.5). Se determina la expresión de cada una de las salidas en términos de las perturbaciones:

$$\begin{cases} -k_{11}g_{11}y_1 - k_{22}g_{12}y_2 + d_1 = y_1 \\ -k_{22}g_{22}y_2 - k_{11}g_{21}y_1 + d_2 = y_2 \end{cases}$$

⇒

$$\begin{cases} d_1 = (1+k_{11}g_{11})y_1 + k_{22}g_{12}y_2 \\ d_2 = k_{11}g_{21}y_1 + (1+k_{22}g_{22})y_2 \end{cases}$$

⇒

$$\begin{bmatrix} 1+k_{11}g_{11} & k_{22}g_{12} \\ k_{11}g_{21} & 1+k_{22}g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

∴

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+k_{11}g_{11} & k_{22}g_{12} \\ k_{11}g_{21} & 1+k_{22}g_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

⇒

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} 1+k_{22}g_{22} & -k_{22}g_{12} \\ -k_{11}g_{21} & 1+k_{11}g_{11} \end{bmatrix}}{(1+k_{11}g_{11})(1+k_{22}g_{22}) - k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

Desarrollando la expresión matricial anterior, se tiene

⇒

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k_{11}g_{11}) - \left[ \frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{22}g_{22}} \right]} & \frac{-k_{22}g_{12}g_{22}}{g_{22}(1+k_{22}g_{22}) \left[ (1+k_{11}g_{11}) - \frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{(1+k_{22}g_{22})} \right]} \\ \frac{-k_{11}g_{21}g_{11}}{g_{11}(1+k_{11}g_{11}) \left[ (1+k_{22}g_{22}) - \frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{(1+k_{11}g_{11})} \right]} & \frac{1}{(1+k_{22}g_{22}) - \left[ \frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}} \right]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

⇒

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+k_{11}g_{11}) - \left(\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{22}g_{22}}\right)\left(\frac{g_{11}g_{22}}{g_{11}g_{22}}\right)} & \frac{-g_{12}h_2}{g_{22}\left[(1+k_{11}g_{11}) - \left(\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{22}g_{22}}\right)\left(\frac{g_{11}g_{22}}{g_{11}g_{22}}\right)\right]} \\ \frac{-g_{21}h_1}{g_{11}\left[(1+k_{22}g_{22}) - \left(\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}}\right)\left(\frac{g_{11}g_{22}}{g_{11}g_{22}}\right)\right]} & \frac{1}{(1+k_{22}g_{22}) - \left(\frac{k_{11}k_{22}g_{12}g_{21}}{1+k_{11}g_{11}}\right)\left(\frac{g_{11}g_{22}}{g_{11}g_{22}}\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

⇒

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+k_{11}g_{11} - k_{11}g_{11}\gamma_a h_2} & \frac{-g_{12}h_2}{g_{22}(1+k_{11}g_{11} - k_{11}g_{11}\gamma_a h_2)} \\ \frac{-g_{21}h_1}{g_{11}(1+k_{22}g_{22} - k_{22}g_{22}\gamma_a h_1)} & \frac{1}{1+k_{22}g_{22} - k_{22}g_{22}\gamma_a h_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

⇒

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+k_{11}g_{11}(1-\gamma_a h_2)} & \frac{-g_{12}h_2}{g_{22}[1+k_{11}g_{11}(1-\gamma_a h_2)]} \\ \frac{-g_{21}h_1}{g_{11}[1+k_{22}g_{22}(1-\gamma_a h_1)]} & \frac{1}{1+k_{22}g_{22}(1-\gamma_a h_1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

∴

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+C_1} & -\frac{g_{12}}{g_{22}} \cdot \frac{h_2}{1+C_1} \\ -\frac{g_{21}}{g_{11}} \cdot \frac{h_1}{1+C_2} & \frac{1}{1+C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

■

### 3. Demostración de la Proposición 1:

**Proposición 1.** Considérese el sistema en lazo cerrado definido por (2.11), donde los canales están dados por (2.6) y  $\mathbf{K}(s) = \text{diag} [k_{11}(s), k_{22}(s)]$  es un controlador diagonal. Si  $k_{ii}(s)$  estabiliza  $R_i(s)$  y las referencias  $r_i(s)$  y  $r_j(s)$  están acotadas, entonces  $k_{ij}(s)$  también estabiliza la salida del canal en lazo cerrado  $y_i(s)$ , donde  $i, j = 1, 2$  con  $i \neq j$ .

#### Demostración

El lazo cerrado está definido por

$$y_i(s) = R_i(s)r_i(s) + P_i(s)Q_i(s)r_j(s) \quad (2.11)$$

donde

$$R_i(s) = \frac{C_i(s)}{1 + C_i(s)} \quad (C.6)$$

$$P_i(s) = \frac{1}{1 + C_i(s)} \quad (C.7)$$

$$Q_i(s) = \frac{g_{ij}(s)h_j(s)}{g_{jj}(s)} \quad (C.8)$$

La estabilidad de  $y_i(s)$  es determinada por los polos de las funciones de transferencia  $R_i(s)$ ,  $P_i(s)$  y  $Q_i(s)$ . Ellos pueden ser determinados de la siguiente manera:

Es claro que los conjuntos

$$S_R = \{\text{polos de } R_i(s)\} \text{ y } S_P = \{\text{polos de } P_i(s)\}$$

son iguales. Es decir

$$S_R = S_P = \{\text{ceros de } 1 + C_i(s)\}$$

Asimismo, el conjunto de ceros de  $P_i(s)$  está definido por

$$Z_P = \{\text{polos de } C_i(s)\} = \{\text{polos de } k_{ii}(s), g_{ii}(s), g_{ij}(s), g_{ji}(s), k_{jj}(s), h_j(s)\}$$

Por otro lado, el conjunto de polos de  $Q_i(s)$  es

$$S_Q = \{\text{polos de } g_{ij}(s), k_{jj}(s), h_j(s)\}$$

Por lo tanto, es claro que

$$S_Q \subseteq Z_P$$

De esta forma, es claro también que los polos de  $Q_i(s)$  se cancelan con los ceros de  $P_i(s)$ . Esto implica que el conjunto de polos de (2.11) es igual a

$$S_{y_i} = S_R = S_P = \{\text{ceros de } 1 + C_i(s)\}$$

De esta forma, si  $k_{ii}(s)$  estabiliza la función de transferencia  $R_i(s)$  también estabiliza a (2.11). ■

#### 4. Demostración de la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Estructura dinámica de los canales en lazo abierto

Canal	Ceros	Polos
$C_1(s)$	Ceros de $(1-\gamma_a(s)h_2(s))$	Polos de $g_{11}(s), g_{12}(s), g_{21}(s), h_2(s)$
$C_2(s)$	Ceros de $(1-\gamma_a(s)h_1(s))$	Polos de $g_{22}(s), g_{12}(s), g_{21}(s), h_1(s)$

Sean los canales definidos por (C.3) y que

$$C_i'(s) = g_{ii}(1 - \gamma_a(s)h_j(s)) \quad (C.6)$$

Desarrollando (C.6)

$$\begin{aligned} &= \frac{ng_{ii}}{dg_{ii}} \left( 1 - \frac{ng_{12}ng_{21}dg_{11}dg_{22}}{dg_{12}dg_{21}ng_{11}ng_{22}} h_j \right) \\ &= \frac{ng_{ii}}{dg_{ii}} \left( 1 - \frac{ng_{12}ng_{21}dg_{11}dg_{22}}{dg_{12}dg_{21}ng_{11}ng_{22}} \cdot \frac{nk_{jj}ng_{jj}}{dh_j dk_{jj} dg_{jj}} \right) \end{aligned}$$

Para el canal 1,  $i = 1$  y  $j = 2$  y se obtiene

$$\begin{aligned} C_1'(s) &= \frac{ng_{11}}{dg_{11}} - \frac{ng_{12}}{dg_{12}} \cdot \frac{ng_{21}}{dg_{21}} \cdot \frac{nk_{22}}{dk_{22}} \cdot \frac{dk_{22}dg_{22}}{dk_{22}dg_{22} + nk_{22}ng_{22}} \\ &= \frac{ng_{11}}{dg_{11}} - \frac{ng_{12}}{dg_{12}} \cdot \frac{ng_{21}}{dg_{21}} \cdot nk_{22} \cdot \frac{dg_{22}}{dh_2} \\ &= \frac{ng_{11}dg_{12}dg_{21}dh_2 - ng_{12}ng_{21}nk_{22}dg_{22}dg_{11}}{dg_{11}dg_{12}dg_{21}dh_2} \end{aligned}$$

Por lo tanto, los polos de  $C_1'$  están dados por los polos de  $g_{11}(s), g_{12}(s), g_{21}(s)$  y  $h_2(s)$ .

Para obtener los ceros de  $C_1'$ , del numerador,

$$\begin{aligned} ng_{11}dg_{12}dg_{21}dh_2 &= ng_{12}ng_{21}nk_{22}dg_{22}dg_{11} \\ &\Rightarrow \\ 1 &= \frac{ng_{12}}{dg_{12}} \cdot \frac{ng_{21}}{dg_{21}} \cdot \frac{dg_{11}}{ng_{11}} \cdot dg_{22} \cdot \frac{nk_{22}}{dh_2} \cdot \frac{ng_{22}}{ng_{22}} \\ &\Rightarrow \\ 1 &= \frac{ng_{12}}{dg_{12}} \cdot \frac{ng_{21}}{dg_{21}} \cdot \frac{dg_{11}}{ng_{11}} \cdot \frac{dg_{22}}{ng_{22}} \cdot \frac{nh_2}{dh_2} \\ &\Rightarrow \\ 1 &= g_{12}g_{21} \cdot \frac{h_2}{g_{11}g_{22}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 = g_{12}g_{21} \cdot \frac{h_2}{g_{11}g_{22}}$$

$$\Rightarrow 1 - \gamma_a h_2 = 0$$

Por lo tanto, los ceros de  $C_1'$  son los ceros de  $(1 - \gamma_a(s)h_2(s))$ .

Para el canal 2,  $i = 2$  y  $j = 1$  y de la misma forma que para el canal 1 se obtiene

$$C_2'(s) = \frac{ng_{22}dg_{21}dg_{12}dh_1 - ng_{21}ng_{12}nk_{11}dg_{11}dg_{22}}{dg_{22}dg_{21}dg_{12}dh_1}$$

Por lo tanto, los polos de  $C_2'$  están dados por los polos de  $g_{22}(s)$ ,  $g_{12}(s)$ ,  $g_{21}(s)$  y  $h_1(s)$ . Para obtener los ceros de  $C_2'$ , del numerador,

$$\begin{aligned} ng_{22}dg_{21}dg_{12}dh_1 &= ng_{21}ng_{12}nk_{11}dg_{11}dg_{22} \\ \Rightarrow 1 &= \frac{ng_{21}}{dg_{21}} \cdot \frac{ng_{12}}{dg_{12}} \cdot \frac{dg_{22}}{ng_{22}} \cdot dg_{11} \cdot \frac{nk_{11}}{dh_1} \cdot \frac{ng_{11}}{ng_{11}} \\ \Rightarrow 1 &= \frac{ng_{21}}{dg_{21}} \cdot \frac{ng_{12}}{dg_{12}} \cdot \frac{dg_{22}}{ng_{22}} \cdot \frac{dg_{11}}{ng_{11}} \cdot \frac{nh_1}{dh_1} \\ \Rightarrow 1 &= g_{12}g_{21} \cdot \frac{h_1}{g_{11}g_{22}} \\ \Rightarrow 1 - \gamma_a h_1 &= 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto, los ceros de  $C_2'$  son los ceros de  $(1 - \gamma_a(s)h_1(s))$ . ■

## 5. Demostración del Resultado 1:

**Resultado 1.** Un controlador  $k_{ii}(s)$  que establezca los sistemas

$$g_{ii}(s), \quad g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s)) \quad (2.67a,b)$$

existe mientras

- (i)  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$  sean de fase mínima;
- (ii) no ocurra retroalimentación positiva en los sistemas de lazo cerrado formados por las transmitancias  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$ . Esto es

$$\text{sign} \left\{ \lim_{s \rightarrow 0^+} [g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))] \right\} = \text{sign} \left\{ \alpha (-1)^{P_i} \right\} \quad (2.68)$$

$$\text{sign} \left\{ \lim_{s \rightarrow 0^+} [g_{ii}(s)] \right\} = \text{sign} \left\{ \alpha (-1)^{P_2} \right\} \quad (2.69)$$

donde  $P_i$  son el número de RHPPs de  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$ , respectivamente;  $\alpha$  es 1 o -1; y  $g_{ii}(s)(1 - \gamma_a(s)h_j(s))$  y  $g_{ii}(s)$  son funciones propias.

### Demostración

Sea  $C_1$  una curva cerrada en el plano- $s$  que incluye el semiplano derecho. Sea  $F(s)$  una función racional en  $s$  que no posea polos o ceros en  $C_1$ . Considere que  $P$  y  $Z$  son los números de polos y ceros de  $F(s)$  respectivamente (considerando multiplicidad) encerrados por  $C_1$ . Sea  $C_2$  el mapeo de  $C_1$  por  $F(s)$  al plano- $F$ . Entonces  $C_2$  rodeará el origen del plano- $F$  ( $Z - P$ ) veces en la misma dirección que  $C_1$  (**Principio del Argumento**). Lo anterior da lugar al **Criterio de Estabilidad de Nyquist**:

Si  $T(s) = L(s)/(1+L(s))$ , donde  $L(s) = K(s)G(s)$  y  $F(s) = 1+L(s)$ , la función  $T(s)$  es estable si y sólo si el diagrama de Nyquist de  $L(s)$  no pasa a través de  $(-1,0)$  y el número de

rodeos a  $(-1,0)$  en dirección contraria de las manecillas del reloj es igual al número de RHPPs de  $L(s)$ .

Si  $P_1$  indica el número de RHPPs de  $g_{ii}(s)(1-\gamma_a(s)h_f(s))$  y  $P_2$  el número de RHPPs de  $g_{ii}(s)$ , el sistema (2.67b) incluye a los RHPPs de (2.67a) (de acuerdo con la Tabla 4.1). Considerando el Criterio de Estabilidad de Nyquist y que los sistemas son de fase mínima, el diagrama de Nyquist de (2.67a) da  $P_2$  vueltas a  $(-1,0)$  y (2.67b) da  $P_1$  vueltas a  $(-1,0)$ , ambos en dirección contraria a las manecillas del reloj.

Para que no exista retroalimentación positiva es necesario que los controladores  $k_{ii}(s)$  cumplan con las condiciones de baja frecuencia dadas por (2.68) y (2.69). De preferencia es deseable que  $k_{ii}(s)$  sean estables y de fase mínima, por lo que el cumplimiento de esta condición depende del signo del controlador a frecuencia  $s \rightarrow 0^+$ . Por ejemplo, para elementos  $g_{ii}(s)$  donde  $g_{ii}(0) > 0$  (figura C.1(a)), el signo del controlador debe ser positivo. Similarmente, para elementos  $g_{ii}(s)$  donde  $g_{ii}(0) < 0$  (figura C.1(b)), el signo del controlador debe ser negativo.

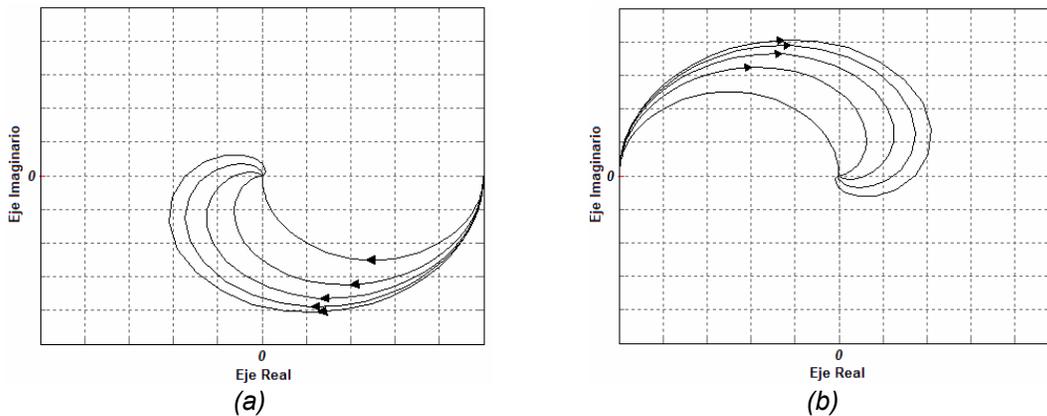


Figura C.1. Diagramas de Nyquist de plantas de la forma: (a)  $g_{ii}(0) > 0$ ; (b)  $g_{ii}(0) < 0$

Asumiendo que lo anterior se cumple, es necesario tener controladores que conserven la estructura de las funciones (2.67). Nótese que la presencia de RHPPs en (2.67) indica un defasamiento de  $-180P_i$  grados en su diagrama de Bode. Para que el controlador estabilice las plantas en lazo cerrado es necesario que éste incluya  $Z_k$  LHPZs (donde  $Z_k$  debe ser un número apropiado de ceros dependiendo de la cantidad de LHPZs que ya tenga la planta) para subir la fase a  $0^\circ$  (en el diagrama de Bode). Si lo anterior se logra el defasamiento provocado por los RHPPs es contrarrestado y se aseguran los rodeos al punto  $(-1,0)$  en el diagrama de Nyquist. El diseño debe contemplar que la ganancia en lazo abierto debe ser mayor a uno en los valores frecuenciales de los LHPZs del controlador y de la planta. El *roll-off* (pendiente de caída) debe ser inducido a un valor frecuencial mayor al de los LHPZs a través de LHPPs contenidos en el controlador  $k_{ii}(s)$  de tal forma que se cumplan los márgenes de ganancia y de fase requeridos. Lo anterior es necesario para que el diagrama de Nyquist de las funciones (ya con el controlador) siga preservando el número de rodeos al punto  $(-1,0)$  y de esta forma se evite la presencia de RHPZs.

Nótese que en el caso del motor de inducción y de acuerdo a la Tabla 2.1, los polos de (2.67a) y (2.67b) son los mismos. Más aun, ya que el subsistema eléctrico es estable,  $P_1 = P_2 = 0$ , por lo que el diseño de los controladores es relativamente sencillo.

Utilizando el razonamiento anterior, la extensión del **Resultado 1** a plantas de fase no mínima es inmediata. ■

## Apéndice D

### DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS EN MATLAB® / SIMULINK®

Este Apéndice tiene la finalidad de explicar detalladamente los modelos programados en MATLAB®/SIMULINK® que permitieron llevar a cabo las simulaciones reportadas en este trabajo de tesis. Adicionalmente, se incluyen algunos programas que cargan los datos a los modelos anteriores. Los modelos de simulación que se muestran son el del subsistema eléctrico con el VSI SV-PWM (Capítulo 3), el esquema de control propuesto completo (Capítulo 4), el de la modulación PWM (Apéndice B), el de la modulación SV-PWM (Apéndice B), el modelo del motor en coordenadas bifásicas estacionarias (Apéndice A) y el modelo del motor en coordenadas bifásicas síncronas (Apéndice A). Como algunos modelos forman parte de otros, primero se examinan los más simples y algunas partes sólo se muestran una sola vez. Para poder hacer un uso correcto de todos los bloques que forman parte de los modelos se recomienda revisar los tutoriales y la ayuda de MATLAB®/SIMULINK®.

La razón principal para incluir este apéndice radica en que los modelos de simulación junto con sus programas asociados representan una aportación de importancia de la tesis. Por lo tanto, los esquemas y los códigos principales se anexan a continuación para poderlos reproducir y utilizar en futuras investigaciones.

#### D.1. Modulación Ancho de Pulso Senoidal

El modelo de SIMULINK® para realizar la simulación de la modulación PWM se muestra en la figura D.1. Las bases teóricas de este tipo de modulación fueron descritas detalladamente en el Apéndice B. Este modelo permite obtener las gráficas reportadas en el Apéndice B y se basan en los resultados encontrados en [76]. En realidad el modelo es muy sencillo. Como se puede observar, hay tres fuentes senoidales dependientes del tiempo que representan las señales de control de cada una de las fases  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . También existe una fuente triangular que representa la señal portadora triangular (se utiliza un bloque de secuencia repetitiva de SIMULINK®, donde el periodo de la señal es el inverso de la frecuencia de la señal portadora). El índice de modulación de frecuencia está dado por (B.2), y se calcula a partir de las frecuencias de las señales

de control senoidales y de la portadora. Similarmente, el índice de modulación de amplitud está dado por (B.1) y se obtiene a partir de los valores pico de las señales senoidales y de la portadora triangular. El modelo se compone de dos *subsistemas*, representados por bloques. El primero realiza la modulación senoidal y el segundo representa el comportamiento de un inversor ideal. Estos se muestran en las figuras D.2 y D.3, respectivamente.

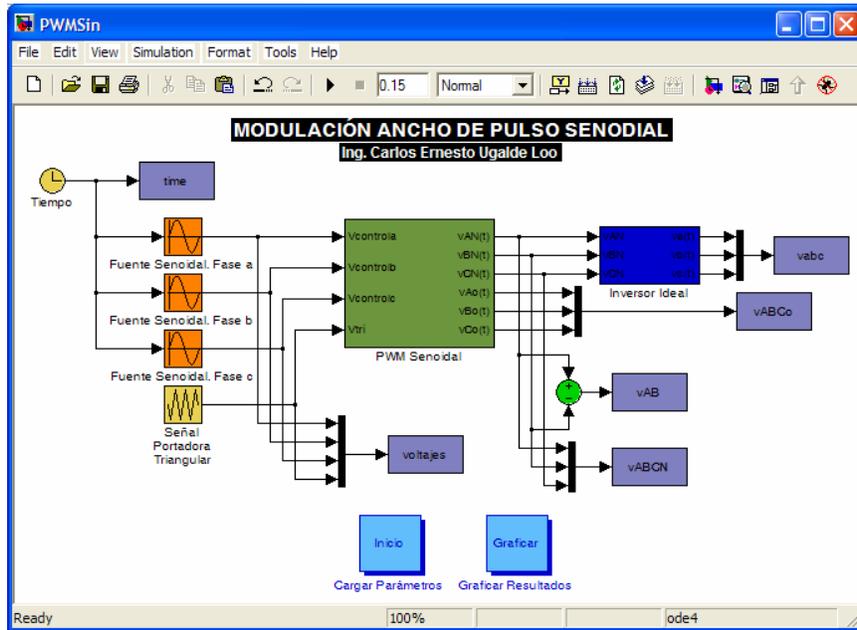


Figura D.1. Modelo en SIMULINK® de la modulación PWM Senoidal

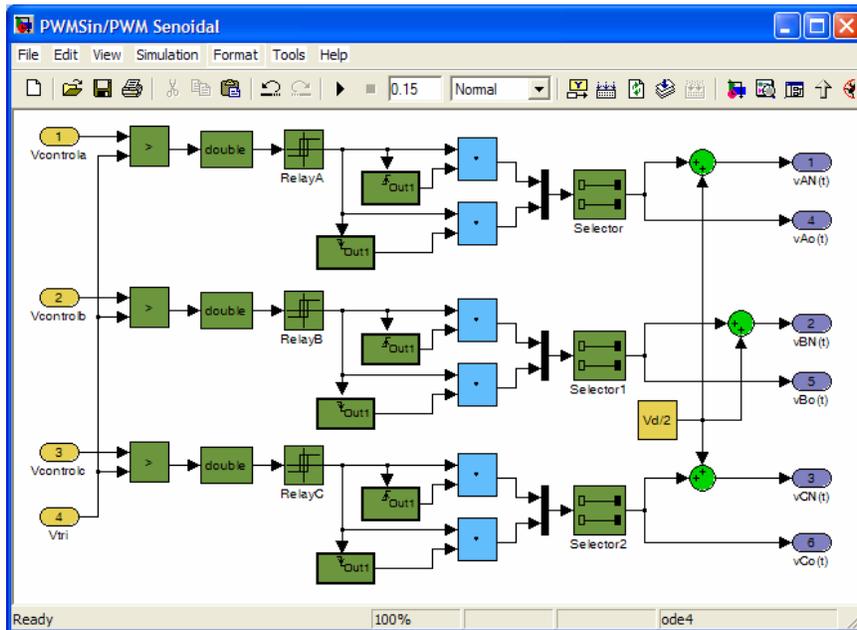
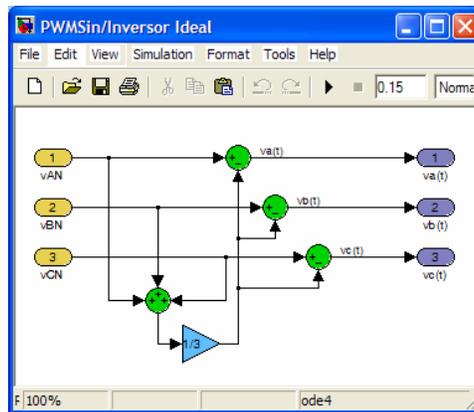


Figura D.2. Modelo en SIMULINK® de la modulación PWM Senoidal. Bloque del algoritmo de modulación



**Figura D.3.** Modelo en SIMULINK® de la modulación PWM Senoidal. Bloque del inversor ideal

En la figura D.2 se muestra el esquema de control de la modulación. Como puede observarse, existe una comparación entre las señales de control (para cada una de las fases) y la señal triangular. Dependiendo de cuál sea la mayor de las dos, el relevador activa el circuito de disparo positivo o el negativo, que indica la conducción del semiconductor superior o del inferior de cada fase del inversor. El *selector* escoge la señal apropiada en dependencia de cuál de estos circuitos es disparado. El funcionamiento anterior corresponde a las ecuaciones (B.3) y (B.4). Para obtener los voltajes de fase de (B.9) es necesario sumar la mitad del voltaje del bus de directa. Dichos voltajes de fase son las salidas del bloque de modulación y son las entradas para el subsistema del inversor ideal de la figura D.3, cuyas salidas son las señales de voltaje ya moduladas.

Cabe destacar que todas las variables de interés son almacenadas en arreglos de datos (representados por los bloques morados con una etiqueta que indica el nombre del arreglo y de la variable a almacenar). Para poder iniciar la simulación es necesario presionar dos veces el botón de “*Inicio*” en el modelo mostrado en la figura D.1. Dicho botón ejecuta un archivo que carga los parámetros asociados a la simulación. El archivo con los parámetros se muestra posteriormente. Para comenzar la simulación se presiona el botón de “*Play*” en el modelo de SIMULINK®. Una vez terminada la simulación, al presionar dos veces sobre el botón de “*Graficar*” los resultados de la simulación aparecen en pantalla. Al realizar la acción anterior, el archivo con los comandos para graficar es ejecutado. Dicho archivo, mostrado posteriormente, utiliza los archivos de datos de las variables para poder graficar los resultados. Los dos archivos descritos previamente son programados en MATLAB®.

Con el modelo anterior y sus programas asociados es posible obtener las gráficas de las figuras B.3, B.4, B.5 y B.6. Para obtener la gráfica que ilustra el contenido armónico es necesario ejecutar un archivo programado en MATLAB® que utiliza los datos almacenados de las variables de interés para poder graficar el espectro de las señales en el dominio de la frecuencia y fue realizado con un algoritmo encontrado en la literatura [83].

## D.2. Modulación Ancho de Pulso por Vectores Espaciales

El modelo de SIMULINK® para realizar la simulación de la modulación SV–PWM se muestra en la figura D.4. Los fundamentos teóricos de esta modulación fueron estudiados detalladamente en el Apéndice B y la simulación se basa en el esquema propuesto en [74]. El modelo se forma de tres fuentes senoidales dependientes del tiempo que representan las señales que se pretende modular. Éstas pasan a través de un algoritmo (contenido en el bloque de Señales de Control y mostrado en la figura D.5) que calcula las señales de control. Las señales obtenidas son comparadas con la portadora triangular y la mayor de ellas es posteriormente escalada con el valor del bus de CD para obtener los voltajes de línea que entran al inversor. Finalmente, la última parte la compone un inversor ideal como el mostrado previamente en la figura D.3.

En la figura D.5 se muestra el bloque que contiene el algoritmo de cálculo de las señales de control. Su funcionamiento está descrito por (B.35), (B.36) y (B.37). Las ecuaciones anteriores permiten encontrar la expresión de las señales de control que posteriormente serán comparadas con la portadora triangular, cuya frecuencia dicta el valor de la frecuencia de conmutación constante. La creación de la señal portadora se realiza de la misma manera que en el PWM senoidal.

Como puede observarse, las variables de interés son almacenadas en arreglos. El proceso para iniciar la simulación (con la carga de datos) y para graficar los resultados se realiza de la misma manera que con el modelo previo. Con este modelo es posible conseguir los resultados de las figuras B.11 y B.12.

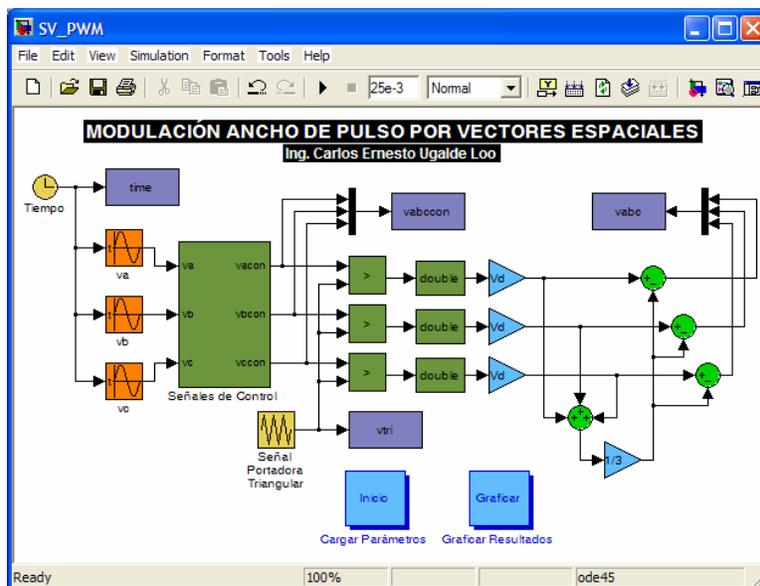


Figura D.4. Modelo en SIMULINK® de la modulación SV–PWM

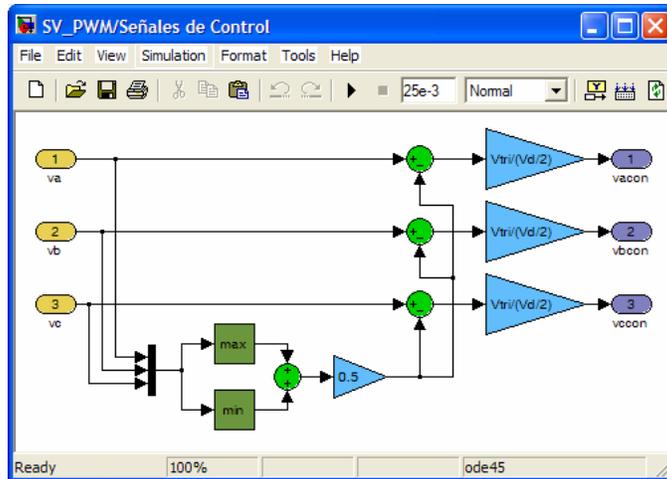


Figura D.5. Modelo en SIMULINK® de la modulación SV–PWM. Bloque de cálculo de las señales de control

### D.3. Motor de Inducción en Coordenadas Síncronas

El modelo de SIMULINK® para realizar la simulación del motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla en coordenadas síncronas se muestra en la figura D.6. El desarrollo del modelo matemático fue presentado previamente en el Apéndice A. Nótese que se incluye una etapa de modulación tipo PWM senoidal.

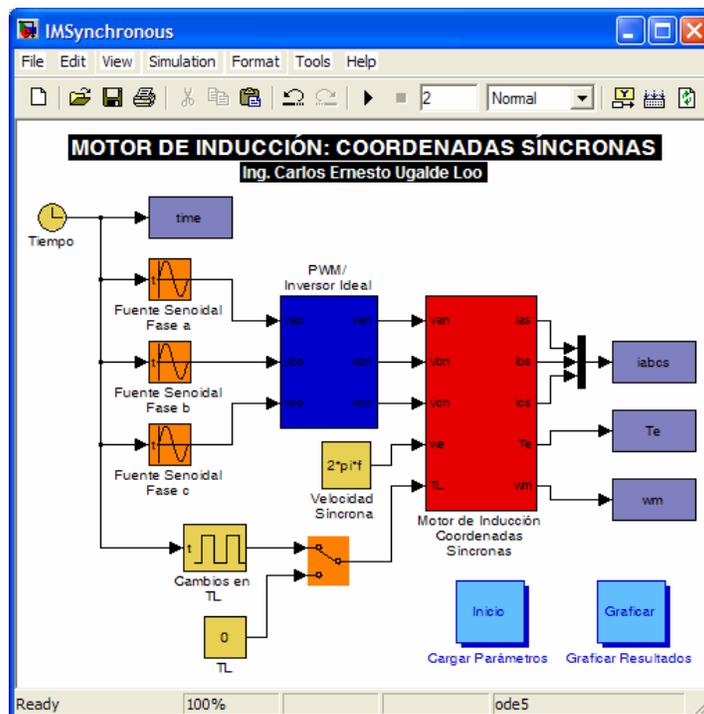


Figura D.6. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas

En la figura D.6 también es posible notar que el par de carga puede ser simulado con una señal constante o con una señal periódica, dependiendo el efecto que se quiera simular.

El modelo de simulación mostrado en D.6 se forma de varios bloques que tienen acciones específicas. La figura D.7 muestra el bloque de la modulación PWM. En realidad este bloque tiene un funcionamiento similar al de la figura D.2, pero hace uso de un generador de pulsos PWM disponible en SIMULINK®. El resultado es el mismo: se obtienen los voltajes del estator ya modulados que alimentan al estator del motor de inducción.

En la figura D.8 se muestra el bloque del modelo del motor de inducción en coordenadas bifásicas síncronas. Se utiliza una representación en la que los flujos son las variables de estado y se hace uso de una frecuencia base, como es descrito por las ecuaciones (A.95)–(A.98). Este bloque contiene a su vez varios bloques más encargados de realizar transformaciones de coordenadas y de calcular variables de interés. Algunos de ellos tienen programadas ecuaciones diferenciales para encontrar los flujos magnéticos o la velocidad del rotor y algunas ecuaciones algebraicas para encontrar las corrientes en términos de los flujos y reactancias.

Los bloques de transformación de coordenadas mostrados en la figura D.8 se muestran a detalle en la figura D.9. En esta figura es posible encontrar algoritmos de transformación de coordenadas que permiten pasar de un marco de referencia a otro según sea necesario. Se encuentran bloques de transformación de coordenadas bifásicas estacionarias a bifásicas síncronas (figura D.9(a)), de trifásicas a bifásicas estacionarias (figura D.9(b)), de bifásicas estacionarias a trifásicas (figura D.9(c)) y de bifásicas síncronas a bifásicas estacionarias (figura D.9(d)). Las ecuaciones que representan este tipo de transformaciones están dadas por (A.36)–(A.44). Estos bloques son muy utilizados en los siguientes modelos (como en el del subsistema eléctrico y en el del esquema de control propuesto en este trabajo).

Como se mencionó previamente, en el bloque del modelo del motor de inducción (figura D.8) se hallan otros bloques que representan ecuaciones diferenciales o algebraicas. La figura D.10 muestra los bloques que permiten el cálculo de los flujos magnéticos del rotor, del estator y los mutuos en los ejes  $d$  y  $q$ . Estos cálculos se basan en las ecuaciones (A.117)–(A.119) y (A.124). Similarmente, la figura D.11 muestra los bloques que calculan las corrientes del estator y del rotor en los ejes  $d$  y  $q$ , descritas por las ecuaciones (A.113)–(A.116). Finalmente, la figura D.12 muestra los bloques que realizan el cálculo de la velocidad mecánica del rotor y el par electromagnético, variables descritas por (A.125) y (A.28).

De forma similar a los modelos previos, las variables de interés son almacenadas en arreglos. El proceso para iniciar la simulación (con la carga de datos) y para graficar los resultados se realiza de la misma manera.

Con este modelo es posible conseguir los resultados mostrados en las figuras A.6 y A.7.

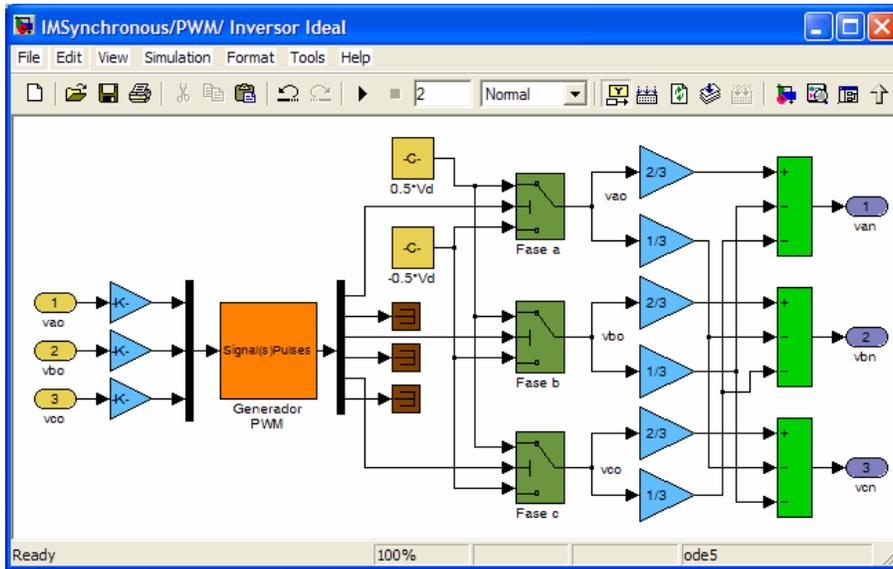


Figura D.7. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloque de la modulación PWM

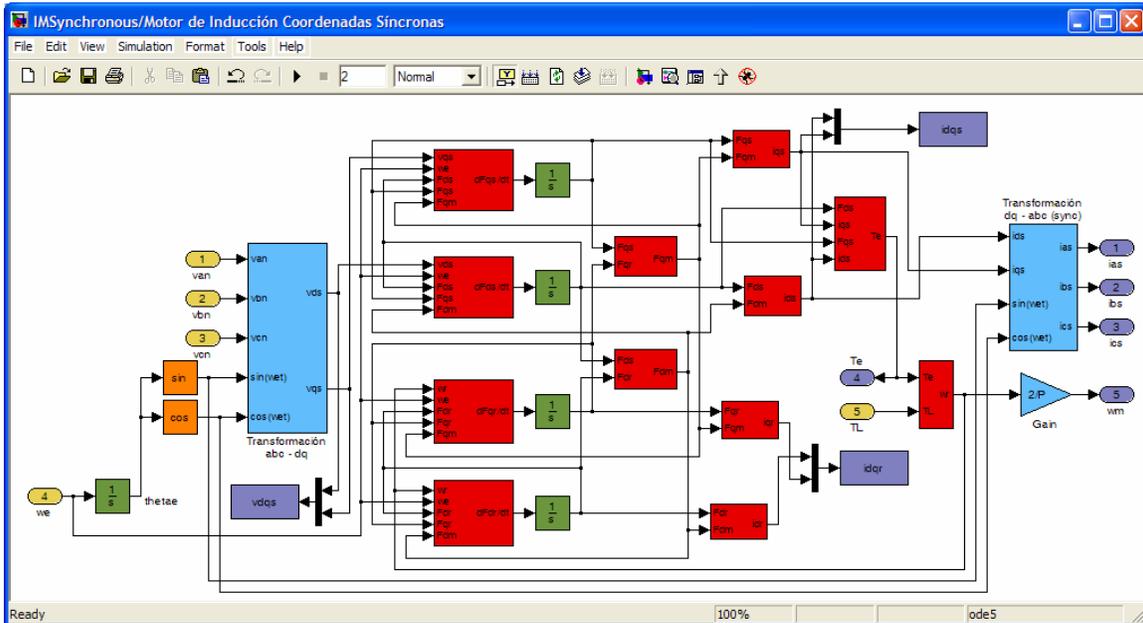
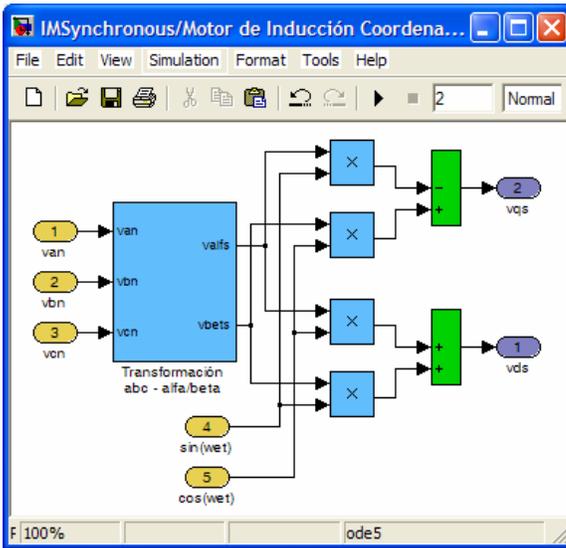
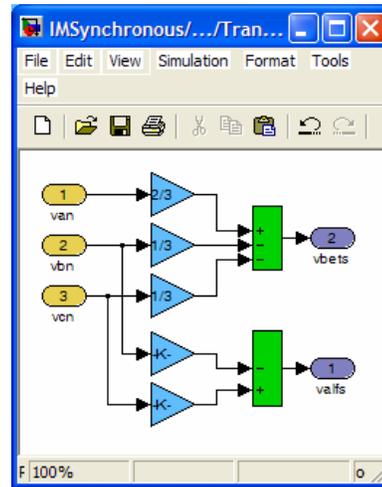


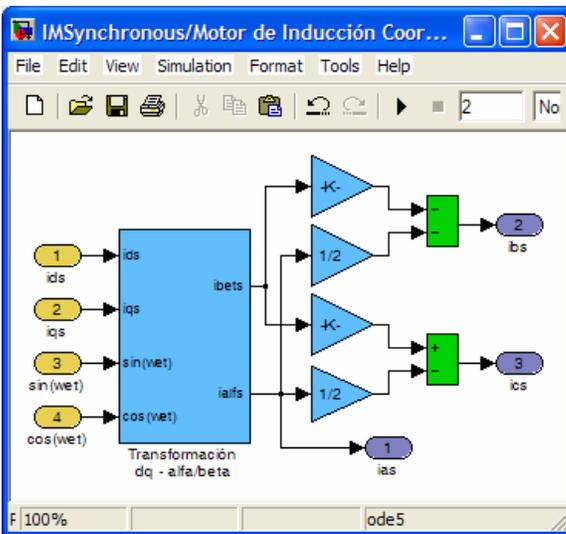
Figura D.8. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloque del modelo del motor



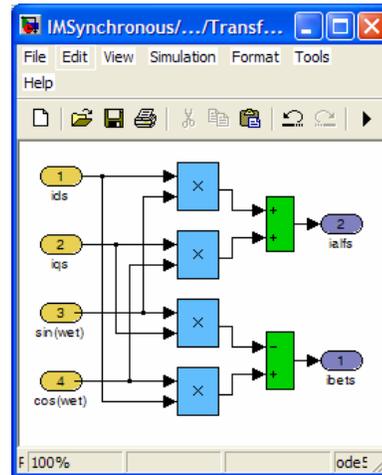
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura D.9.** Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de transformación de coordenadas: (a) bifásicas estacionarias a bifásicas síncronas; (b) trifásicas a bifásicas estacionarias; (c) bifásicas estacionarias a trifásicas; (d) bifásicas síncronas a bifásicas estacionarias

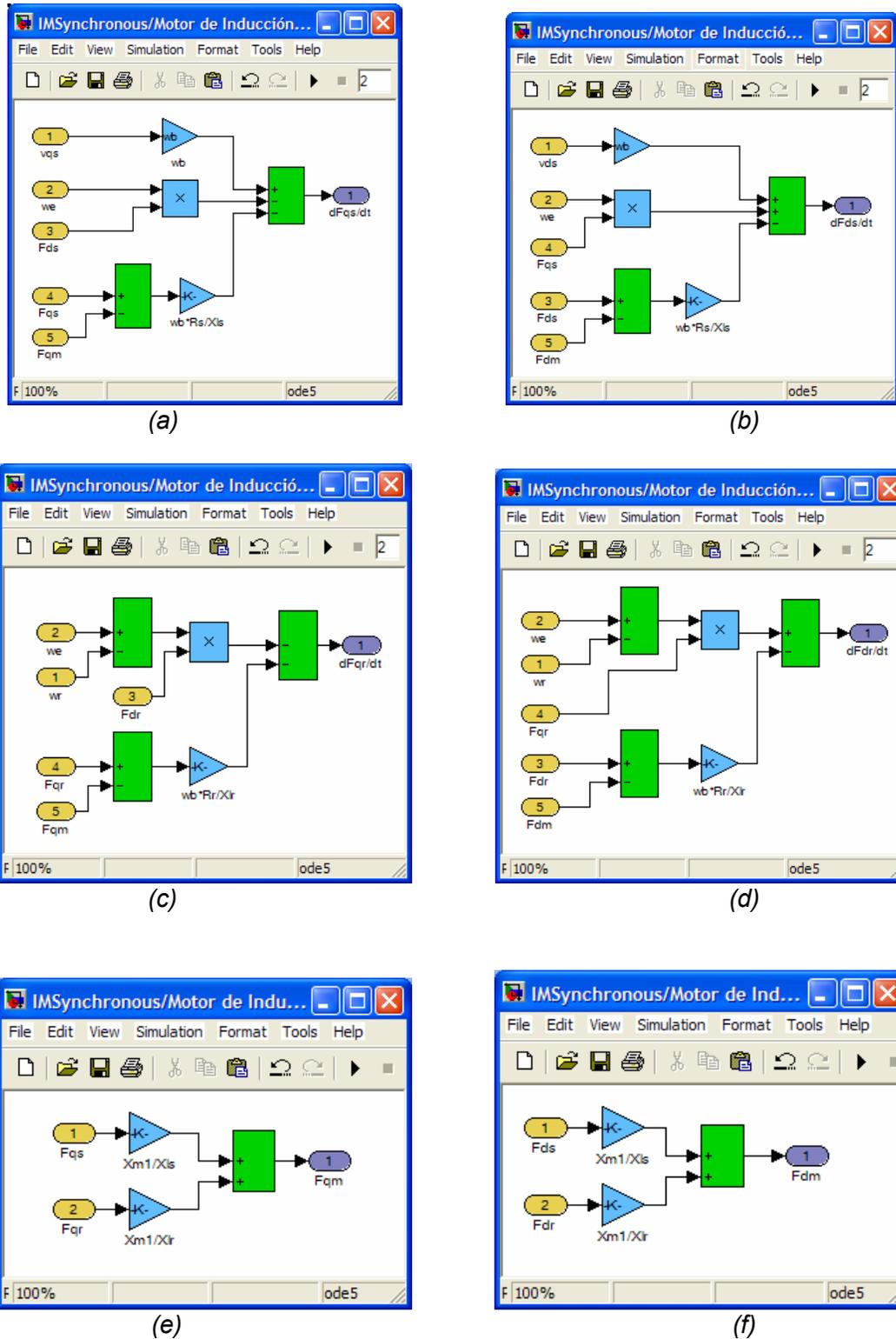


Figura D.10. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas sincronicas. Bloques de las ecuaciones del flujo: (a) del estator, eje-q; (b) del estator, eje-d; (c) del rotor, eje-q; (d) del rotor, eje-d; (e) mutuo, eje-q; (f) mutuo, eje-d;

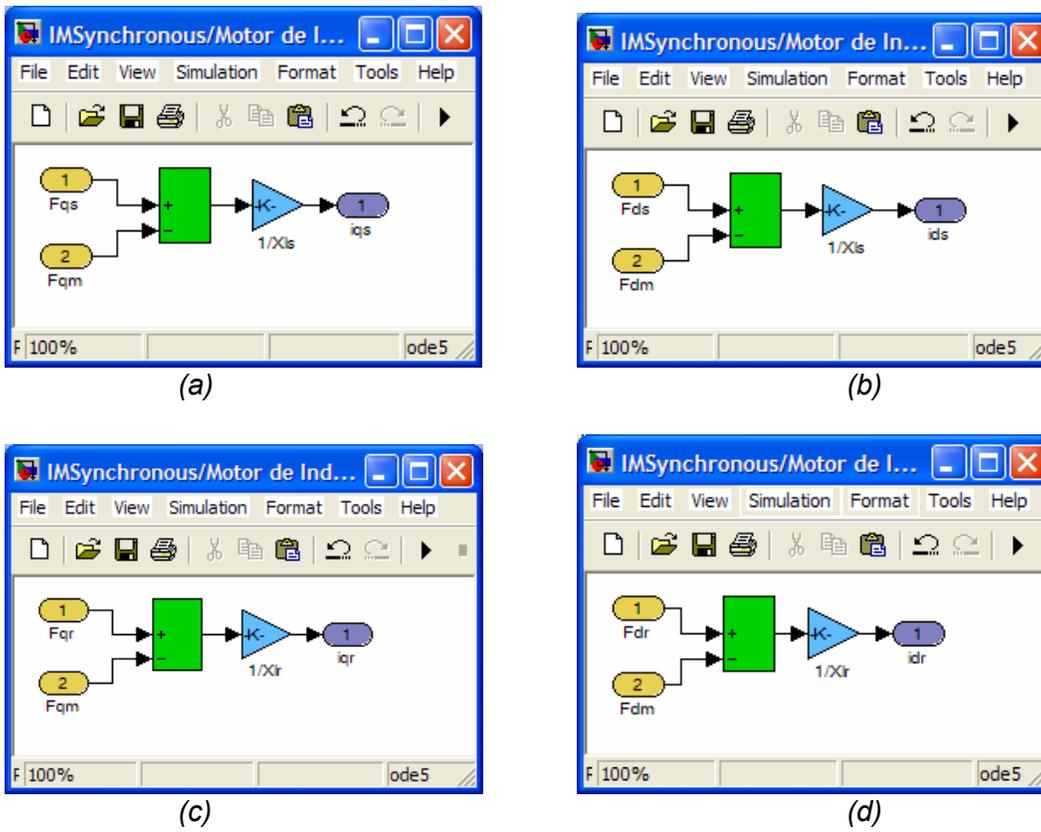


Figura D.11. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de las ecuaciones de corriente: (a) del estator, eje-q; (b) del estator, eje-d; (c) del rotor, eje-q; (d) del rotor, eje-d

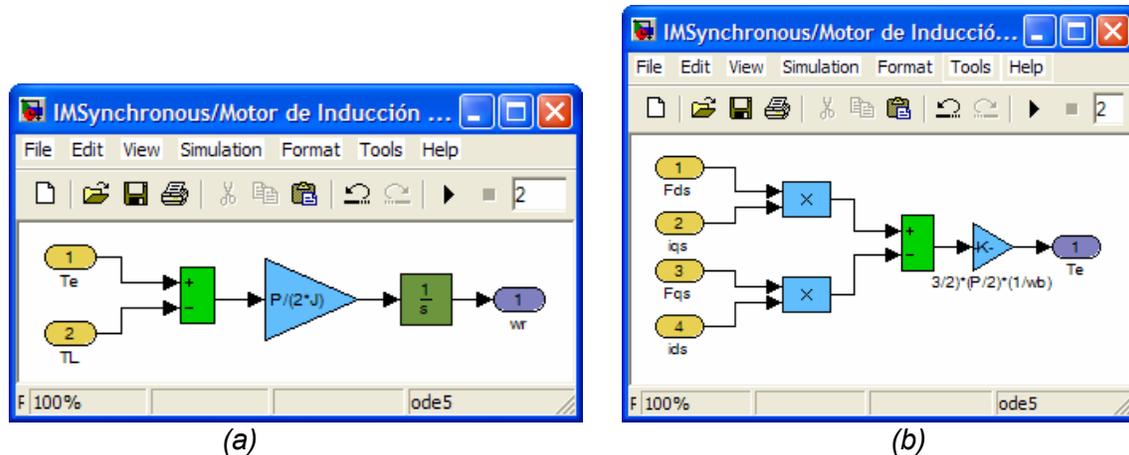


Figura D.12. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas síncronas. Bloques de las ecuaciones de: (a) velocidad del rotor; (b) par electromagnético

## D.4. Motor de Inducción en Coordenadas Estacionarias

El modelo de SIMULINK® para realizar la simulación del motor de inducción con rotor tipo jaula de ardilla en coordenadas bifásicas estacionarias se muestra en la figura D.13. El desarrollo del modelo matemático fue presentado previamente en el Apéndice A. A diferencia del modelo previo, en éste no se realiza una etapa de modulación. Asimismo, este modelo no presenta tantos bloques internos dado que todas las variables de interés se calculan en el mismo subsistema del modelo del motor.

En la figura D.13 pueden observarse dos bloques. Uno de ellos es el encargado de realizar la transformación de los voltajes de alimentación en coordenadas trifásicas a coordenadas bifásicas estacionarias. Lo anterior fue mostrado y explicado previamente a partir de la figura D.9. El otro bloque corresponde al modelo del motor de inducción en coordenadas bifásicas estacionarias. Éste es mostrado en la figura D.14. El modelo del motor de la figura D.14 hace uso de las ecuaciones (A.28),(A.132)–(A.134), (A.135), (A.136), (A.147), (A.148) y (A.162).

De forma similar a los modelos previos, las variables de interés son almacenadas en arreglos. El proceso para iniciar la simulación (con la carga de datos) y para graficar los resultados se realiza de la misma manera. Con este modelo es posible obtener los resultados mostrados en las figuras A.6 y A.7.

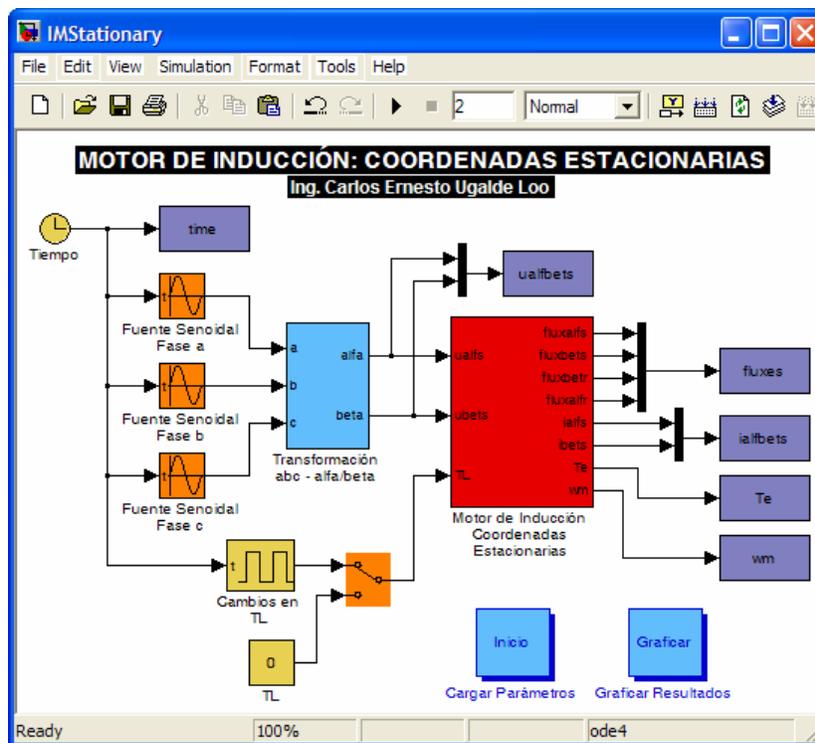


Figura D.13. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas estacionarias

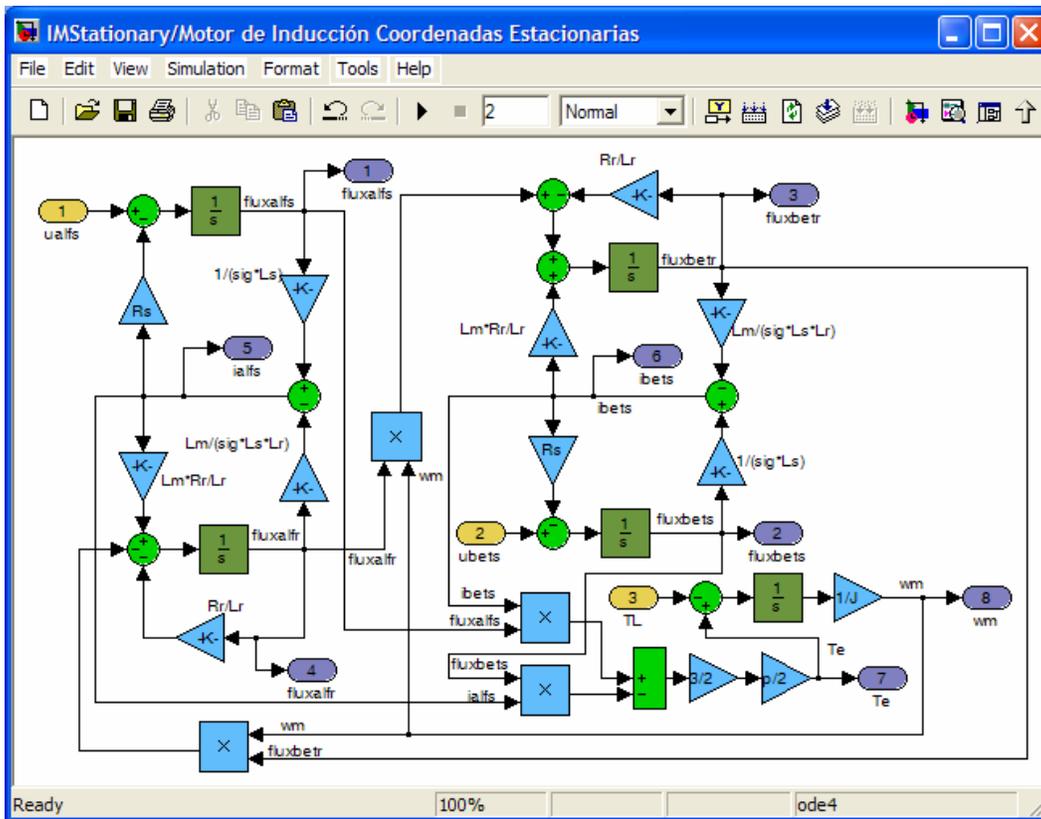


Figura D.14. Modelo en SIMULINK® del motor de inducción en coordenadas estacionarias. Bloque del modelo del motor

## D.5. Subsistema Eléctrico

El modelo de SIMULINK® para realizar la simulación del subsistema eléctrico se muestra en la figura D.15. Los resultados asociados a esta simulación son aquéllos mostrados en el Capítulo 3. Como puede observarse, el esquema se compone de 5 bloques principales que son encargados de efectuar las acciones de control, realizar la transformación de coordenadas (mostrada previamente en la figura D.9) y la modulación SV–PWM (también mostrada previamente), representar el comportamiento del motor de inducción en coordenadas bifásicas estacionarias (analizado previamente) y fijar las referencias al motor de inducción a través de una fuente senoidal con amplitud y frecuencia variable. Adicionalmente existen unos bloques directamente disponibles en SIMULINK® que realizan el cálculo del valor RMS y del THD de una señal. Es tan sólo necesario indicar el valor de la frecuencia fundamental de la señal a analizar en el bloque y los resultados pueden ser observados en un *visor* de señales.

La figura D.16 muestra la fuente senoidal con frecuencia y amplitud variable. Es posible obtener señales de referencia senoidales según se desee. Algunos interruptores manuales permiten controlar las amplitudes y frecuencia de las señales.

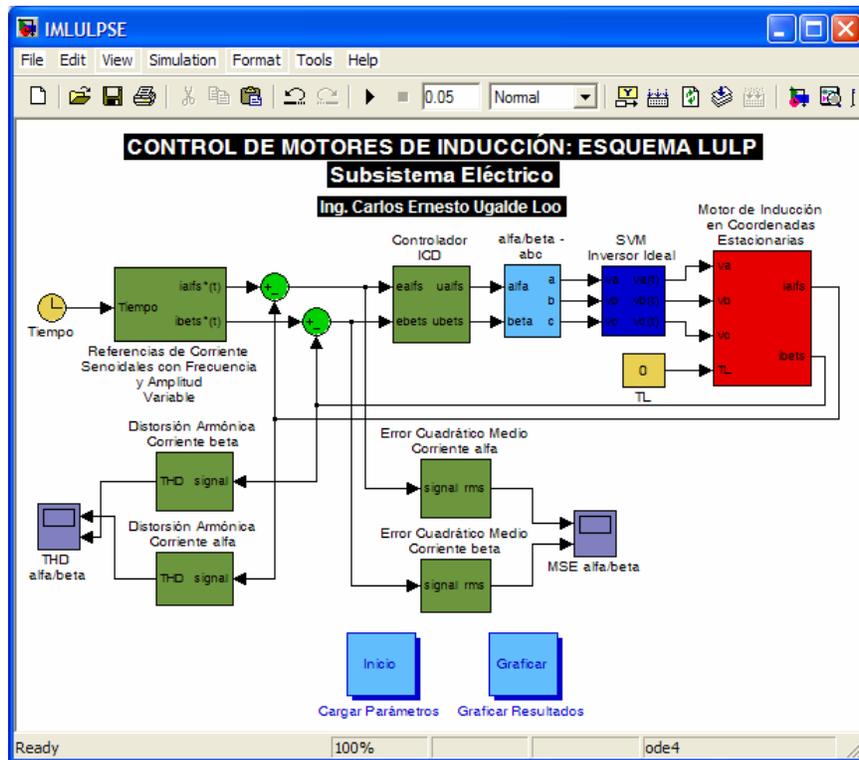


Figura D.15. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico

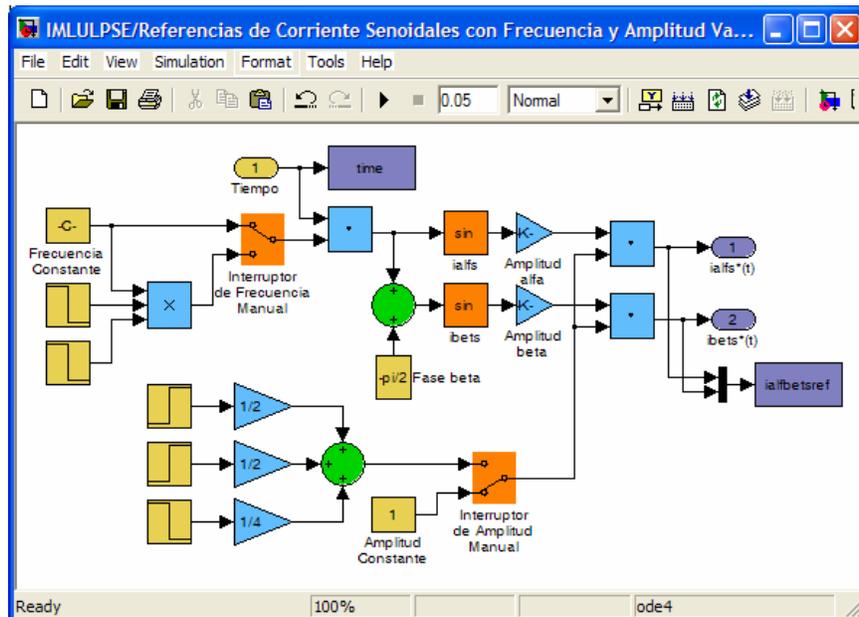


Figura D.16. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico. Bloque de las referencias de corriente

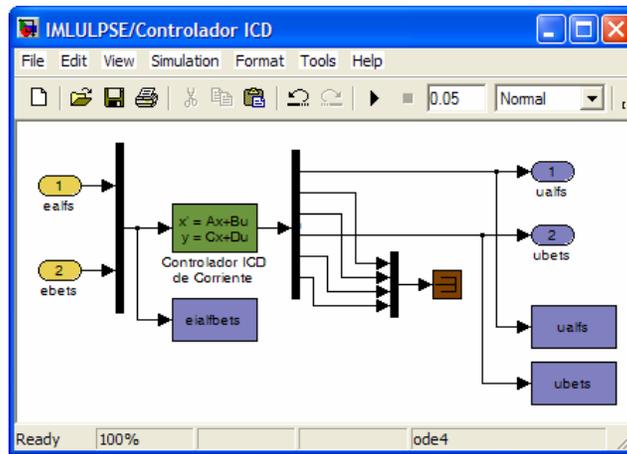


Figura D.17. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico. Bloque del controlador ICD de corriente

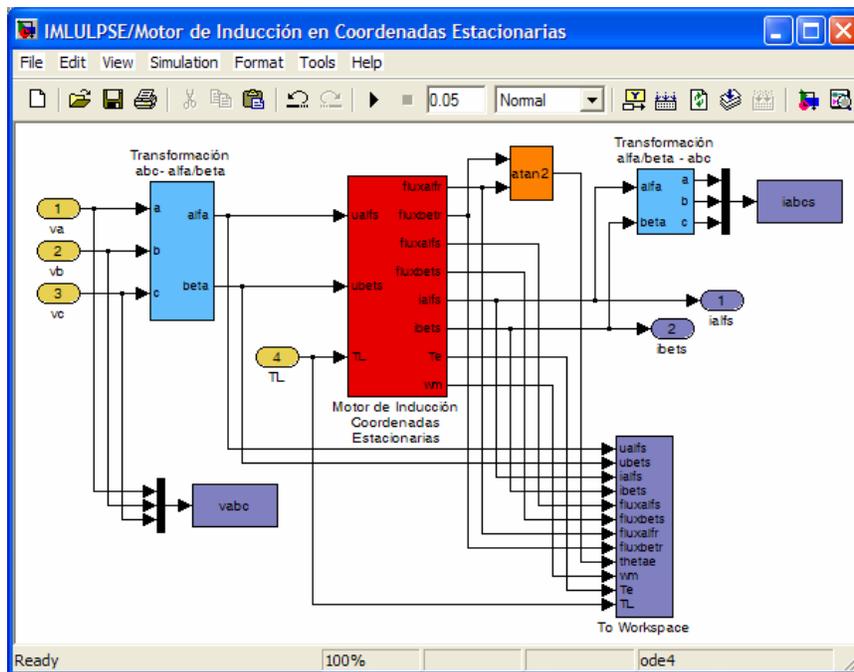


Figura D.18. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el subsistema eléctrico. Bloque del motor en coordenadas estacionarias

En la figura D.17 se muestra el bloque del controlador multivariable de corriente. Éste tiene una representación en espacio de estado, que es directamente programable en un bloque de SIMULINK®. Este bloque es el encargado de proporcionar las señales de control (voltajes del estator) para lograr el correcto funcionamiento del subsistema eléctrico del motor de inducción en lazo cerrado.

Finalmente en la figura D.18 se muestra el bloque del modelo del motor de inducción. Aquí se hace uso de transformaciones de coordenadas como las asociadas a la figura D.9 y se tiene un bloque con las ecuaciones diferenciales del motor de inducción (similares a las de la figura D.14). Adicionalmente, en este bloque se guardan las variables de interés para poder graficarlas.

El proceso para iniciar la simulación (con la carga de datos) y para graficar los resultados se realiza de la misma manera que en los modelos previos. El programa en MATLAB® para graficar el contenido armónico de las señales se incluye posteriormente.

## D.6. Esquema de Control Propuesto

El modelo de SIMULINK® para realizar la simulación del esquema de control propuesto en este trabajo de tesis se muestra en la figura D.19. Al utilizar este modelo es posible obtener todos los resultados mostrados en el Capítulo 4. Se forma de varios bloques que permiten simular diferentes tipos de fenómenos. Como puede observarse, existen unos bloques que permiten realizar un arranque utilizando una rampa (la pendiente se puede modificar según se desee). Existe un bloque de saturación para fijar un valor de velocidad máximo y uno mínimo. Es posible tener una operación en estado estacionario al activar el interruptor manual. La referencia de velocidad es filtrada a través de un filtro de segundo orden para suavizar un poco la señal y evitar respuestas demasiado bruscas del controlador de velocidad. Posteriormente se encuentra la etapa de debilitamiento de campo. A partir de una referencia de velocidad se fija la señal de corriente en el eje- $d$ , dado que esta corriente controla el flujo magnético. Por otro lado, el controlador de velocidad realiza las acciones de control para llevar la velocidad del rotor al valor de referencia, fijando el valor de referencia de la corriente en el eje- $q$ .

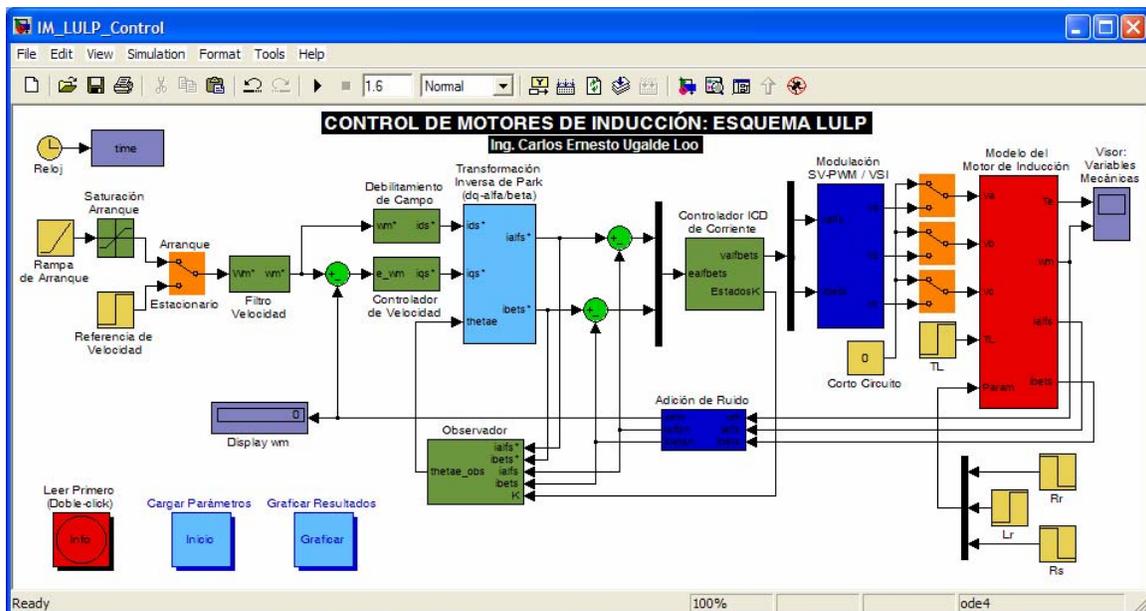


Figura D.19. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción

Después se halla una transformación de coordenadas para convertir las corrientes en coordenadas bifásicas síncronas a bifásicas estacionarias (estas transformaciones fueron descritas previamente), dónde se utiliza el ángulo de campo del rotor estimado. Las señales se comparan con las salidas de corriente del estator y se forman las señales de error, que son las entradas del controlador ICD de corriente. Las salidas de controlador son los voltajes del estator en coordenadas estacionarias. Después entra la etapa de modulación SV-PWM (descrita previamente), que es la encargada de fijar las referencias moduladas. Internamente se hace un cambio de coordenadas a variables trifásicas. Estas señales son los voltajes del estator trifásicos que alimentan al motor de inducción.

Antes de alimentar al motor nótese la presencia de tres interruptores, los cuáles permiten simular cortos circuitos en las terminales del motor. Al accionar los interruptores el voltaje de las fases se lleva a cero. El par externo de carga también es una entrada para el motor. Las salidas del motor son las corrientes del estator en coordenadas estacionarias, el par electromagnético y la velocidad del rotor. Las señales de corriente y de velocidad pasan por un bloque donde se adiciona ruido, simulando el efecto de un sensor real. Posteriormente estas señales son comparadas contra las referencias para alimentar a los controladores. Finalmente, las corrientes de referencia, los estados del controlador y las corrientes medidas del estator se utilizan para el observador de orden reducido (basado sobre el lazo cerrado del subsistema eléctrico). Esta estructura estima los flujos magnéticos del rotor y calcula el ángulo de campo del rotor, que es utilizado para realizar la transformación de Park mencionada previamente.

Es importante notar que con el modelo mostrado en la figura D.19 es posible hacer pruebas variando los valores de referencia de velocidad (incluyendo cambios en el giro de la flecha y velocidades negativas), del par externo de carga y de algunos parámetros del motor de inducción, como la resistencia e inductancia del rotor y la resistencia de estator. Es posible evaluar el desempeño del motor en el arranque, en estado transitorio y en estado estacionario. También se pueden simular disturbios (cortos circuitos monofásicos, bifásicos o trifásicos) en las terminales del estator y añadir ruido a las señales de medición. Es posible que el motor trabaje en la zona de par constante o en la zona de operación de campo debilitado (o de potencia constante). Las variables de interés son almacenadas en arreglos para obtener gráficas de los resultados en el dominio del tiempo una vez concluida la simulación. También existe un visor que grafica en línea la velocidad del rotor y el par electromagnético para poder monitorear la simulación conforme ésta se desarrolla.

Similarmente a los modelos previos, el proceso para iniciar la simulación (con la carga de datos) y para graficar los resultados se realiza presionando los botones de "Inicio" y "Graficar" mostrados en la figura D.19, respectivamente. Los archivos de MATLAB® asociados al modelo del esquema de control propuesto se muestran en la siguiente sección de este capítulo.

Dentro del modelo anterior existen varios bloques que ya fueron explicados en otras secciones del presente apéndice, como aquéllos de transformaciones de coordenadas y el de la modulación por vectores espaciales. A continuación se describen los bloques que no han sido explicados previamente. Éstos son mostrados en las figuras D.20–D.24.

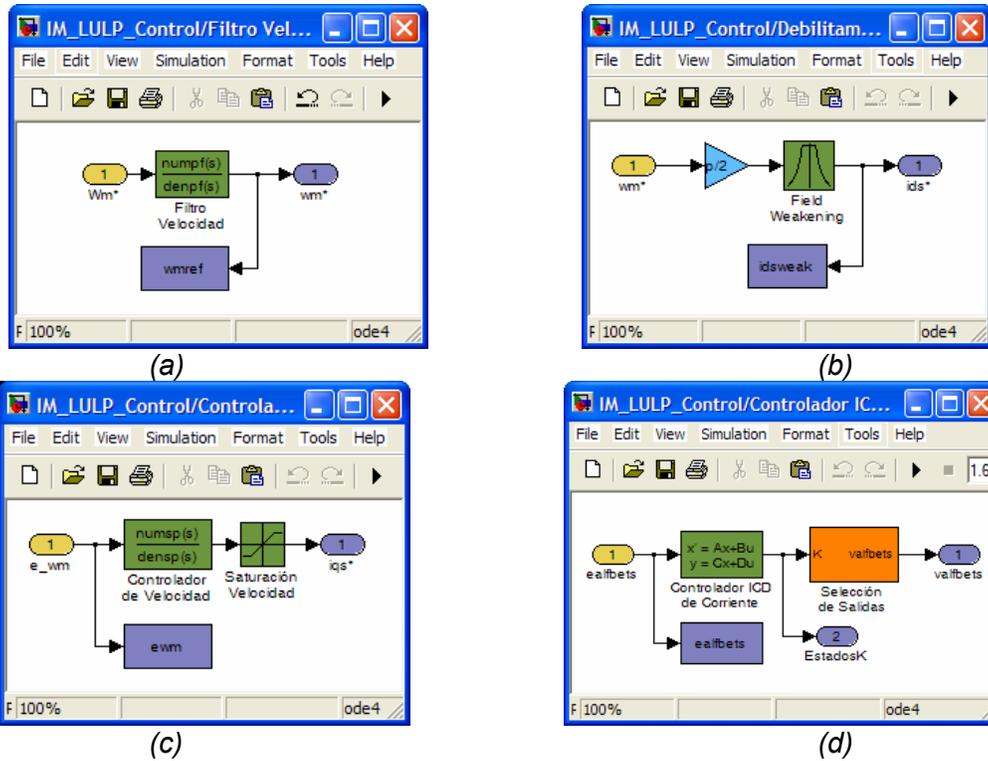


Figura D.20. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloques de (a) filtro de referencia de velocidad del rotor; (b) debilitamiento de campo; (c) controlador de velocidad del rotor y saturación de referencia de corriente, eje q; (d) controlador ICD de corriente

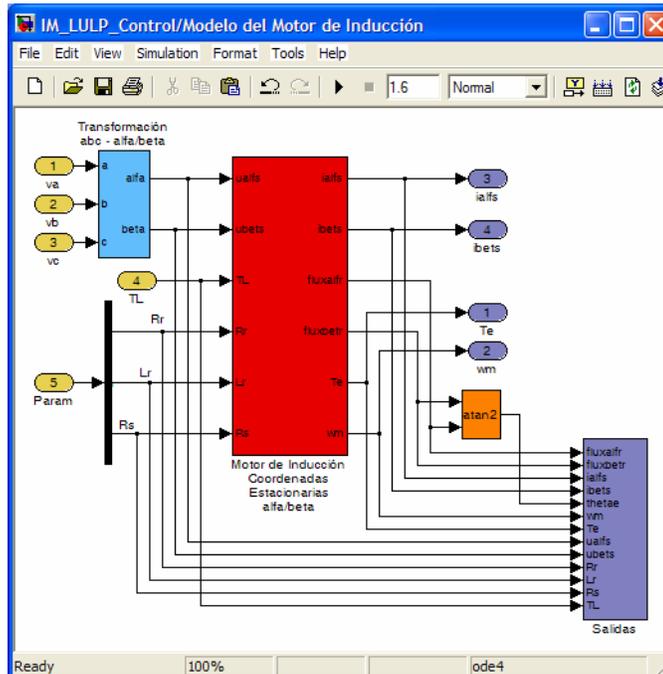


Figura D.21. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque del motor en coordenadas estacionarias

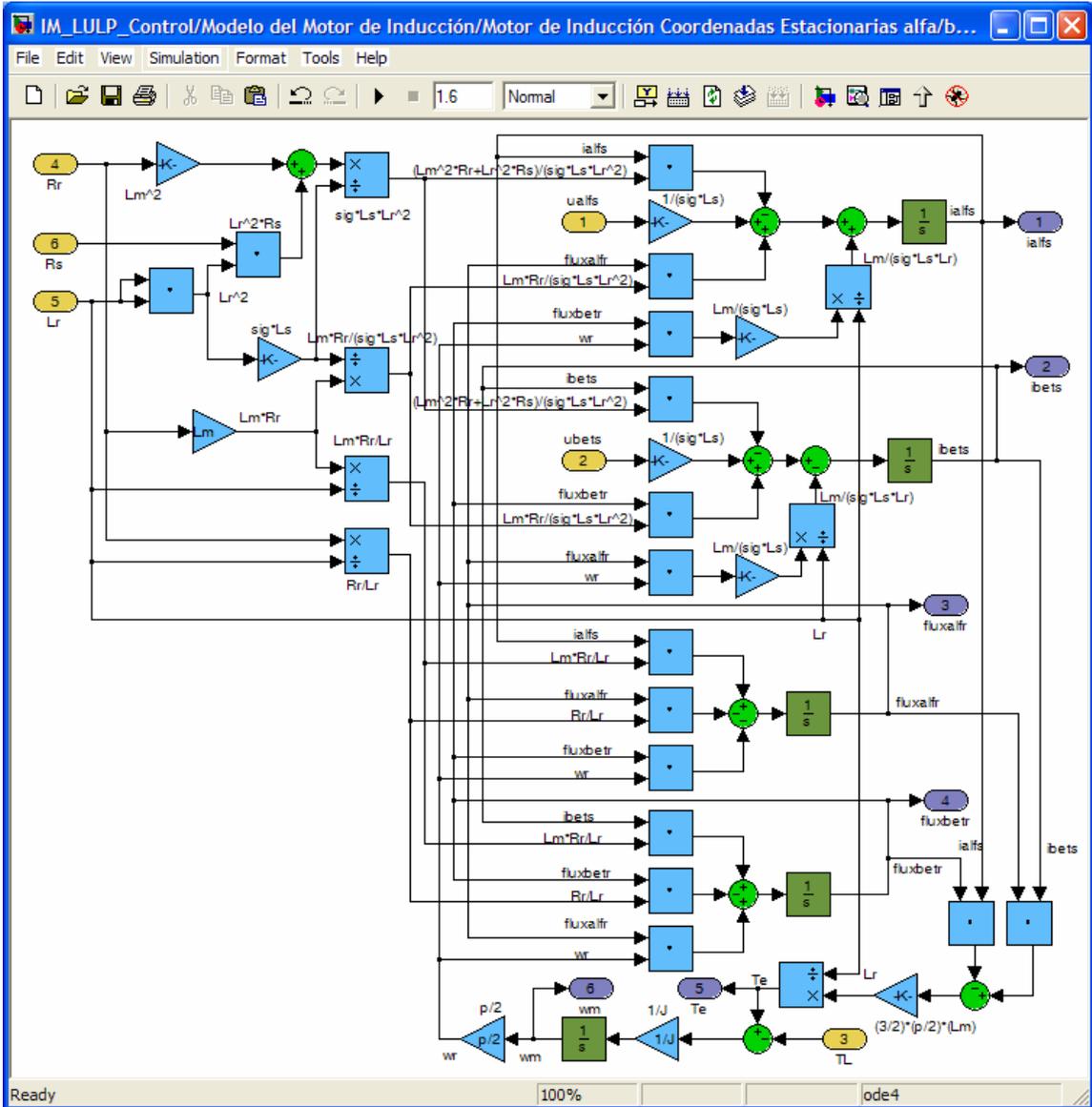


Figura D.22. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque del motor en coordenadas estacionarias con parámetros como entradas

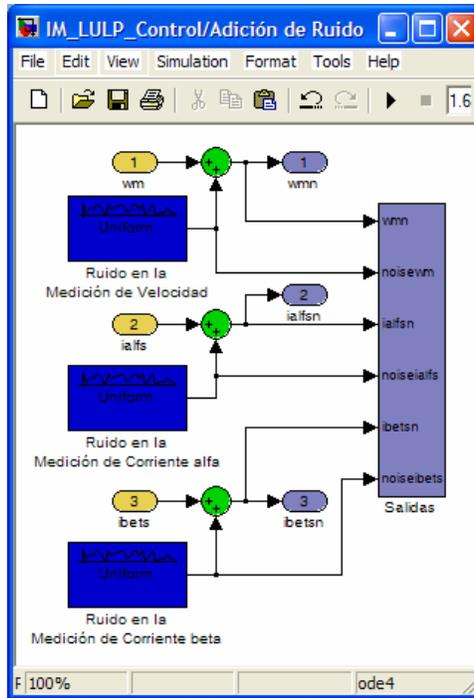


Figura D.23. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque de adición de ruido en las mediciones

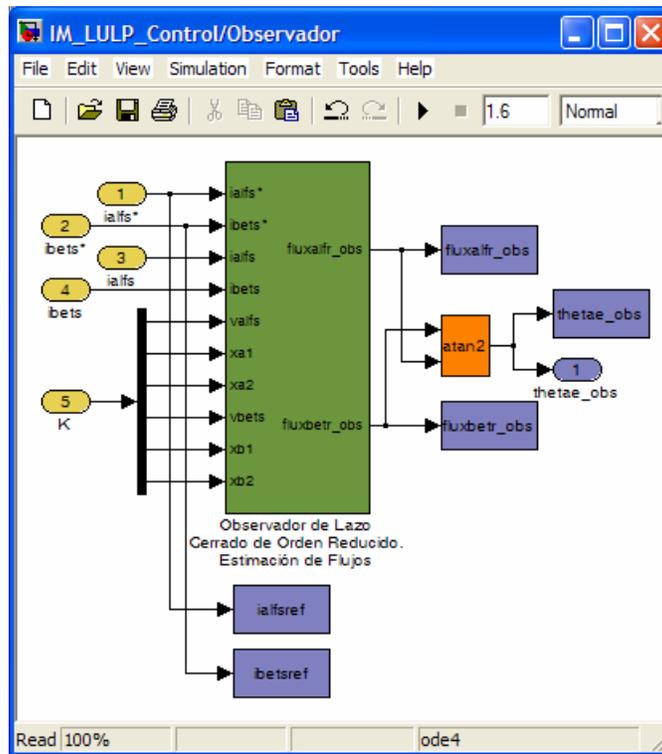


Figura D.24. Modelo en SIMULINK® del esquema de control propuesto para el motor de inducción. Bloque del observador de orden reducido

En la figura D.20 se muestran los bloques del filtrado de la referencia de velocidad, de debilitamiento de campo, del controlador de velocidad y del controlador de corrientes (figura D.20(d)). El bloque de filtrado de velocidad de la figura D.20(a) sólo se compone de una función de transferencia de segundo orden. En el bloque de debilitamiento de campo, mostrado en la figura D.20(b), la velocidad de referencia indica el valor de referencia de la corriente en el eje- $d$ . Esto se logra a través de una *tabla de búsqueda* que contiene algunos datos que representan el comportamiento de la curva de flujo contra velocidad (o en este caso, de corriente contra velocidad considerando que por el desacoplamiento logrado por el lazo de control interno la corriente del eje- $\alpha$  controla el flujo magnético). La tabla (disponible directamente en SIMULINK®) utiliza un algoritmo de interpolación-extrapolación para encontrar puntos que no sean considerados de forma exacta en los datos de la tabla. El programa asociado a esta tabla de búsqueda se muestra en la sección siguiente de este apéndice. El bloque del controlador de velocidad descrito por la ecuación (3.20) es mostrado en la figura D.20(c) y se compone de una función de transferencia (con el controlador) y un bloque de saturación para evitar que el par tome valores demasiado grandes al cambiar las referencias de velocidad. Finalmente, la figura D.20(d) muestra el controlador multivariable del subsistema eléctrico, descrito por las ecuaciones (3.1) y (3.2). El controlador se encuentra en representación en espacio de estado para tener disponibles todos los estados del controlador (pues posteriormente se utilizarán en el observador de orden reducido). El bloque de selección de salidas simplemente se forma de *multiplexores* para escoger como salidas las señales de control (es decir, los voltajes del estator).

En la figura D.21 se muestra el bloque que contiene el modelo del motor en coordenadas estacionarias. Este bloque es similar al mostrado en la sección del subsistema eléctrico. Sin embargo, nótese que los parámetros (resistencia e inductancia del rotor y resistencia del estator) son entradas a este sistema. Adicionalmente, el bloque donde se almacenan las variables contempla los cambios en estos parámetros. Las salidas de este bloque son las corrientes del estator, el par electromagnético y la velocidad mecánica del rotor.

En la figura D.22 se muestra el bloque de la figura D.21 que contiene las ecuaciones del motor de inducción. Este modelo se encuentra en coordenadas estacionarias. Sin embargo, es un tanto diferente al utilizado previamente. Las ecuaciones que describen el comportamiento del motor se encuentran en el Apéndice A y son (A.28), (A.155)–(A.162), es decir, la representación en espacio de estado utilizada en el análisis del modelo multivariable del motor de inducción del Capítulo 2 y para el diseño de los controladores en el Capítulo 3. Como puede apreciarse, los parámetros son entradas al modelo y representan señales que deben multiplicar o dividir a otras dependiendo de lo especificado en las ecuaciones anteriores.

Por otro lado, en la figura D.23 se encuentra el bloque que permite agregar ruido a las corrientes y a la velocidad del rotor, simulando el efecto de un sensor real. Para llevar a cabo el efecto anterior, existen unos bloques en SIMULINK® que permiten generar números aleatorios acotados entre una banda superior e inferior. El valor generado es sumado a la señal de corriente o velocidad durante cada paso de integración. De esta forma, las salidas del bloque representan una señal alterada con ruido.

Finalmente, la figura D.24 muestra el bloque que contiene al observador de orden reducido sobre el lazo cerrado del subsistema eléctrico. El observador es descrito por las ecuaciones (3.6)–(3.11) y se encuentra en representación en espacio de estado (construida a base de bloques) para facilitar el tratamiento de las señales. El cálculo del ángulo del campo del rotor se realiza utilizando la ecuación (3.12).

## D.7. Listado de Programas en MATLAB®

Esta sección del apéndice presenta el código de todos los programas utilizados para llevar a cabo las simulaciones anteriores. Como se mencionó previamente, estos programas han sido incluidos como parte de las aportaciones del trabajo para poder ser utilizados en futuras investigaciones.

### D.7.1. Modulación PWM y SV–PWM

#### Archivo: *ParamPWMSin.m*

```
% Parámetros para la Simulación del PWM Senoidal
f=15; % Frecuencia de señal de control
fs=f*15; % Frecuencia de portadora triangular
mf=fs/f; % Índice de modulación de frecuencia
ma=0.8; % Índice de modulación de amplitud
Vtri=5; % Amplitud de señal portadora triangular
Vcont=Vtri*ma; % Amplitud de señal de control
%tsim=1/f;
Ts=1e-6; % Paso de integración
Vd=400; % Voltaje del bus de corriente directa
```

#### Archivo: *GraficasPWMS.m*

```
% Graficas PWM Senoidal

figure(1);
plot(time,voltajes(:,4),time,voltajes(:,1),'k');
title('Portadora triangular y voltaje de control fase a')
grid on;

figure(2);
plot(time,vABCo(:,1),time,(ma/Vcont)*(Vd/2)*voltajes(:,1),'k');
title('Voltaje de salida y componente fundamental')
grid on;

figure(3);
title('Voltajes de fase')
subplot(211);plot(time,vABCN(:,1));
grid on;
subplot(212);plot(time,vABCN(:,2));
grid on;

figure(4);
plot(time,vAB);
title('Voltaje de línea');
grid on;
```

### Archivo: SVPWM.m

```
% Parámetros de la Modulación por Vectores Espaciales

Vd=700           % Voltaje del bus de corriente directa
Vtri=5           % Amplitud pico de la señal triangular
freq=60          % Frecuencia eléctrica de alimentación
Va=sqrt(2)*460/sqrt(3) % Valor pico del voltaje de estator
fs=10e3          % Frecuencia de conmutación
```

### Archivo: GraficasSVPWM.m

```
% Graficas SV - PWM

figure(1);

subplot(411);
plot(time,vtri);
title('Señal portadora triangular');
grid on;

subplot(412);
plot(time,vabccon(:,1));
title('Voltaje de control de fase a');
grid on;

subplot(413);
plot(time,vabc(:,1),time,Va.*sin(time.*freq.*2.*pi),'k');
title('Voltaje de fase a');
grid on;

subplot(414);
plot(time,(vabc(:,1)-vabc(:,2)));
title('Voltaje de linea');
grid on;
```

## D.7.2. Modelos del Motor de Inducción

### Archivo: ParamSynchronous.m

```
% Inicialización de los parámetros del motor de inducción

Rs=1.77;         % Resistencia del estator
Rr=1.34;         % Resistencia del rotor
Xls=5.25;        % Reactancia de dispersión del estator
Xlr=4.57;        % Reactancia de dispersión del rotor
Xm=139;          % Reactancia de magnetización
J=0.025;        % Momento de inercia en el rotor
P=4;             % Número de polos
f=60;           % Frecuencia nominal del estator
Vd=600;          % Voltaje del bus de corriente directa
wb=2*pi*f        % Frecuencia base
Xm1=1/(1/Xm+1/Xls+1/Xlr) ;
Lr=(Xlr+Xm)/wb;  % Inductancia del rotor
Ls=(Xls+Xm)/wb;  % Inductancia del estator
Lm=Xm/wb;        % Inductancia de magnetización
sig=1-Lm*Lm/(Ls*Lr); % Coeficiente de dispersión
tau_r=Lr/Rr;     % Constante de tiempo del rotor
Ts=2e-5;         % Tiempo de muestreo
```

### Archivo: GraficasIMSync.m

```
% Gráficas del Motor de Inducción, Coordenadas Síncronas

figure(1);
subplot(411);
plot(time, vdqs(:,1));
title('Voltaje del Estator. Eje d')
grid on;

subplot(412);
plot(time, idqs(:,1));
title('Corriente del Estator. Eje d')
grid on;

subplot(413);
plot(time, vdqs(:,2));
title('Voltaje del Estator. Eje q')
grid on;

subplot(414);
plot(time, idqs(:,2));
title('Corriente del Estator. Eje q')
grid on;

figure(2);
subplot(411);
plot(time, idqr(:,1));
title('Corriente del Rotor. Eje d')
grid on;

subplot(412);
plot(time, idqr(:,2));
title('Corriente del Rotor. Eje q')
grid on;

subplot(413);
plot(time, Te);
title('Par Electromagnético Desarrollado')
grid on;

subplot(414);
plot(time, wm);
title('Velocidad del Rotor')
grid on;
```

### Archivo: ParamStationary.m

```
% Inicialización de los parámetros del motor de inducción

Rs=1.77;           % Resistencia del estator
Rr=1.34;           % Resistencia del rotor
Xls=5.25;          % Reactancia de dispersión del estator
Xlr=4.57;          % Reactancia de dispersión del rotor
Xm=139;           % Reactancia de magnetización
J=0.025;          % Momento de inercia en el rotor
p=4;              % Número de polos
f=60;             % Frecuencia nominal del estator
Vd=600;           % Voltaje del bus de corriente directa
```

```
wb=2*pi*f           % Frecuencia base
Lr=(Xlr+Xm)/wb;    % Inductancia del rotor
Ls=(Xls+Xm)/wb;    % Inductancia del estator
Lm=Xm/wb;          % Inductancia de magnetización
sig=1-Lm*Lm/(Ls*Lr); % Coeficiente de dispersión
tau_r=Lr/Rr;       % Constante de tiempo del rotor
Ts=2e-5;          % Tiempo de muestreo
```

### **Archivo: GraficasIMStat.m**

```
% Gráficas del Motor de Inducción, Coordenadas Estacionarias
```

```
figure(1);
subplot(411);
plot(time,ualfbets(:,1));
title('Voltaje del Estator. Eje d')
grid on;

subplot(412);
plot(time,ialfbets(:,1));
title('Corriente del Estator. Eje d')
grid on;

subplot(413);
plot(time,ualfbets(:,2));
title('Voltaje del Estator. Eje q')
grid on;

subplot(414);
plot(time,ialfbets(:,2));
title('Corriente del Estator. Eje q')
grid on;

figure(2);
subplot(211);
plot(time,Te);
title('Par Electromagnético Desarrollado')
grid on;

subplot(212);
plot(time,wm);
title('Velocidad del Rotor')
grid on;
```

## **D.7.3. Subsistema Eléctrico**

### **Archivo: InverterPWMSVICD.m**

```
% Condiciones para la simulación del VSI SV-PWM con controlador ICD
% Limpiar variables del espacio de trabajo
clear

% Parámetros del Motor de Inducción
Rs=9.53;           % Resistencia del Estator
Rr=5.619;         % Resistencia del Rotor
%Rs=2.5*9.53;    % Variaciones en la Resistencia del Estator
```

```

%Rr=2.5*5.619;           % Variaciones en la Resistencia del Rotor
Lls=0.058;              % Inductancia de Dispersión del Estator
Llr=0.058;              % Inductancia de Dispersión del Rotor
Lm=0.447;               % Inductancia de Magnetización
Ls=Lm+Lls;              % Inductancia del Estator
Lr=Lm+Llr;              % Inductancia del Rotor
fr=60;                  % Frecuencia nominal
wr=2*pi*fr;             % Velocidad del Rotor
sig=1-(Lm)^2/(Ls*Lr);  % Coeficiente de Dispersión
p=4;                    % Número de Polos
J=0.0026;               % Momento de Inercia
F=0;                    % Coeficiente de Fricción
Ts=5e-7;                % Paso de Integración

% Valores Nominales
I=1.5;
V=220;

% Parámetros de Electrónica de Potencia y SV-PWM
Vd=400;                 % Voltaje del Bus de CD
Vtri=5;                 % Valor pico de la Señal Portador Triangular
Va=sqrt(2)*220/sqrt(3); % Valor pico de Señal
fs=20e3;                % Frecuencia de Conmutación

% Controladores ICD
% Canal 1
% Menor Ancho de Banda
numk11=53510*conv([1/10000 1],[1/100 1]);
denk11=conv([1 0],conv([1/18000 1],[1/20000 1]));
% Mayor Ancho de Banda
numk11=1043362*conv([1/60000 1],[1/100 1]);
denk11=conv([1 0],conv([1/100000 1],[1/120000 1]));
k11=zpk(tf(numk11,denk11));

% Canal 2
% Menor Ancho de Banda
numk22=53510*conv([1/10000 1],[1/100 1]);
denk22=conv([1 0],conv([1/18000 1],[1/20000 1]));
% Mayor Ancho de Banda
numk22=1043362*conv([1/60000 1],[1/100 1]);
denk22=conv([1 0],conv([1/100000 1],[1/120000 1]));
k22=zpk(tf(numk22,denk22));

% Representación del Controlador Multivariable
% Controlador 1 en Representación de Espacio de Estado
[Ak11,Bk11,Ck11,Dk11]=tf2ss(numk11,denk11);
K11ss=ss(Ak11,Bk11,Ck11,Dk11);
% Controlador 2 en Representación de Espacio de Estado
[Ak22,Bk22,Ck22,Dk22]=tf2ss(numk22,denk22);
K22ss=ss(Ak22,Bk22,Ck22,Dk22);
% Forma Canónica Observable para los Controladores
% Controlador 1
Ac1=transpose(Ak11);
Bc1=transpose(Ck11);
Cc1=eye(3);
Dc1=zeros(3,1);
Kc1=ss(Ac1,Bc1,Cc1,Dc1);
% Controlador 2
Ac2=transpose(Ak22);
Bc2=transpose(Ck22);
Cc2=eye(3);
Dc2=zeros(3,1);
Kc2=ss(Ac2,Bc2,Cc2,Dc2);

```

```
% Controlador Diagonal en Espacio de Estado
Ak=[Ac1,zeros(3);zeros(3),Ac2];
Bk=[Bc1,zeros(3,1);zeros(3,1),Bc2];
Ck=[Cc1,zeros(3);zeros(3),Cc2];
Dk=[Dc1,zeros(3,1);zeros(3,1),Dc2];
K=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
```

### **Archivo: Sincronas.m**

```
% Conversión de variables estacionarias a síncronas

idsref=ialfbetsref(:,2).*sin(thetae)+ialfbetsref(:,1).*cos(thetae);
ids=ibets.*sin(thetae)+ialfs.*cos(thetae);
iqsref=ialfbetsref(:,2).*cos(thetae)-ialfbetsref(:,1).*sin(thetae);
iqs=ibets.*cos(thetae)-ialfs.*sin(thetae);
eids=idsref-ids;
eiqs=iqsref-iqs;
```

### **Archivo: PlotInverterResults.m**

```
% Gráficas del Subsistema Eléctrico

Sincronas; % Llama archivo que convierte variables a sincronas

figure('Name','Corriente de referencia y del estator, eje
        alfa','NumberTitle','off');
plot(time,ialfbetsref(:,1),'b:',time,ialfs,'k');
grid on;
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('ialphas* (blue), ialphas (green) [A]');

figure('Name','Corriente de referencia y del estator, eje
        beta','NumberTitle','off');
plot(time,ialfbetsref(:,2),'b:',time,ibets,'k');
grid on;
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('ialphas* (blue), ialphas (green) [A]');

figure('Name','Error de corriente del estator
        (estacionarias)','NumberTitle','off');
plot(time,eialfbets(:,1),'b',time,eialfbets(:,2),'k');
grid on;
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('errorialphas (blue), erroribetas (green) [A]');

figure('Name','Error de corriente del estator
        (síncronas)','NumberTitle','off');
plot(time,eids,'b',time,eiqs,'k');
grid on;
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('errorids (blue), erroriqs (green) [A]');

figure('Name','Trayectoria del vector de voltaje del
        estator','NumberTitle','off');
plot(ualfs,ubets);
grid on;
title('Voltaje del Estator');
xlabel('ualphas [V]');
ylabel('ubetas [V]');
FFTPlot; % Llama archivo para graficar contenido armónico
```

**Archivo: FFTPlot.m [83]**

```
% Obtención de la Transformada Rápida de Fourier de cualquier
% variable que esté almacenada en el espacio de trabajo de MATLAB
% como arreglo
%
% Requiere del arreglo de la variable y el arreglo de tiempo
% El paso de integración puede ser variable
%
% El cálculo es más rápido si el número de datos, npts_fft es impar
%
% Para minimizar dispersión, la ventana de tiempo, T_window, de
% de los datos deben ser múltiplos enteros de la frecuencia fundamental
% T_1. La frecuencia de resolución de la Transformada Discreta de
% Fourier es inversamente proporcional al tamaño de la ventana de tiempo
% freq_resolution = 1/T_window Hz, para "picos" distintos peak en la
% gráfica de FFT
% freq_resolution debe ser una pequeña fracción de la frecuencia
% fundamental

Frated = 60;
T_1 = 1/Frated; % Periodo de la fundamental

% Selección de la frecuencia de muestreo basada en el mayor armónico de
% interés
samples_per_cycle = 128; % número de muestras por ciclo
sample_time = T_1/(samples_per_cycle -1); % tiempo de muestreo
sample_freq = 1/sample_time; % frecuencia de muestreo
% La frecuencia mayor debe ser menor que sample_freq/2

% Uso de números total de ciclos impares para npts_fft pares y
% la resolución deseada
ncycle = 21;% número total de ciclos usados en el cálculo de fft
npts_fft = ncycle*samples_per_cycle; % número de puntos en fft
record_length = ncycle*T_1; % longitud total en segundos

freq_resolution = 1/record_length; % salida de resolución de frecuencia
% de la fft

xx = time;
yy1 = ialfs;
yy2 = ibets;
tt = 0.05;
tmargin = sample_time; % margen para evitar exceder el rango
timing = (tt-T_1-tmargin:sample_time:tt-tmargin);% vector columna de
% la muestra uniformemente espaciada
ysample1 = interp1(xx,yy1,timing); % interpolación lineal
ysample2 = interp1(xx,yy2,timing);
% test to fix differences in the behavior of interp1
[ms1,ns1] = size(ysample1);
if ms1 <= ns1
    ysample1 = ysample1'; % Transpuesta si es vector fila
end % test if
[ms2,ns2] = size(ysample2);
if ms2 <= ns2
    ysample2 = ysample2'; % Transpuesta si es vector fila
end % test if
ytrunc1 = ysample1(1:samples_per_cycle-1);
y_fft1 = ysample1;
ytrunc2 = ysample2(1:samples_per_cycle-1);
y_fft2 = ysample2;
for n=2:ncycle
```

```

y_ffft1 = [y_ffft1; ytrunc1];
y_ffft2 = [y_ffft2; ytrunc2];
end
F1 = fft(y_ffft1); % Calcular fft
F2 = fft(y_ffft2);
N1 = length(y_ffft1); % Determinar longitud del arreglo
N2 = length(y_ffft2);
Fdc1 = F1(1)/N1; % Extraer punto de frecuencia cero de salida fft
Fdc2 = F2(1)/N2; % y reescalado del componente de CD
Fp1 = [Fdc1; F1(2:(N1/2+1))*(2/N1)]; % Extraer puntos de frecuencia positivos
% y añadir la magnitud recalada de CA con la de CD
Fp2 = [Fdc2; F2(2:(N2/2+1))*(2/N2)];
freq1 = (sample_freq/N1)*(0:N1/2); % Valores de frecuencia para graficar
freq2 = (sample_freq/N2)*(0:N2/2);
nharm = 12;

ystring1 = 'Corriente del estator, eje alfa';
ystring2 = 'Corriente del estator, eje beta';

h1=figure('Name','FFT ialfas','NumberTitle','off');
plot(freq1',abs(Fp1)); % Graficar FFT
grid on;
axis([0 nharm*Frated -inf inf]);% Zoom in
xlabel('Frecuencia[Hz]')
ylabel('Transformada de Fourier/N')
title(['Transformada Discreta de Fourier: Corriente del estator, eje alfa'])

h2=figure('Name','FFT ibetas','NumberTitle','off');
plot(freq2',abs(Fp2)); % Graficar FFT
grid on;
axis([0 nharm*Frated -inf inf]);% Zoom in
xlabel('Frecuencia[Hz]')
ylabel('Transformada de Fourier/N')
title(['Transformada Discreta de Fourier: Corriente del estator, eje beta'])

```

## D.7.4. Esquema de Control Propuesto

### Archivo: *IMParameters.m*

```

% Parámetros del Motor de Inducción

Rs=9.53; % Resistencia del Estator
Rr=5.619; % Resistencia del Rotor
%Rs=2.5*9.53; % Variaciones en la Resistencia del Estator
%Rr=2.5*5.619; % Variaciones en la Resistencia del Rotor
Lls=0.058; % Inductancia de Dispersión del Estator
Llr=0.058; % Inductancia de Dispersión del Rotor
Lm=0.447; % Inductancia de Magnetización
Ls=Lm+Lls; % Inductancia del Estator
Lr=Lm+Llr; % Inductancia del Rotor
f=60; % Frecuencia nominal
%wr=2*pi*fr; % Velocidad del Rotor
sig=1-(Lm)^2/(Ls*Lr); % Coeficiente de Dispersión
p=4; % Número de Polos
J=0.0026; % Momento de Inercia
F=0; % Coeficiente de Fricción

% Valores Nominales del Motor de Inducción
Ponom=0.25*745.7; % Potencia nominal
Tenom=0.89; % Par nominal

```

```

Va=sqrt(2)*220/sqrt(3); % Valor pico de Voltaje
Ia=sqrt(2)*1.5/sqrt(3); % Valor pico de Corriente
Idsnom=1.0044;          % Valor nominal de corriente, eje d
Iqsnom=0.7;             % Valor nominal de corriente, eje q
    
```

**Archivo: IMProcess.m**

```

% Representación en Espacio de Estado del Motor

% El modelo lineal tiene la siguiente representación:
%           dX/dt = AX + Bu
%           Y = CX + Du

% Motor de Inducción

% Definición de la Matriz de Sistema
A=[-(Lm^2*Rr+Lr^2*Rs)/(sig*Ls*Lr^2),          0,
   Lm*Rr/(sig*Ls*Lr^2), Lm*wr/(sig*Ls*Lr);
   0,                                     -(Lm^2*Rr+Lr^2*Rs)/(sig*Ls*Lr^2), -
   Lm*wr/(sig*Ls*Lr),  Lm*Rr/(sig*Ls*Lr^2);
   Lm*Rr/Lr,          0,                                     -Rr/Lr,
   -wr;
   0,                                     Lm*Rr/Lr,          wr,
   -Rr/Lr];

% Definición de la Matriz de Entrada
B=[1/(sig*Ls), 0;
   0, 1/(sig*Ls);
   0, 0;
   0, 0];

% Definición de la Matriz de Salida
C=[1 0 0 0;0 1 0 0];

% Definición de la Matriz de Antealimentación
D=[0 0;0 0];
    
```

**Archivo: Controllers.m**

```

% Controladores

% Controladores de Corriente ICD
% Canal 1
% Menor Ancho de Banda
%numk11=53510*conv([1/10000 1],[1/100 1]);
%denk11=conv([1 0],conv([1/18000 1],[1/20000 1]));
% Mayor Ancho de Banda
numk11=1043362*conv([1/60000 1],[1/100 1]);
denk11=conv([1 0],conv([1/100000 1],[1/120000 1]));
k11=zpk(tf(numk11,denk11));

% Canal 2
% Menor Ancho de Banda
%numk22=53510*conv([1/10000 1],[1/100 1]);
%denk22=conv([1 0],conv([1/18000 1],[1/20000 1]));
% Mayor Ancho de Banda
numk22=1043362*conv([1/60000 1],[1/100 1]);
denk22=conv([1 0],conv([1/100000 1],[1/120000 1]));
k22=zpk(tf(numk22,denk22));
    
```

```
% Pre Filtro de Referencia de Velocidad
numpf=[900];
denpf=[1,60,900];

% Controlador de Velocidad
numsp=20105*conv([1 0.4],[1 2500]);
densp=conv([1 0],conv([1 4800],[1 5500]));
```

**Archivo: SSSController.m**

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Representación en Espacio de Estado de los Controladores ICD

% Llamar a los controladores ICD (funciones de transferencia)
Controllers;
% Controlador Diagonal Multivariable
% Representación en Espacio de Estado del Controlador 1
[Ak11,Bk11,Ck11,Dk11]=tf2ss(numk11,denk11);
K11ss=ss(Ak11,Bk11,Ck11,Dk11);
% Representación en Espacio de Estado del Controlador 2
[Ak22,Bk22,Ck22,Dk22]=tf2ss(numk22,denk22);
K22ss=ss(Ak22,Bk22,Ck22,Dk22);
% Forma Canónica Observable para los Controladores en Espacio de Estado
% Controlador 1
Ac1=transpose(Ak11);
Bc1=transpose(Ck11);
Cc1=eye(3);
Dc1=zeros(3,1);
Kc1=ss(Ac1,Bc1,Cc1,Dc1);
% Controlador 2
Ac2=transpose(Ak22);
Bc2=transpose(Ck22);
Cc2=eye(3);
Dc2=zeros(3,1);
Kc2=ss(Ac2,Bc2,Cc2,Dc2);
% Controlador Diagonal en Espacio de Estado
Ak=[Ac1,zeros(3);zeros(3),Ac2];
Bk=[Bc1,zeros(3,1);zeros(3,1),Bc2];
Ck=[Cc1,zeros(3);zeros(3),Cc2];
Dk=[Dc1,zeros(3,1);zeros(3,1),Dc2];
K=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
```

**Archivo: SSSclosedLoop.m**

```
%%% REPRESENTACIÓN EN LAZO CERRADO DEL SISTEMA %%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Llamando Representación en Espacio de Estado el Motor de Inducción
IMParameters;
IMProcess;
G=ss(A,B,C,D);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Llamando Representación en Espacio de Estado del Controlador ICD
SSController;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Representación en Espacio de Estado del Lazo Abierto (Transmitancia
% Directa)
% Seleccionando las Salidas y Entradas del Controlador de la Representación
```

```
% del motor
outputs_K=[1 4];
inputs_G=[1 2];
% Representación en Espacio de Estado del Lazo Abierto
L=series(K,G,outputs_K,inputs_G);
[A_L,B_L,C_L,D_L]=ssdata(L);
%Ll=ss(K*G);
% Seleccionando las corrientes y los estados del controlador como salidas
ALc=A_L;
BLc=B_L;
CLc=[eye(2),zeros(2,8);zeros(6,4),eye(6)];
DLc=zeros(8,2);
Lc=ss(ALc,BLc,CLc,DLc);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Representación en Espacio de Estado del Lazo Cerrado
feedbackin=[1,2];
feedbackout=[1,2];
T=feedback(Lc,eye(2),feedbackin,feedbackout);
[At,Bt,Ct,Dt]=ssdata(T);
```

### Archivo: *SSClosedLoopTransform.m*

```
%%% Representación del Lazo Cerrado Bajo Cambio de Coordenadas
% para uso en Modelo de SIMULINK@
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Llamando Representación en Espacio de Estado del Lazo Cerrado
SSClosedLoop;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Cambio de Coordenadas
% Matriz de Transformación (intercambio de estados)
Tr=[zeros(6,4),eye(6);eye(4),zeros(4,6)];
% Nuevas Matrices
Trinv=inv(Tr);
Atz=Tr*At*Trinv;
Btz=Tr*Bt;
Ctz=Ct*Trinv;
Dtz=Dt;
Tz=ss(Atz,Btz,Ctz,Dtz);
```

### Archivo: *DesiredPoles.m*

```
% Polos deseados para el observador

SSClosedLoopTransform;
p1=-110;
p2=-120;

% Parametros de Simulación
% Paso de Integración para Simulación
Ts=9e-7;
% Parámetros de SV-PWM e Inversor
Vd=400; % Voltaje del bus de CD
Vtri=5; % Amplitud de señal portadora triangular
fs=10e3; % Frecuencia de conmutación

% Llama archivo de campo debilitado
FluxWeak;
```

### Archivo: FluxWeak.m

```
% Tabla de Búsqueda para Debilitamiento de Campo

current_mag = Idsnom;

current_mag = Idsnom;

% Debilitamiento de Campo
% Tabla de Búsqueda. Vectores de velocidad y corriente (flujo)
we=2*pi*60; % velocidad síncrona rad/s
speed = [-3: 0.1: 3];
mask = abs(speed)>1;
notmask=~mask;
i=find(speed==0); % Búsqueda del índice del elemento cero de speed
speed(i) = realmin; % reemplazo con el menor número positivo utilizable
invspeed = abs(1./speed); % antes de dividir para evitar división por cero
current = current_mag.*(invspeed.*mask + notmask);
speed = we*speed;
```

### Archivo: PlotResults.m

```
% Graficar Resultados

idsref=iabetsref.*sin(thetae_obs)+ialfsref(:,1).*cos(thetae_obs);
ids=ibets.*sin(thetae_obs)+ialfs.*cos(thetae_obs);
iqsref=ibetsref.*cos(thetae_obs)-ialfsref(:,1).*sin(thetae_obs);
iqs=ibets.*cos(thetae_obs)-ialfs.*sin(thetae_obs);
eids=idsref-ids;
eiqs=iqsref-iqs;

% Velocidad del rotor y error de velocidad
figure(1);subplot(211);plot(time,wm,'k',time,wmref,'r');grid on;
% Si hay ruido
% figure(1);subplot(211);plot(time,wmn,'k',time,wmref,'r');grid on;
subplot(212);plot(time,ewm,'k');grid on;

% Par de carga y electromagnético
figure(2);subplot(211);plot(time,Te,'b');hold on;plot(time,TL,'k');grid on;

% Corrientes de referencia y corrientes del estator
figure(3);subplot(211);plot(time,ialfsref,'b');hold
on;plot(time,ialfs,'k');grid on;
subplot(212);plot(time,ibetsref,'b');hold on;plot(time,ibets,'k');grid on;
% Si hay ruido
%figure(3);subplot(211);plot(time,ialfsref,'b');hold
on;plot(time,ialfsn,'k');grid on;
%subplot(212);plot(time,ibetsref,'b');hold on;plot(time,ibetsn,'k');grid on;

% Error de corriente del estator (coordenadas sincronas y estacionarias)
figure(4);subplot(411);plot(time,ealfbets(:,1),'k');grid on;
subplot(412);plot(time,eids,'k');grid on;
subplot(413);plot(time,ealfbets(:,2),'k');grid on;
subplot(414);plot(time,eiqs,'k');grid on;

% Flujos del rotor y ángulo del campo del rotor estimados
figure(5);subplot(311);plot(time,fluxalfr_obs,'k');grid on;
subplot(312);plot(time,fluxbetr_obs,'k');grid on;
subplot(313);plot(time,thetae_obs,'k');grid on;
```

```
% Trayectoria del vector de flujo
figure(6);plot(fluxalfr_obs,fluxbetr_obs);grid on;
% Flujo real
%figure(6);plot(fluxalfr,fluxbetr);grid on;

% Trayectoria del vector de voltaje del estator
figure(7);plot(ualfrs,ubetr);grid on;

% Voltajes del estator modulados (trifásicos), señales de control y
% triangular
%figure(8);subplot(311);plot(time,vtri,time,vabccon(:,1));grid on;
%subplot(312);plot(time,vabccon(:,1));grid on;
figure(8);subplot(313);plot(time,vabc(:,1));grid on;

% Señales de Ruido
%figure(9);subplot(311);plot(time,noisewm,'k');grid on;
%subplot(312);plot(time,noiseialfrs,'k');grid on;
%subplot(313);plot(time,noiseibetr,'k');grid on;

% Corriente debilitada
figure(10);subplot(211);plot(time,idsweak,'k');grid on;
```